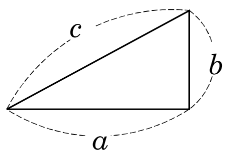
1 次の hakken.の法則を読んで解き方を覚えなさい。

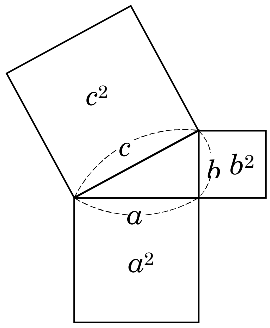
ABCDE

三平方の定理 hakken.の法則

★三平方(さんへいほう)の定理…直角三角形の直角をはさむ 2 辺の長さを a，b，斜辺の長さを c とすると，次の関係が成り立つ。

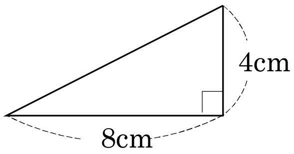
$$a^2+b^2=c^2$$



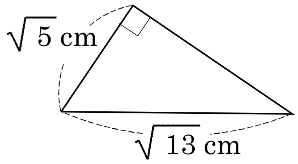


例 次の図の直角三角形で，残りの辺の長さを求めなさい。

(1)



(2)



［解き方］ 残りの辺の長さを x cm として，三平方の定理を使う。

(1)

斜辺は x cm だから，

$8^2+4^2=x^2$

$64+16=x^2$

$x^2=80$

$x=\pm\sqrt{80}$

$x>0$ だから，$x=\sqrt{80}$

$=4\sqrt{5}$

［答］ $4\sqrt{5}$ cm

(2)

斜辺は $\sqrt{13}$ cm だから，

$(\sqrt{5})^2+x^2=(\sqrt{13})^2$

$5+x^2=13$

$x^2=8$

$x=\pm\sqrt{8}$

$x>0$ だから，$x=\sqrt{8}$

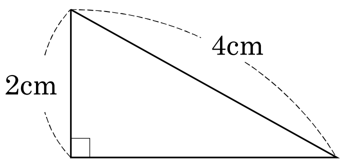
$=2\sqrt{2}$

［答］ $2\sqrt{2}$ cm

2 次の図の直角三角形で，残りの辺の長さを求めなさい。

ABCDE

①



$\mathbf{2^2+x^2=4^2}$

$\mathbf{4+x^2=16}$

$\mathbf{x^2=12}$

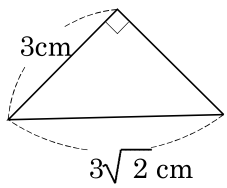
$\mathbf{x=\pm\sqrt{12}}$

$\mathbf{x>0}$ だから，$\mathbf{x=\sqrt{12}}$

$\mathbf{=2\sqrt{3}}$

$2\sqrt{3}$ cm

②



$\mathbf{3^2+x^2=(3\sqrt{2})^2}$

$\mathbf{9+x^2=18}$

$\mathbf{x^2=9}$

$\mathbf{x=\pm 3}$

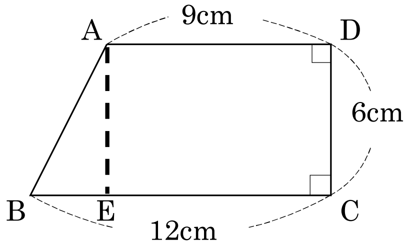
$\mathbf{x>0}$ だから，$\mathbf{x=3}$

3cm

3 次の図の台形と五角形で，残りの辺の長さを求めなさい。

BCDE

①



A から辺 BC に垂直に線分 AE をひく

直角三角形 ABE で,

$BE = 12 - 9 = 3$,　$AE = 6$

$3^2 + 6^2 = AB^2$

$9 + 36 = AB^2$

$AB^2 = 45$

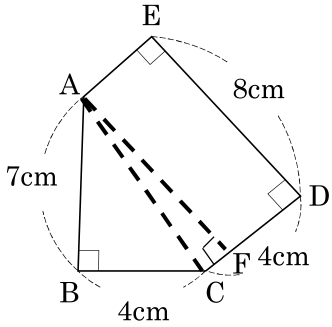
$AB = \pm\sqrt{45}$

$AB > 0$ だから，$AB = \sqrt{45}$

$= 3\sqrt{5}$

$3\sqrt{5}$ cm

②



A から辺 CD に垂直に線分 AF をひき

線分 AC をひく

直角三角形 ABC で,

$7^2 + 4^2 = AC^2$

$49 + 16 = AC^2$

$AC^2 = 65$

$AC = \pm\sqrt{65}$

$AC > 0$ だから，$AC = \sqrt{65}$

直角三角形 ACF で，$AF = 8$

$8^2 + CF^2 = (\sqrt{65})^2$

$64 + CF^2 = 65$

$CF^2 = 65 - 64$

$CF^2 = 1$

$CF > 0$ だから，$CF = 1$

$AE = 4 - 1 = 3$

3cm

4 ABCDE

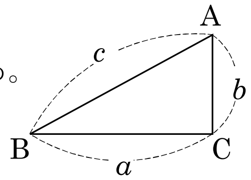
次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

三平方の定理の逆　hakken.の法則

★三平方の定理の逆

△ABC で BC＝a，CA＝b，AB＝c とするとき，次のことがいえる。

$\boldsymbol{a^2+b^2=c^2}$ ならば，その三角形は，長さ $\boldsymbol{c}$ の辺を斜辺とする直角三角形である。



例　次の長さを 3 辺とする三角形のうち，直角三角形となるものを選びなさい。

㋐　5cm，6cm，8cm　　㋑　20cm，21cm，29cm

㋒　$\sqrt{15}$ cm，$2\sqrt{6}$ cm，3cm　　㋓　0.8m，1.5m，1.6m

［解き方］　$a^2+b^2=c^2$ を使って解く，

㋐　$5^2+6^2=61$，$8^2=64$

㋑　$20^2+21^2=841$，$29^2=841$ だから，$20^2+21^2=29^2$ が成り立つ。

㋒　$(\sqrt{15})^2+3^2=24$，$(2\sqrt{6})^2=24$ だから，$(\sqrt{15})^2+3^2=(2\sqrt{6})^2$ が成り立つ。

㋓　各辺の長さを 10 倍して得られる相似な三角形で調べてもよい。

$8^2+15^2=289$，$16^2=256$　　［答］㋑，㋒

5 ABCDE

次の長さを 3 辺とする三角形のうち，直角三角形となるものを選びなさい。

㋐　$2\sqrt{3}$ m，2m，4m　　㋑　5cm，12cm，13cm

㋒　2cm，$2\sqrt{7}$ cm，6cm　　㋓　4cm，6cm，$2\sqrt{5}$ cm

㋐　$2^2+(2\sqrt{3})^2=4+12=16$，$4^2=16$ だから，$2^2+(2\sqrt{3})^2=4^2$ が成り立つ。

㋑　$5^2+12^2=25+144=169$，$13^2=169$ だから，$5^2+12^2=13^2$ が成り立つ。

㋒　$2^2+(2\sqrt{7})^2=4+28=32$，$6^2=36$ だから，成り立たない。

㋓　$4^2+(2\sqrt{5})^2=16+20=36$，$6^2=36$ だから，$4^2+(2\sqrt{5})^2=6^2$ が成り立つ。

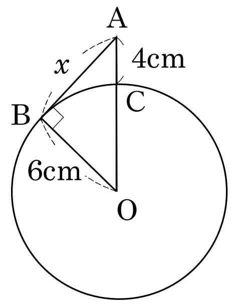
㋐，㋑，㋓

6 ABCDE

次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

三平方の定理の利用　hakken.の法則

例　右のような半径 6cm の円がある。x を求めなさい。



［解き方］　OC は半径だから，OB＝OC＝6cm

OA＝6＋4＝10　　三平方の定理より，

$x^2=10^2-6^2$

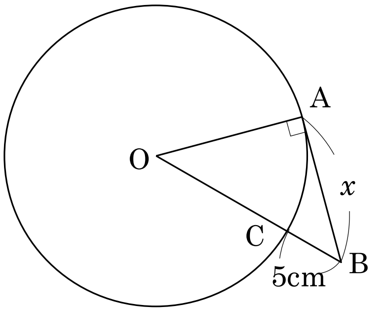
$=100-36$

$=64$

$x=\pm 8$　　$x>0$ より，

$x=8$　　［答］8cm

7 右のような半径 10cm の円がある。x を求めなさい。
ABCDE



OC は半径だから，**OA＝OC＝10cm**

OB＝10＋5＝15　三平方の定理より，

$x^2=15^2-10^2$

$=225-100$

$=125$

$x=\pm5\sqrt{5}$　　$x>0$ より，

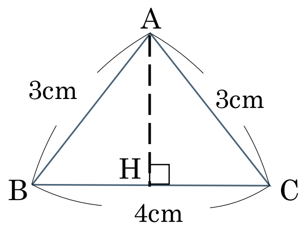
$x=5\sqrt{5}$

$5\sqrt{5}$ cm

8 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。
ABCDE

平面における線分の長さや面積　hakken.の法則

例　右の図の二等辺三角形 ABC の面積を求めなさい。



［解き方］ 頂点 A から底辺 BC に垂線 AH をひくと，
H は BC の中点となる。
AH＝$h$cm とすると，BH＝2cm だから，
直角三角形 ABH で，$2^2+h^2=3^2$
よって，$h^2=5$
$h=\pm\sqrt{5}$　　$h>0$ だから，
$h=\sqrt{5}$
したがって，$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\times\sqrt{5}=2\sqrt{5}$　　［答］ $2\sqrt{5}$ cm^2

9 次の問いに答えなさい。
ABCDE

① 1 辺が 6cm の正方形の対角線を求めなさい。

対角線の長さを **x cm** とする。$x>0$

$x^2=6^2+6^2$

$=36+36$

$=72$

$x=\pm6\sqrt{2}$　　$x>0$ だから

$x=6\sqrt{2}$

$6\sqrt{2}$ cm

② 底辺が 4cm で，2 辺が 6cm の二等辺三角形の高さと面積を求めなさい。

高さは，$6^2-2^2=32$　高さ>0 だから，$\sqrt{32}=4\sqrt{2}$

面積は，$4\times4\sqrt{2}\div2=8\sqrt{2}$

高さ **$4\sqrt{2}$ cm**　　面積 **$8\sqrt{2}$ cm^2**

10 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

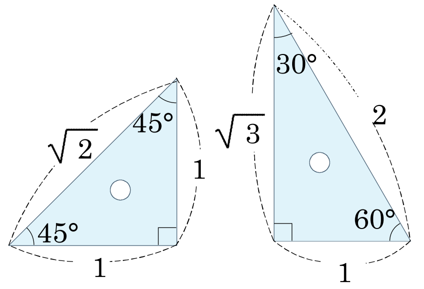
三角定規の３辺の長さの割合　hakken.の法則

★3 つの角が，90°，30°，60°の直角三角形

90°，45°，45°の直角二等辺三角形

の 3 辺の長さの割合は，右の図のようになる。

◎　1 組の三角定規は，右の図のような，直角三角形，直角二等辺三角形である。

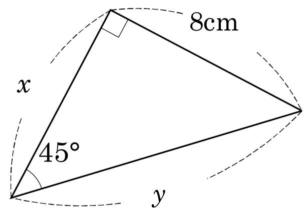


$1:1:\sqrt{2}$　　$1:2:\sqrt{3}$

11 下の図で，x，y の値を求めなさい。

ABCDE

①



$8:y=1:\sqrt{2}$

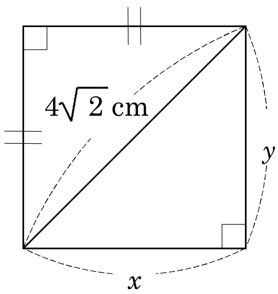
$y=8\times\sqrt{2}$

$=8\sqrt{2}$

x **8cm**

y **$8\sqrt{2}$ cm**

②



$x:4\sqrt{2}=1:\sqrt{2}$

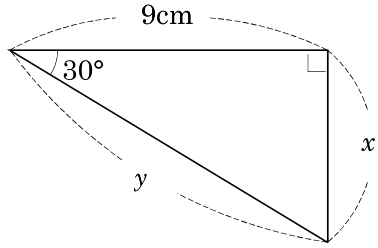
$\sqrt{2}x=4\sqrt{2}$

$x=4$

x **4cm**

y **4cm**

③



$x:9=1:\sqrt{3}$,

$\sqrt{3}x=9$

$x=3\sqrt{3}$

$3\sqrt{3}:y=1:2$

$y=6\sqrt{3}$

x **$3\sqrt{3}$ cm**

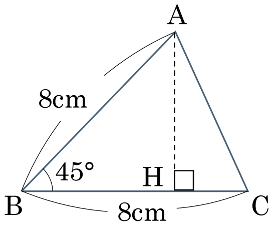
y **$6\sqrt{3}$ cm**

hakken.

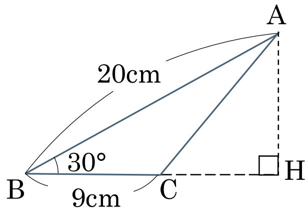
12 下の図の△ABC の面積を求めなさい。

BCDE

①



②



底辺を BC，高さを AH とする。

$AH=8\times\frac{1}{\sqrt{2}}=4\sqrt{2}$ (cm)

面積は，$\frac{1}{2}\times8\times4\sqrt{2}=16\sqrt{2}$ (cm²)

$16\sqrt{2}$ cm²

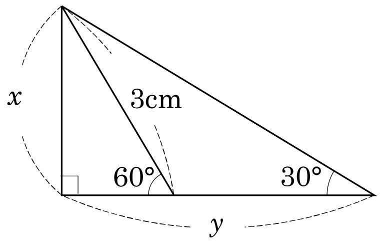
$AH=20\times\frac{1}{2}=10$(cm)

面積は，$\frac{1}{2}\times9\times10=45$(cm²)

45cm²

13 右の図で，x，y の値を求めなさい。

BCDE



$x:3=\sqrt{3}:2$,

$2x=3\sqrt{3}$

$x=\frac{3\sqrt{3}}{2}$

$\frac{3\sqrt{3}}{2}:y=1:\sqrt{3}$

$y=\frac{9}{2}$

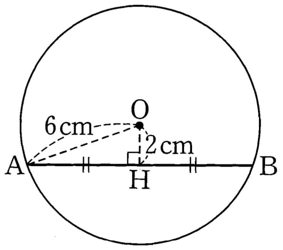
x $\frac{3\sqrt{3}}{2}$cm　y $\frac{9}{2}$cm

14 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

弦の長さ hakken.の法則

例 半径が 6cm の円 O で，中心 O からの距離が 2cm である弦 AB の長さを求めなさい。



［解き方］ 円の中心 O から弦 AB に垂線 OH をひく。H は AB の中点だから，AB＝2AH となる。

△OAH で，AH＝x cm とすると，$x^2+2^2=6^2$

したがって，$x^2=32$

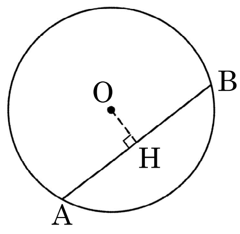
$x=\pm\sqrt{32}$　　$x>0$ だから，

$x=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$

よって，$AB=2\times4\sqrt{2}=8\sqrt{2}$ (cm)　　［答］ $8\sqrt{2}$ cm

15 ABCDE

右の図で，半径が 5cm の円 O で，弦 AB の長さが 8cm のとき，中心から AB までの距離を求めなさい。



AH＝8÷2＝4 だから，$5^2=4^2+OH^2$

$25=16+OH^2$

$OH^2=9$

$OH=\pm3$　　OH＞0 より，

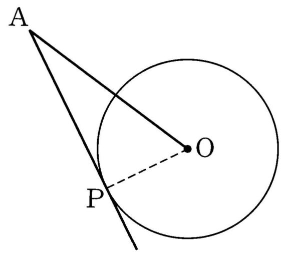
OH＝3(cm)

3cm

16 BCDE

次の問いに答えなさい。

① 半径 5cm の円 O に，中心 O との距離が 11cm の点 A から接線をひき，接点を P とする。AP の長さを求めなさい。



△APO は，∠APO＝90°の直角三角形だから，

$AP^2=11^2-5^2$

$AP^2=121-25$

$AP^2=96$

$AP=\pm4\sqrt{6}$　　AP＞0 より，

$AP=4\sqrt{6}$ (cm)

$4\sqrt{6}$ cm

② 円 O に，中心 O との距離が 8cm の点 A から接線をひき，接点を P とする。AP＝6cm のとき，円 O の半径を求めなさい。

$OP^2=8^2-6^2$

$OP^2=64-36$

$OP^2=28$

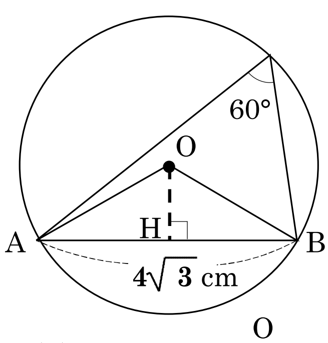
$OP=\pm2\sqrt{7}$　　OP＞0 より，

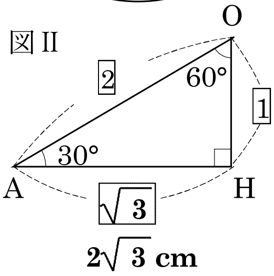
$OP=2\sqrt{7}$ (cm)

$2\sqrt{7}$ cm

17
CDE

右の図で，$\overset{\frown}{AB}$ の円周角が 60°のとき半径を求めなさい。



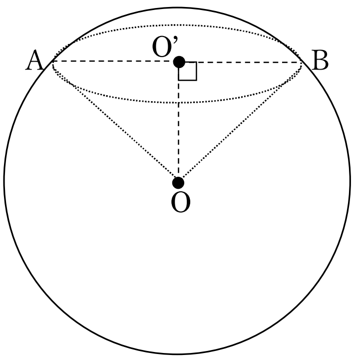


中心 **O** から **AB** に垂線をひき，**AB** との交点を **H** とする。
円周角が **60°**だから，$\angle AOB = 120°$，$\angle AOH = 60°$
$\angle AHO = 90°$，$\angle OAH = 30°$
図Ⅱより，$OH : OA : AH = 1 : 2 : \sqrt{3} = OH : OA : 2\sqrt{3}$
$OA : AH = 2 : \sqrt{3} = OA : 2\sqrt{3}$
$\sqrt{3}\,OA = 4\sqrt{3}$
$OA = 4$

4cm

18
CDE

次の図のように，半径が 8cm の球を，中心 O との距離が 6cm である平面で切った。
すると，その切り口は円となり，その中心を O’とすると，OO’=6cm となった。
切り口の円 O’の半径を求めなさい。



AO＝8cm，OO’＝6cm なので
三平方の定理より
$8^2 - 6^2 = AO'^2$
$64 - 36 = AO'^2$
$AO'^2 = 28$
$AO' = \pm 2\sqrt{7}$　　$AO' > 0$ より，
$AO' = 2\sqrt{7}$

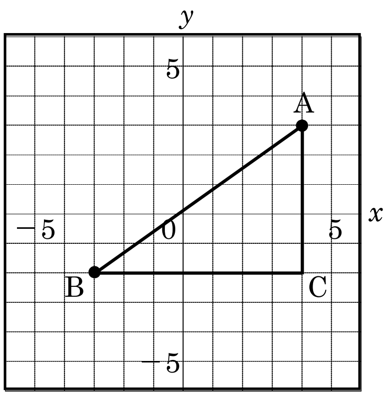
$2\sqrt{7}$ cm

19
ABCDE

次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

２点間の距離　hakken.の法則

例　2 点 A(4，3)，B(−3，−2)の間の距離を求めなさい。
［解き方］　AB を斜辺として，座標軸に平行な 2 辺を
もつ直角三角形を考える。
右の図のように，直角三角形 ABC をつくる。
$BC = 4 - (-3) = 7$
$AC = 3 - (-2) = 5$　だから，
$AB^2 = 7^2 + 5^2 = 74$
$AB = \pm\sqrt{74}$　　$AB > 0$ だから，
$AB = \sqrt{74}$　　　　［答］　$\sqrt{74}$



20 2 点 A(1, −1), B(5, 2)の間の距離を求めなさい。

ABCDE

$AB^2=(5-1)^2+\{2-(-1)\}^2$

$AB^2=16+9$

$AB^2=25$

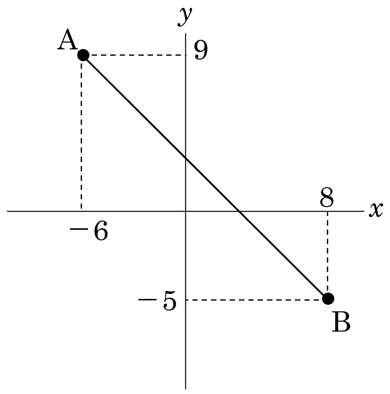
$AB=\pm5$　　$AB>0$ より,

$AB=5$

5

21 右の図の 2 点 A, B の距離を求めなさい。

BCDE



A(−6, 9), B(8, −5)だから,

$AB^2=\{8-(-6)\}^2+\{9-(-5)\}^2$

$AB^2=14^2+14^2$

$AB^2=196+196$

$AB^2=392$

$AB=\pm\sqrt{392}$

$AB=\pm14\sqrt{2}$　　$AB>0$ より,

$AB=14\sqrt{2}$

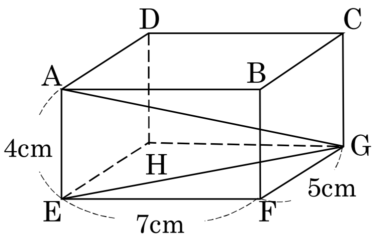
$14\sqrt{2}$

22 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

直方体の対角線　hakken.の法則

例 図のような直方体がある。対角線 AG の長さを求めなさい。



［解き方］ 底面の対角線 EG をひく。

△AEG は, ∠AEG＝90°の直角三角形だから,

$AG^2=AE^2+EG^2$…①

△EFG は, ∠EFG＝90°の直角三角形だから,

$EG^2=EF^2+FG^2$…②

①, ②から,　$AG^2=AE^2+EF^2+FG^2$

$=4^2+7^2+5^2=90$

$AG=\pm\sqrt{90}$

$=\pm3\sqrt{10}$　　$AG>0$ だから,

$AG=3\sqrt{10}$ (cm)　　［答］ $3\sqrt{10}$ (cm)

◎縦, 横, 高さがそれぞれ a, b, c である直方体では, 対角線の長さは $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

※直方体の対角線の長さはすべて等しい。

23 1 辺の長さが 4cm の立方体の対角線の長さを求めなさい。

ABCDE

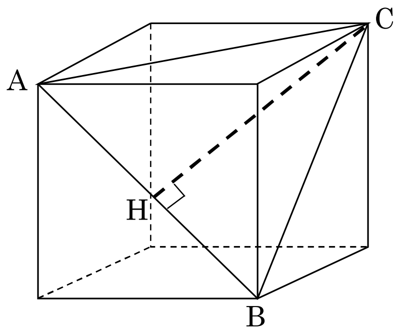
縦，横，高さがそれぞれ a，b，c である直方体では，対角線の長さは$\sqrt{a^2+b^2+c^2}$で表せるから，

$$\begin{aligned}\sqrt{a^2+b^2+c^2} &= \sqrt{4^2+4^2+4^2}\\ &= \sqrt{16+16+16}\\ &= \sqrt{48}\\ &= 4\sqrt{3}\end{aligned}$$

$4\sqrt{3}$ cm

24 立方体を頂点 A，B，C を通る平面で切る時，切り口の△ABC の面積を求めなさい。

BCDE ① 1 辺 6cm



$AB^2=6^2+6^2$

$AB^2=36+36$

$AB^2=72$

$AB=\pm\sqrt{72}$

$\quad=\pm6\sqrt{2}$

$AB>0$ より，$AB=6\sqrt{2}$

$HB=6\sqrt{2}\div2=3\sqrt{2}$

$CH^2=(6\sqrt{2})^2-(3\sqrt{2})^2$

$CH^2=72-18$

$CH^2=54$

$CH=\pm\sqrt{54}$

$\quad=\pm3\sqrt{6}$

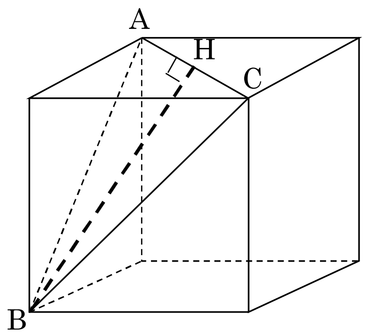
$CH>0$ より，$CH=3\sqrt{6}$

△ABC の面積$=6\sqrt{2}\times3\sqrt{6}\times\frac{1}{2}$

$\quad=18\sqrt{3}$

$18\sqrt{3}\ \mathrm{cm}^2$

② 1 辺 3cm



$AC^2=3^2+3^2$

$AC^2=9+9$

$AC^2=18$

$AC=\pm\sqrt{18}$

$AC=\pm3\sqrt{2}$

$AC>0$ より，$AC=3\sqrt{2}$

$HC=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

$BH^2=(3\sqrt{2})^2-(\frac{3\sqrt{2}}{2})^2$

$BH^2=18-\frac{9}{2}$

$BH^2=\frac{27}{2}$

$BH=\pm\sqrt{\frac{27}{2}}$

$BH=\pm\frac{\sqrt{27\times2}}{\sqrt{2\times2}}$

$BH=\pm\frac{3\sqrt{6}}{2}$

$BH>0$ より，$BH=\frac{3\sqrt{6}}{2}$

△ABC の面積$=3\sqrt{2}\times\frac{3\sqrt{6}}{2}\times\frac{1}{2}$

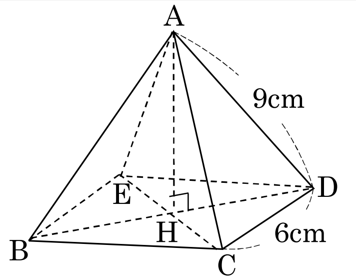
$\quad=\frac{9\sqrt{3}}{2}$

$\frac{9\sqrt{3}}{2}\mathrm{cm}^2$

25 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。
BCDE

正四角錐の高さと体積 hakken.の法則

例 次の正四角錐の高さと体積を求めなさい。

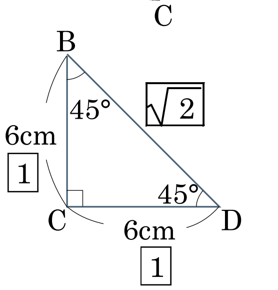


［解き方］ △BCD は直角二等辺三角形なので

CD : DB $=1:\sqrt{2}=6$(cm) : DB

DB $=6\sqrt{2}$ (cm)

H は DB の中点だから，DH $=\frac{1}{2}$DB $=3\sqrt{2}$ (cm)



$AH^2=9^2-(3\sqrt{2})^2$

$AH^2=81-18$

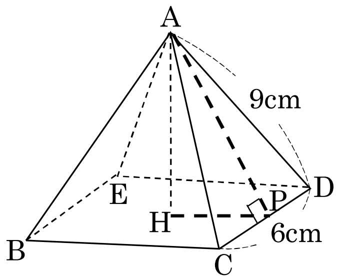
$AH^2=63$

$AH=\pm\sqrt{63}$

$AH=\pm3\sqrt{7}$　AH > 0 より，$AH=3\sqrt{7}$

体積は，$6^2\times3\sqrt{7}\times\frac{1}{3}=36\sqrt{7}$　［答］ 高さ　$3\sqrt{7}$ cm　体積　$36\sqrt{7}$ cm^3

26 次の正四角錐の表面積を求めなさい。
BCDE



$\mathbf{AP^2=9^2-3^2}$

$\mathbf{AP^2=81-9}$

$\mathbf{AP^2=72}$

$\mathbf{AP=\pm\sqrt{72}}$

$\mathbf{AP=\pm6\sqrt{2}}$　**AP > 0 だから，** $\mathbf{AP=6\sqrt{2}}$

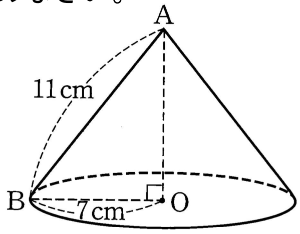
側面積は， $\mathbf{6\times6\sqrt{2}\times\frac{1}{2}\times4=72\sqrt{2}}$

底面積は， $\mathbf{6\times6=36}$

表面積は， $\mathbf{72\sqrt{2}+36}$

$\mathbf{72\sqrt{2}+36(cm^2)}$

27 底面の半径が 7cm，母線の長さが 11cm の円錐の体積と表面積を求めなさい。
BCDE



円錐の頂点 **A** と底面の中心 **O** を結ぶと，線分 **AO** が
この円錐の高さを表す。
母線の **1** つが **AB** のとき，△**ABO** は直角三角形となるから，
AO$=h$ **cm** とすると，

$h^2+7^2=11^2$

$h^2=72$

$h=\pm\sqrt{72}$

$h=\pm6\sqrt{2}$　　$h>0$ だから，　　$h=6\sqrt{2}$　　したがって，

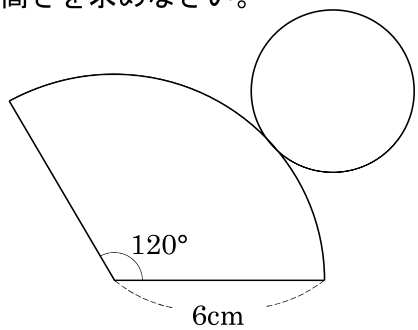
体積は，$\dfrac{1}{3}\times\pi\times7^2\times6\sqrt{2}=98\sqrt{2}\,\pi$ ←円錐の体積は，$\dfrac{1}{3}\times$(底面積)$\times$(高さ)

底面積$=7^2\pi=49\pi$，側面積$=11^2\pi\times\dfrac{7}{11}=77\pi$

表面積$=49\pi+77\pi=126\pi$

体積 $98\sqrt{2}\,\pi$ **cm**^{3}　　表面積 126π **cm**^{2}

28 次の図は円錐の展開図です。これを組み立てたときの円錐の高さを求めなさい。
CDE



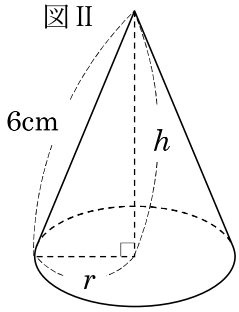
図Ⅱのような円錐になる。
底面の半径をr、高さをhとすると

$2\pi\times6\times\dfrac{120}{360}=2\pi\times r$

$4\pi=2\pi\times r$

$r=2$

図Ⅱ



$h^2=6^2-2^2$

$=36-4$

$=32$

$h=\pm\sqrt{32}$

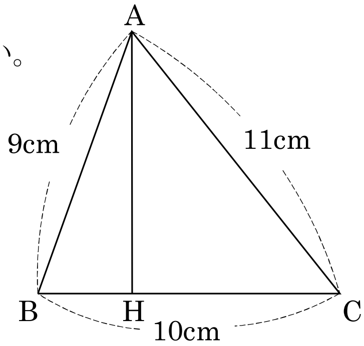
$h=\pm4\sqrt{2}$　　$h>0$ より，$h=4\sqrt{2}$ **(cm)**

$4\sqrt{2}$ **cm**

29 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。
BCDE

応用（１） hakken.の法則

例 AB＝9cm，BC＝10cm，CA＝11cm の△ABC がある。
点 A から辺 BC に垂線 AH をひく。次の問いに答えなさい。



(1) BH，AH の長さを求めなさい。

［解き方］ 2 つの直角三角形△ABH，△ACH のそれぞれで三平方の定理を使い，AH^2 を 2 通りに表す。

BH＝x cm，AH＝h cm とすると，

△ABH で，$h^2=9^2-x^2$

△ACH で，$h^2=11^2-(10-x)^2$

よって，$9^2-x^2=11^2-(10-x)^2$

$81-x^2=121-100+20x-x^2$

$-x^2+x^2-20x=121-100-81$

$-20x=121-100-81$

$-20x=-60$

$x=3$(cm)

このとき，$h^2=9^2-3^2=72$

$h=\pm\sqrt{72}$

$h=\pm6\sqrt{2}$ 　$h>0$ だから，$h=6\sqrt{2}$ (cm)

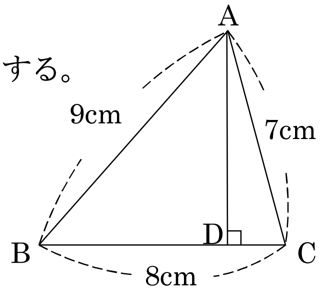
［答］ BH＝3cm，AH＝$6\sqrt{2}$ cm

(2) △ABC の面積を求めなさい。

［解き方］ △ABC＝$\frac{1}{2}\times10\times6\sqrt{2}=30\sqrt{2}$ (cm^2) ［答］ $30\sqrt{2}$ cm^2

30
BCDE

3 辺の長さが 9cm，8cm，7cm の三角形の面積を，8cm の辺を底辺として求めなさい。



△**ABC** で，**A** から辺 **BC** に垂線を引き，**BC** との交点を **D** とする。

DC＝x とすると，三平方の定理から，

AD の長さは，$7^2-x^2=9^2-(8-x)^2$

$49-x^2=81-64+16x-x^2$

$49-x^2=17+16x-x^2$

$16x=49-17$

$16x=32$

$x=2$

$AD^2=7^2-2^2$

$=49-4$

$=45$

$AD=\pm\sqrt{45}$

$AD=\pm3\sqrt{5}$ 　　**AD**＞**0** だから，$AD=3\sqrt{5}$

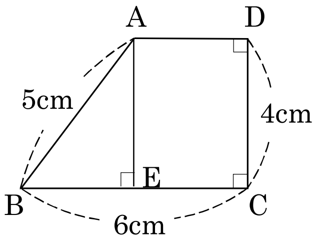
△**ABC** の面積＝$\frac{1}{2}\times8\times3\sqrt{5}=12\sqrt{5}$ (cm²)

$12\sqrt{5}$ (cm²)

31
CDE

次の図形の面積を求めなさい。

①



A から辺 **BC** にひいた垂線と
辺 **BC** との交点を **E** とする。
△**ABE** で，∠**BEA**＝**90°**
AB＝**5cm**, **AE**＝**4cm** だから，

$BE^2=5^2-4^2=25-16=9$

$BE=\pm3$ 　　**BE**＞**0** だから，**BE**＝**3**

台形の面積 **ABCD**＝△**ABE**＋四角形

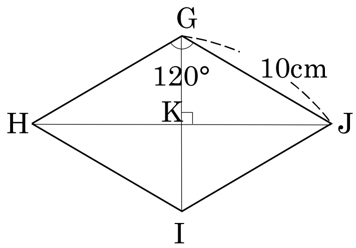
$=\frac{1}{2}\times3\times4+4\times(6-3)$

$=6+12$

$=18$(cm²)

18cm²

② ひし形



頂点 **G,I**，頂点 **H,J** を結ぶ対角線をかき
その交点を **K** とする。
△**GKJ** で，∠**GKJ**＝**90°**，
∠**JGK**＝**120°**÷**2**＝**60°**
∠**KJG**＝**180°**－(**90°**＋**60°**)＝**30°**

よって，$GK:JG:KJ=1:2:\sqrt{3}$

$=5:10:5\sqrt{3}$

$HJ=10\sqrt{3}$，$GI=10$

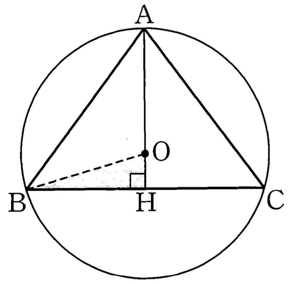
ひし形 **GHIJ** の面積＝$\frac{1}{2}\times10\sqrt{3}\times10$

$=50\sqrt{3}$ (cm²)

$50\sqrt{3}$ cm²

hakken.

32 右の図で，A，B，C は円 O の周上の点であり，△ABC は
DE AB＝AC＝5cm，BC＝6cm の二等辺三角形である。A から辺 BC にひいた垂線と BC との交点を H とすると，円の中心 O は線分 AH 上にある。



① AH の長さを求めなさい。

BH＝3cm だから，$\mathbf{AH^2=5^2-3^2}$

$\mathbf{=25-9}$

$\mathbf{=16}$

$\mathbf{AH=\pm 4}$　　$\mathbf{AH>0}$ より，

$\mathbf{AH=4(cm)}$

4cm

② 円 O の半径を x cm として方程式をつくり，x の値を求めなさい。

OB＝AO＝x cm，BH＝3cm，OH＝AH－AO＝(4－x)cm だから，

△**OBH** で，三平方の定理により，$\mathbf{3^2+(4-x)^2=x^2}$

$\mathbf{9+16-8x+x^2=x^2}$

$\mathbf{8x=9+16}$

$\mathbf{8x=25}$

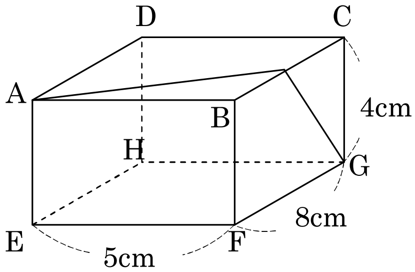
$\mathbf{x=\frac{25}{8}}$

$\mathbf{\frac{25}{8}}$

33 BCDE 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

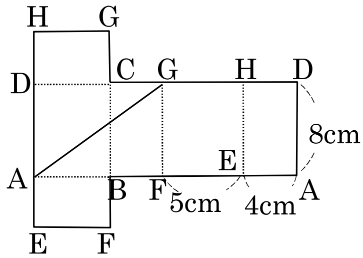
応用（２） hakken.の法則

例 右の図のような直方体がある。この直方体に，点 A から辺 BC を通って点 G までもっとも短くなるようひもをかけたとき，かけたひもの長さを求めなさい。



［解き方］ ひもの長さがもっとも短くなるとき，ひもは，展開図の上では，A と G を結ぶ線分になる。

右の図のように，辺 BC を通るとき，



$AG^2=(5+4)^2+8^2$

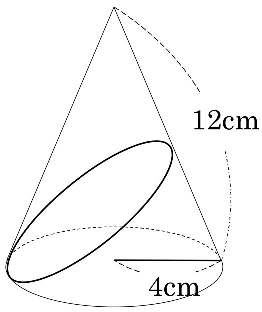
$=81+64$

$=145$

$AG=\pm\sqrt{145}$　　AG＞0 だから，

$AG=\sqrt{145}$　　　　［答］ $\sqrt{145}$ cm

34 BCDE 右の図のように，母線が 12cm，底面の半径が 4cm の円錐がある。底面の円周上の 1 点から，円錐の側面を 1 周して最短の長さで、ひもをかけるとき，ひもの長さを求めなさい。



側面の展開図は，図Ⅱのようなおうぎ形になる。

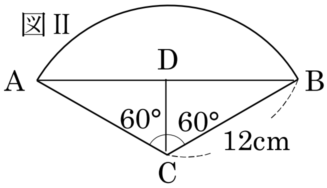
中心角を a とすると，

中心角は，$2\pi\times12\times\frac{a}{360}=2\pi\times4$

$\frac{a}{30}=4$

$a=120$

図Ⅱ



△DCA≡△DCB で，30°，60°，90°の直角三角形である。

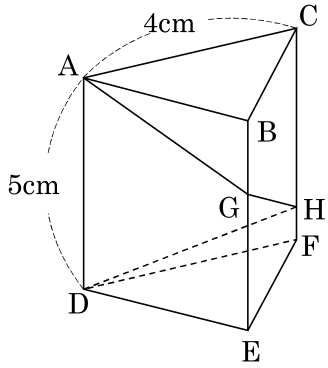
$BC:BD=2:\sqrt{3}=12:BD$

$2BD=12\sqrt{3}=AB$　…ひもの長さ

$12\sqrt{3}$ cm

35
CDE

右の図のように，底面の 1 辺が 4cm，高さが 5cm の正三角柱に，点 A から辺 BE，CF を通って点 D まで糸をまきつける。糸の長さがもっとも短くなるようにまきつけるとき，次の問いに答えなさい。



① 糸の長さを求めなさい。

図Ⅱより，$AD^2 = 5^2 + (4 \times 3)^2 = 25 + 144$

$= 169$

$AD = \pm 13$　　$AD > 0$ だから，$AD = 13$(cm)

13cm

② 糸と辺 BE，CF との交点をそれぞれ G，H とするとき，BG，CH の長さを求めなさい。

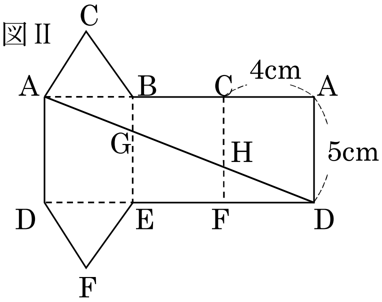
図Ⅱより，平行線と線分の比から，

BG : 5 = 1 : 3　　**CH : 5 = 2 : 3**

3BG = 5　　**3CH = 10**

BG = $\frac{5}{3}$(cm)　　**CH = $\frac{10}{3}$(cm)**

図Ⅱ



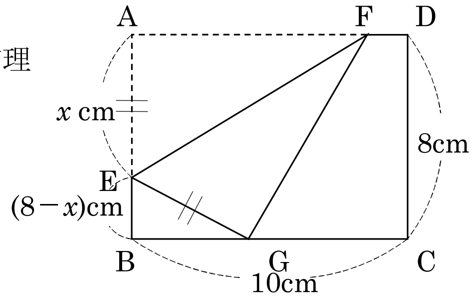
BG **$\frac{5}{3}$cm**　　CH **$\frac{10}{3}$cm**

36
BCDE

次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

応用（3）　hakken.の法則

例 AB=8cm，AD=10cm の長方形 ABCD がある。いま，この長方形を下の図のように，線分 EF を折り目として折ったら，頂点 A が辺 BC 上の点 G に重なった。
BG=4cm のとき，AE の長さを求めなさい。



［解き方］ 直角三角形 EBG について，三平方の定理を利用して方程式をつくる。

AE=x cm とすると，△EGF は△EAF を折り返したものだから，EG=AE=x cm

また，EB=AB−AE=$(8-x)$cm

△EBG で，三平方の定理により，

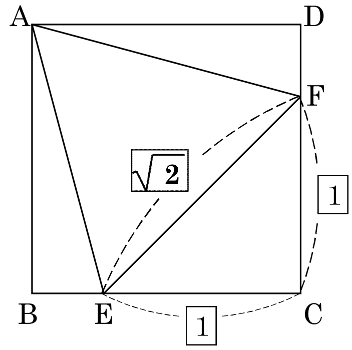
$(8-x)^2 + 4^2 = x^2$　　$\leftarrow EB^2 + BG^2 = EG^2$

$64 - 16x + x^2 + 16 = x^2$

$16x = 80$

$x = 5$　　　　［答］ 5cm

37 BCDE 右の図で，四角形 ABCD は正方形，△AEF は正三角形である。AB＝3cm のとき，AE の長さを求めなさい。



斜辺(AE＝AF)と他の 1 辺(AB＝AD)がそれぞれ等しいから
△ABE≡△ADF よって，△CEF は直角二等辺三角形
EC＝x cm とすると，EF：EC＝$\sqrt{2}$：1

$$EF : x=\sqrt{2} : 1$$

$$EF=\sqrt{2}x$$

△AEF は正三角形だから，EF＝AE＝$\sqrt{2}x$
△ABE で，三平方の定理により $(\sqrt{2}x)^2=3^2+(3-x)^2$

$$2x^2=9+9-6x+x^2$$

$$2x^2=18-6x+x^2$$

$$2x^2-x^2+6x-18=0$$

$$x^2+6x-18=0$$

$$x=\frac{-6\pm\sqrt{36+72}}{2\times1}$$

$$x=\frac{-6\pm\sqrt{108}}{2\times1}$$

$$x=\frac{-6\pm6\sqrt{3}}{2\times1}$$ **$x>0$ だから**

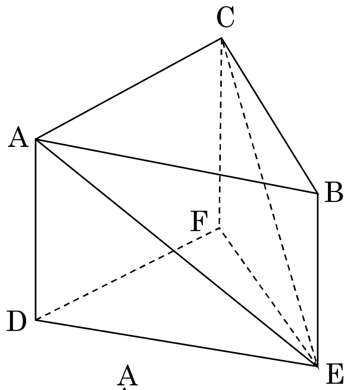
$$x=-3+3\sqrt{3}$$

$$AE=\sqrt{2}x=\sqrt{2}(-3+3\sqrt{3})$$

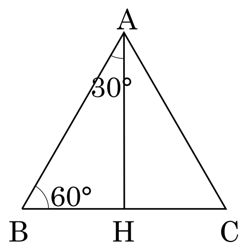
$$=-3\sqrt{2}+3\sqrt{6}\text{(cm)}$$

$-3\sqrt{2}+3\sqrt{6}$ (cm)

38 CDE 右の図のような正三角柱 ABC - DEF があり，AD＝3cm，AC＝4cm のとき，三角錐 ABCE の体積を求めなさい。

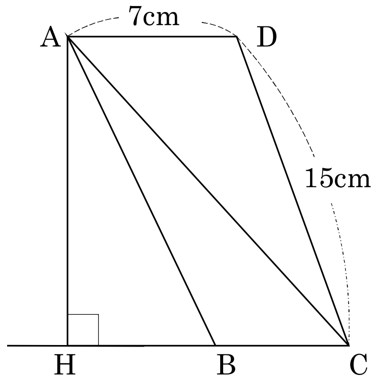


△ABC において，頂点 A から BC に垂線を引き，
その交点を H とする。BC を底辺とすると高さは
AB：AH＝2：$\sqrt{3}$＝4cm：2$\sqrt{3}$ cm
高さ＝2$\sqrt{3}$ cm，よって
△ABC の面積は $4\times2\sqrt{3}\div2=4\sqrt{3}$ cm²
体積は $4\sqrt{3}\times3\div3=4\sqrt{3}$ (cm³)



$4\sqrt{3}$ cm³

39
DE
右の図のように，平行四辺形 ABCD の頂点 A から辺 BC の延長におろした垂線を AH とする。平行四辺形 ABCD の面積が $84cm^2$，AD＝7cm，DC＝15cm のとき，次の問いに答えなさい。



① HB の長さを求めなさい。

平行四辺形 **ABCD＝84＝7×AH**
AH=84÷7＝12cm なので，三平方の定理より
HB＝x とすると，$15^2=12^2+x^2$
$x^2=225-144$
$x^2=81$
$x=\pm 9$　　$x>0$ だから，$x=9$

よって **HB＝9cm**　　**9cm**

② 対角線 AC の長さを求めなさい。

AH＝12，HC＝16 なので，三平方の定理より，
AC＝x とすると，$x^2=12^2+16^2$
$x^2=144+256$
$x^2=400$
$x=\pm 20$　　$x>0$ だから，$x=20$，よって **AC＝20cm**

20cm