

1 次の hakken.の法則を読んで解き方を覚えなさい。

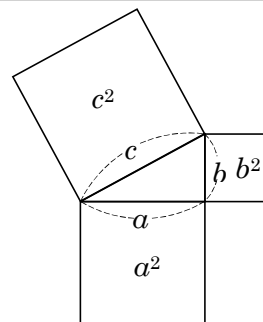
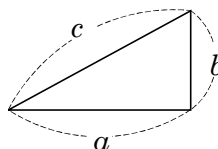
ABCDE

三平方の定理

hakken.の法則 

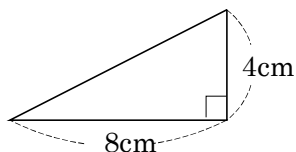
さんへいほう
★三平方の定理…直角三角形の直角をはさむ2辺の長さを a , b , 斜辺の長さを c とすると、次の関係が成り立つ。

$$a^2 + b^2 = c^2$$

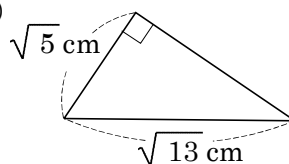


例 次の図の直角三角形で、残りの辺の長さを求めなさい。

(1)



(2)



[解き方] 残りの辺の長さを x cm として、三平方の定理を使う。

斜辺は x cm だから、

$$8^2 + 4^2 = x^2$$

$$64 + 16 = x^2$$

$$x^2 = 80$$

$$x = \pm\sqrt{80}$$

$$x > 0 \text{ だから、} x = \sqrt{80} \\ = 4\sqrt{5}$$

[答] 4√5 cm

斜辺は $\sqrt{13}$ cm だから、

$$(\sqrt{5})^2 + x^2 = (\sqrt{13})^2$$

$$5 + x^2 = 13$$

$$x^2 = 8$$

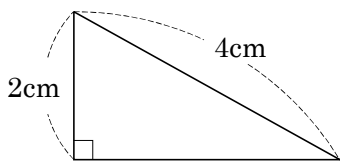
$$x = \pm\sqrt{8}$$

$$x > 0 \text{ だから、} x = \sqrt{8} \\ = 2\sqrt{2}$$

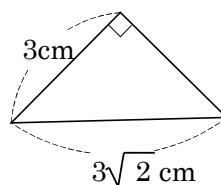
[答] 2√2 cm

2 次の図の直角三角形で、残りの辺の長さを求めなさい。

ABCDE ①

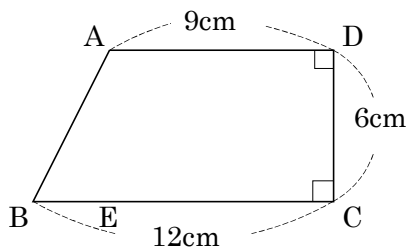


②

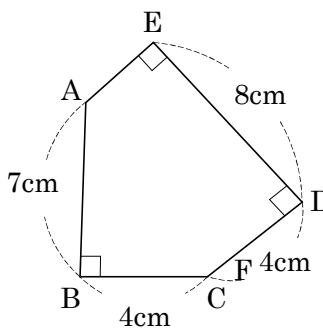


3 次の図の台形と五角形で、残りの辺の長さを求めなさい。

BCDE ①



②



4 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

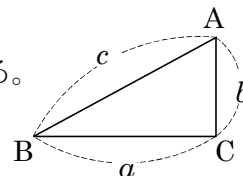
三平方の定理の逆

hakken.の法則

★三平方の定理の逆

△ABCで $BC=a$, $CA=b$, $AB=c$ とするとき、次のことがいえる。

$a^2 + b^2 = c^2$ ならば、その三角形は、長さ c の辺を斜辺とする直角三角形である。



例 次の長さを3辺とする三角形のうち、直角三角形となるものを選びなさい。

㉞ 5cm, 6cm, 8cm

㉠ 20cm, 21cm, 29cm

㉟ $\sqrt{15}$ cm, $2\sqrt{6}$ cm, 3cm

㉡ 0.8m, 1.5m, 1.6m

[解き方] $a^2 + b^2 = c^2$ を使って解く,

㉞ $5^2 + 6^2 = 61$, $8^2 = 64$

㉠ $20^2 + 21^2 = 841$, $29^2 = 841$ だから、 $20^2 + 21^2 = 29^2$ が成り立つ。

㉟ $(\sqrt{15})^2 + 3^2 = 24$, $(2\sqrt{6})^2 = 24$ だから、 $(\sqrt{15})^2 + 3^2 = (2\sqrt{6})^2$ が成り立つ。

㉡ 各辺の長さを10倍して得られる相似な三角形で調べてもよい。

$8^2 + 15^2 = 289$, $16^2 = 256$

[答] ㉠, ㉟

5 次の長さを3辺とする三角形のうち、直角三角形となるものを選びなさい。

ABCDE

㉠ $2\sqrt{3}$ m, 2m, 4m

㉡ 5cm, 12cm, 13cm

㉢ 2cm, $2\sqrt{7}$ cm, 6cm

㉣ 4cm, 6cm, $2\sqrt{5}$ cm

6 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

三平方の定理の利用

hakken.の法則 

例 右のような半径 6cm の円がある。x を求めなさい。

[解き方] OC は半径だから、OB=OC=6cm

OA=6+4=10 三平方の定理より、

$$x^2 = 10^2 - 6^2$$

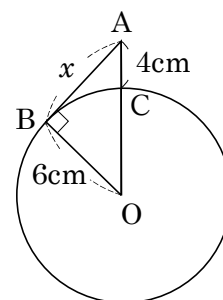
$$= 100 - 36$$

$$= 64$$

$x = \pm 8$ $x > 0$ より、

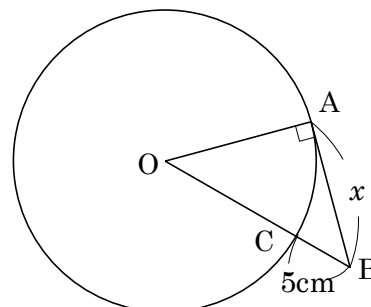
$x = 8$

[答] 8cm



7 右のような半径 10cm の円がある。x を求めなさい。

ABCDE



8 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

平面における線分の長さや面積

hakken. の法則 

例 右の図の二等辺三角形 ABC の面積を求めなさい。

[解き方] 頂点 A から底辺 BC に垂線 AH をひくと、
H は BC の中点となる。

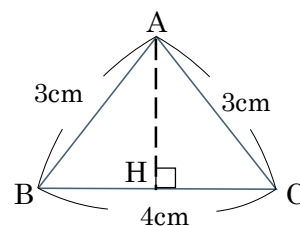
AH = h cm とすると、BH = 2 cm だから、
直角三角形 ABH で、 $2^2 + h^2 = 3^2$

よって、 $h^2 = 5$

$$h = \pm\sqrt{5} \quad h > 0 \text{ だから、}$$

$$h = \sqrt{5}$$

$$\text{したがって、} \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$



[答] $2\sqrt{5} \text{ cm}^2$

9 次の問いに答えなさい。

ABCDE ① 1 辺が 6cm の正方形の対角線を求めなさい。

② 底辺が 4cm で、2 辺が 6cm の二等辺三角形の高さと面積を求めなさい。

高さ _____ 面積 _____

10 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

三角定規の 3 辺の長さの割合

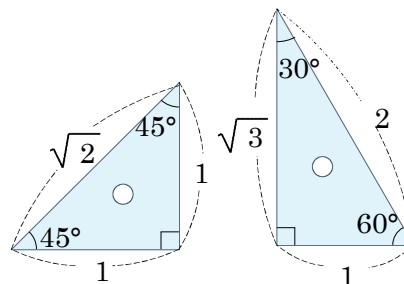
hakken. の法則 

★ 3 つの角が、 90° 、 30° 、 60° の直角三角形

90° 、 45° 、 45° の直角二等辺三角形

の 3 辺の長さの割合は、右の図のようになる。

◎ 1 組の三角定規は、右の図のような、直角三角形、
直角二等辺三角形である。

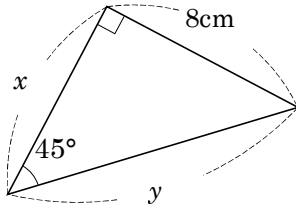


$1 : 1 : \sqrt{2}$

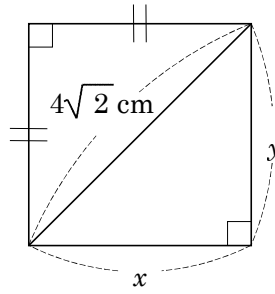
$1 : \sqrt{3} : 2$

11 下の図で, x , y の値を求めなさい。

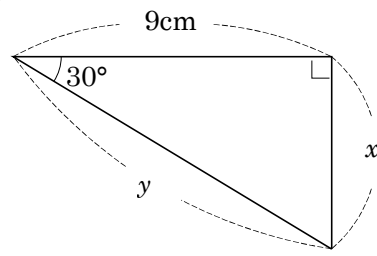
ABCDE ①



②



③



x _____

x _____

x _____

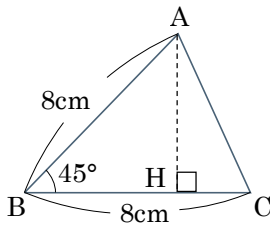
y _____

y _____

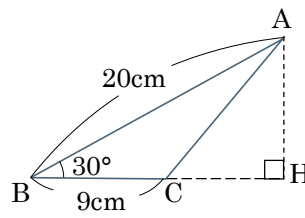
y _____

12 下の図の△ABC の面積を求めなさい。

BCDE ①

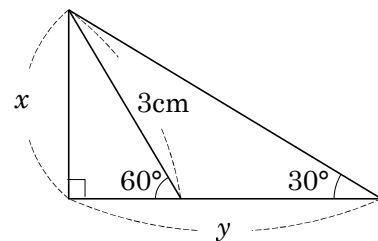


②



13 右の図で, x , y の値を求めなさい。

BCDE



x

y

14 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

弦の長さ

hakken. の法則 

例 半径が 6cm の円 O で、中心 O からの距離が 2cm である弦 AB の長さを求めなさい。

[解き方] 円の中心 O から弦 AB に垂線 OH をひく。H は AB の中点だから、 $AB=2AH$ となる。

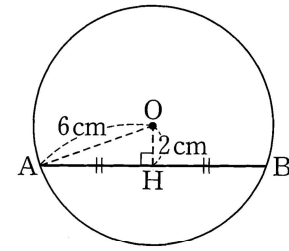
$\triangle OAH$ で、 $AH=x$ cm とすると、 $x^2+2^2=6^2$

したがって、 $x^2=32$

$$x=\pm\sqrt{32} \quad x>0 \text{ だから,}$$

$$x=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$$

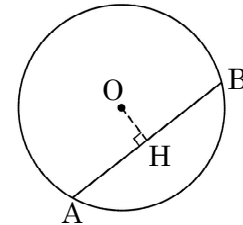
よって、 $AB=2\times 4\sqrt{2}=8\sqrt{2}$ (cm)



[答] $8\sqrt{2}$ cm

15 右の図で、半径が 5cm の円 O で、弦 AB の長さが 8cm のとき、中心から AB までの距離を求めなさい。

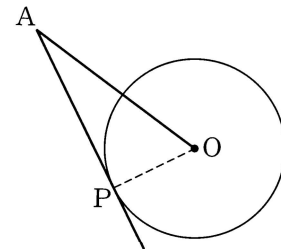
ABCDE



16 次の問いに答えなさい。

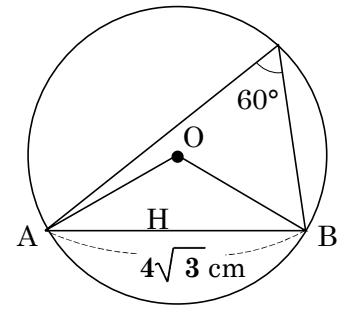
BCDE

① 半径 5cm の円 O に、中心 O との距離が 11cm の点 A から接線をひき、接点を P とする。AP の長さを求めなさい。

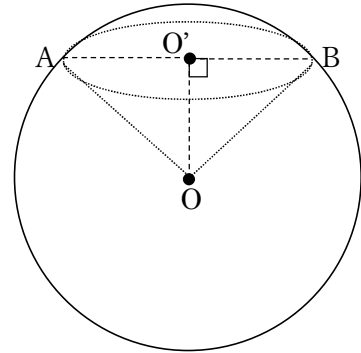


② 円 O に、中心 O との距離が 8cm の点 A から接線をひき、接点を P とする。AP=6cm のとき、円 O の半径を求めなさい。

- 17
CDE 右の図で、 \widehat{AB} の円周角が 60° のとき半径を求めなさい。



- 18
CDE 次の図のように、半径が 8cm の球を、中心 O との距離が 6cm である平面で切った。すると、その切り口は円となり、その中心を O' とすると、 $OO'=6\text{cm}$ となった。切り口の円 O' の半径を求めなさい。



- 19
ABCDE 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

2点間の距離

hakken. の法則

例 2点 $A(4, 3)$, $B(-3, -2)$ の間の距離を求めなさい。

[解き方] AB を斜辺として、座標軸に平行な2辺をもつ直角三角形を考える。

右の図のように、直角三角形 ABC をつくる。

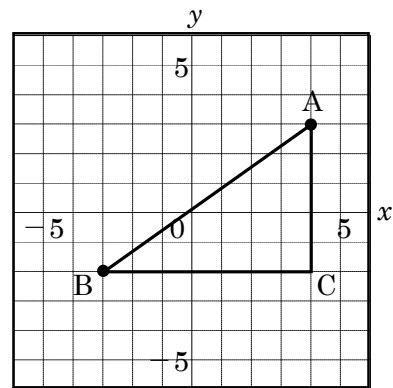
$$BC = 4 - (-3) = 7$$

$$AC = 3 - (-2) = 5 \quad \text{だから,}$$

$$AB^2 = 7^2 + 5^2 = 74$$

$$AB = \pm\sqrt{74} \quad AB > 0 \quad \text{だから,}$$

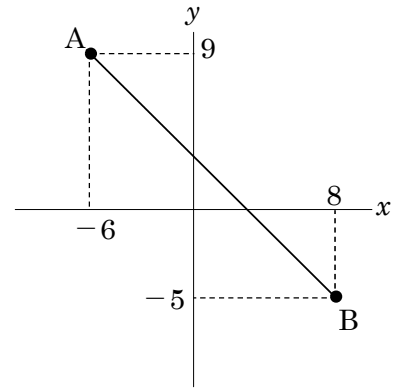
$$AB = \sqrt{74} \quad \quad \quad \text{[答]} \quad \underline{\sqrt{74}}$$



- 20
ABCDE 2点 $A(1, -1)$, $B(5, 2)$ の間の距離を求めなさい。

21 右の図の2点A, Bの距離を求めなさい。

BCDE



22 次のhakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

直方体の対角線

hakken.の法則

例 図のような直方体がある。対角線AGの長さを求めなさい。

[解き方] 底面の対角線EGをひく。

△AEGは、∠AEG=90°の直角三角形だから、

$$AG^2 = AE^2 + EG^2 \dots \textcircled{1}$$

△EFGは、∠EFG=90°の直角三角形だから、

$$EG^2 = EF^2 + FG^2 \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ から, } AG^2 = AE^2 + EF^2 + FG^2$$

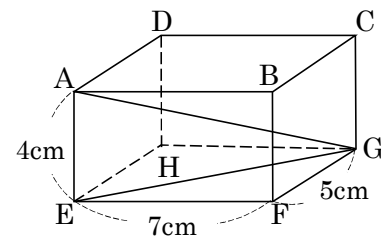
$$= 4^2 + 7^2 + 5^2 = 90$$

$$AG = \pm\sqrt{90}$$

$$= \pm 3\sqrt{10} \quad AG > 0 \text{ だから,}$$

$$AG = 3\sqrt{10} \text{ (cm)}$$

[答] 3√10 (cm)



◎縦、横、高さがそれぞれ a, b, c である直方体では、対角線の長さは $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

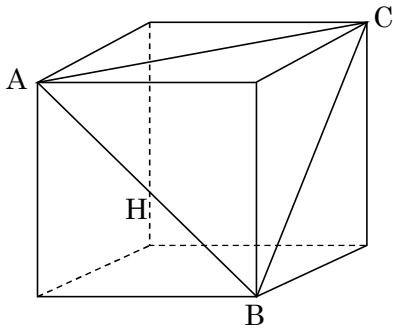
※直方体の対角線の長さはすべて等しい。

23 1辺の長さが4cmの立方体の対角線の長さを求めなさい。

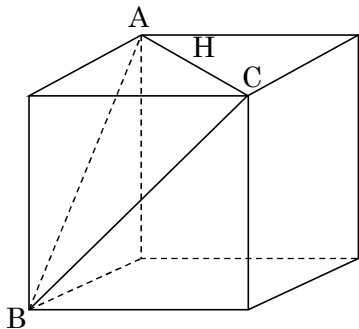
ABCDE

24 立方体を頂点 A, B, C を通る平面で切る時, 切り口の△ABC の面積を求めなさい。

BCDE ① 1 辺 6cm



② 1 辺 3cm



25 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

正四角錐の高さと体積

hakken. の法則

例 次の正四角錐の高さと体積を求めなさい。

[解き方] △BCD は直角二等辺三角形なので

$$CD : DB = 1 : \sqrt{2} = 6(\text{cm}) : DB$$

$$DB = 6\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

H は DB の中点だから, $DH = \frac{1}{2}DB = 3\sqrt{2} \text{ (cm)}$

$$AH^2 = 9^2 - (3\sqrt{2})^2$$

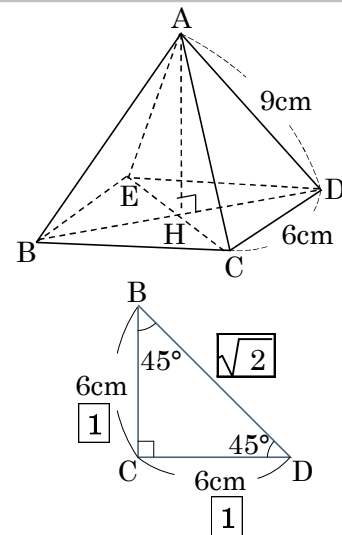
$$AH^2 = 81 - 18$$

$$AH^2 = 63$$

$$AH = \pm\sqrt{63}$$

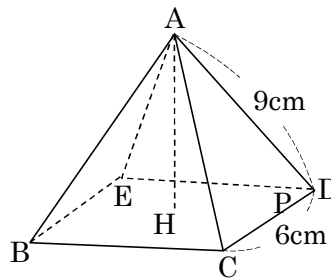
$$AH = \pm 3\sqrt{7} \quad AH > 0 \text{ より, } AH = 3\sqrt{7}$$

体積は, $6^2 \times 3\sqrt{7} \times \frac{1}{3} = 36\sqrt{7}$ [答] 高さ $3\sqrt{7} \text{ cm}$ 体積 $36\sqrt{7} \text{ cm}^3$



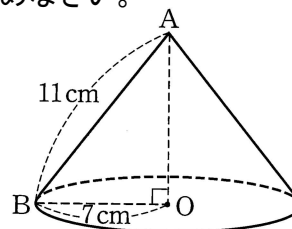
26 次の正四角錐の表面積を求めなさい。

BCDE



27 底面の半径が 7cm, 母線の長さが 11cm の円錐の体積と表面積を求めなさい。

BCDE

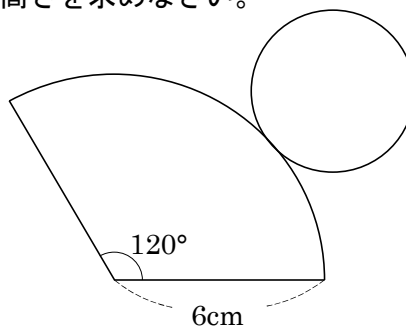


体積 _____

表面積 _____

28 次の図は円錐の展開図です。これを組み立てたときの円錐の高さを求めなさい。

CDE



29 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

応用(1)

hakken. の法則 

例 $AB=9\text{cm}$, $BC=10\text{cm}$, $CA=11\text{cm}$ の $\triangle ABC$ がある。
点 A から辺 BC に垂線 AH をひく。次の問いに答えなさい。

(1) BH, AH の長さを求めなさい。

[解き方] 2つの直角三角形 $\triangle ABH$, $\triangle ACH$ のそれぞれで
三平方の定理を使い, AH^2 を 2 通りに表す。

$BH=x\text{ cm}$, $AH=h\text{ cm}$ とすると,

$$\triangle ABH \text{ で, } h^2=9^2-x^2$$

$$\triangle ACH \text{ で, } h^2=11^2-(10-x)^2$$

$$\text{よって, } 9^2-x^2=11^2-(10-x)^2$$

$$81-x^2=121-100+20x-x^2$$

$$-x^2+x^2-20x=121-100-81$$

$$-20x=121-100-81$$

$$-20x=-60$$

$$x=3(\text{cm})$$

$$\text{このとき, } h^2=9^2-3^2=72$$

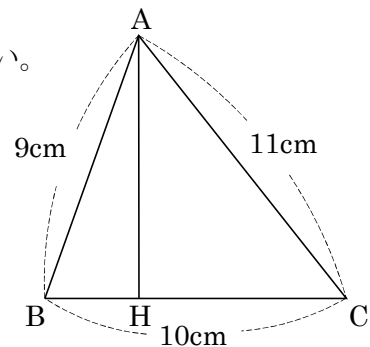
$$h=\pm\sqrt{72}$$

$$h=\pm 6\sqrt{2} \quad h>0 \text{ だから, } h=6\sqrt{2}(\text{cm})$$

$$[\text{答}] \quad \underline{BH=3\text{cm}, AH=6\sqrt{2}\text{ cm}}$$

(2) $\triangle ABC$ の面積を求めなさい。

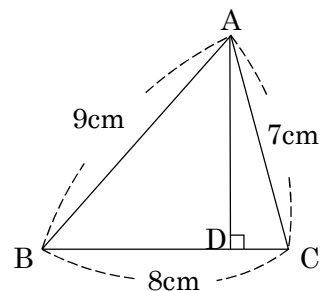
[解き方] $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 10 \times 6\sqrt{2} = 30\sqrt{2}(\text{cm}^2)$ [答] $\underline{30\sqrt{2}\text{ cm}^2}$



30

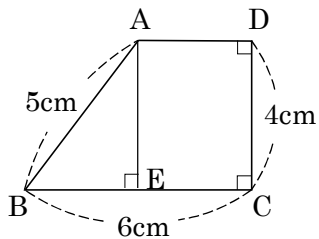
BCDE

3 辺の長さが 9cm , 8cm , 7cm の三角形の面積を, 8cm の辺を底辺として求めなさい。

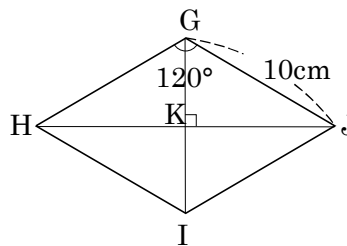


31 次の図形の面積を求めなさい。
CDE

①

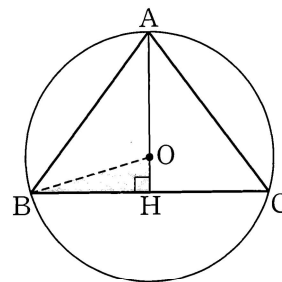


② ひし形



32 右の図で、A, B, C は円 O の周上の点であり、 $\triangle ABC$ は $AB=AC=5\text{cm}$, $BC=6\text{cm}$ の二等辺三角形である。A から辺 BC にひいた垂線と BC との交点を H とすると、円の中心 O は線分 AH 上にある。

① AH の長さを求めなさい。



② 円 O の半径を $x\text{cm}$ として方程式をつくり、 x の値を求めなさい。

33 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

応用(2)

hakken. の法則 

例 右の図のような直方体がある。この直方体に、点 A から辺 BC を通って点 G まで最も短くなるようひもをかけたとき、かけたひもの長さを求めなさい。

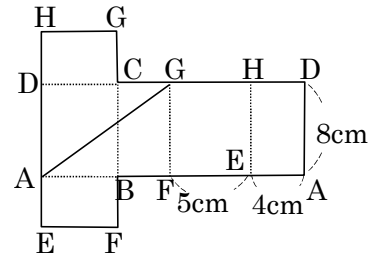
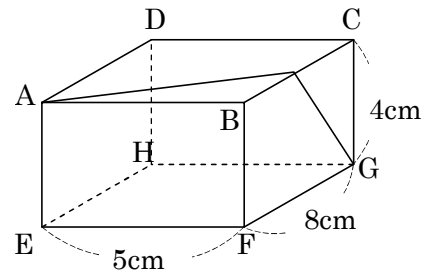
[解き方] ひもの長さが最も短くなるとき、ひもは、展開図の上では、A と G を結ぶ線分になる。

右の図のように、辺 BC を通るとき、

$$\begin{aligned} AG^2 &= (5+4)^2 + 8^2 \\ &= 81 + 64 \\ &= 145 \end{aligned}$$

$$AG = \pm\sqrt{145} \quad AG > 0 \text{ だから,}$$

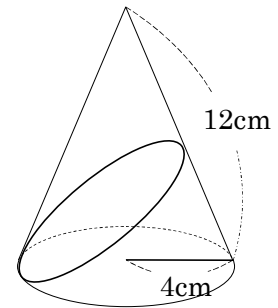
$$AG = \sqrt{145} \quad \text{[答]} \quad \underline{\sqrt{145} \text{ cm}}$$



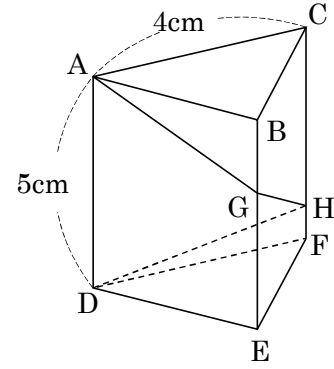
34 右の図のように、母線が 12cm、底面の半径が 4cm の円錐がある。

BCDE

底面の円周上の 1 点から、円錐の側面を 1 周して最短の長さで、ひもをかけるとき、ひもの長さを求めなさい。



35 右の図のように、底面の1辺が4cm、高さが5cmの正三角柱に、点Aから辺BE、CFを通して点Dまで糸をまきつける。糸の長さがもっとも短くなるようにまきつけるとき、次の問いに答えなさい。



① 糸の長さを求めなさい。

② 糸と辺BE、CFとの交点をそれぞれG、Hとするとき、BG、CHの長さを求めなさい。

BG

CH

36 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

応用(3)

hakken.の法則

例 AB=8cm、AD=10cmの長方形ABCDがある。いま、この長方形を下の図のように、線分EFを折り目として折ったら、頂点Aが辺BC上の点Gに重なった。

BG=4cmのとき、AEの長さを求めなさい。

[解き方] 直角三角形EBGについて、三平方の定理を利用して方程式をつくる。

AE=x cm とすると、△EGFは△EAFを折り返したものだから、EG=AE=x cm

また、EB=AB-AE=(8-x)cm

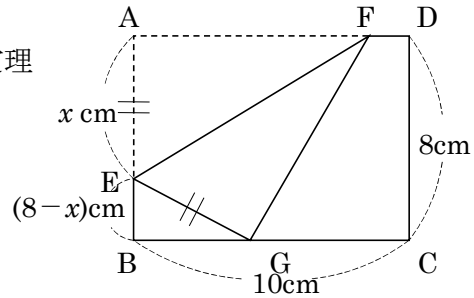
△EBGで、三平方の定理により、

$$(8-x)^2 + 4^2 = x^2 \quad \leftarrow EB^2 + BG^2 = EG^2$$

$$64 - 16x + x^2 + 16 = x^2$$

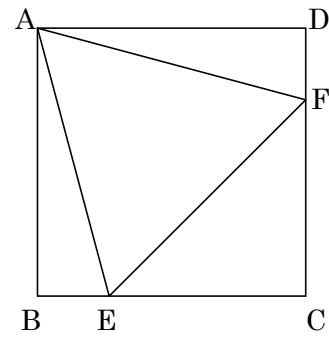
$$16x = 80$$

$$x = 5$$

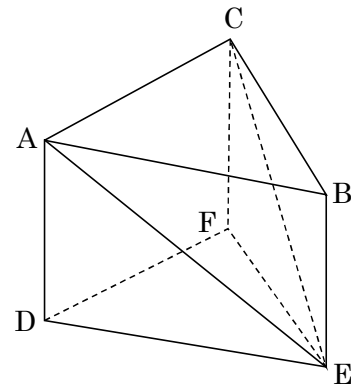


[答] 5cm

- 37 右の図で、四角形 ABCD は正方形、 $\triangle AEF$ は正三角形である。
BCDE AB=3cm のとき、AE の長さを求めなさい。

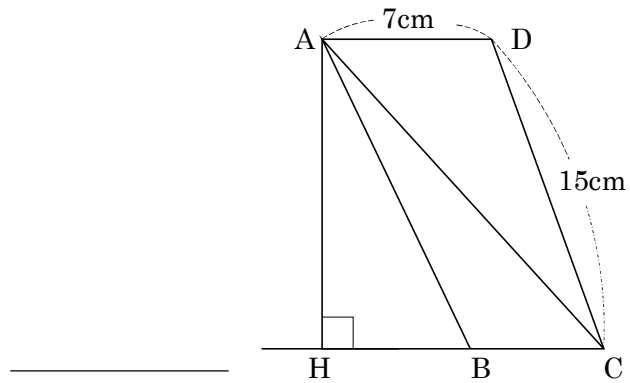


- 38 右の図のような正三角柱 ABC - DEF があり、AD=3cm,
CDE AC=4cm のとき、三角錐 ABCE の体積を求めなさい。



39 右の図のように、平行四辺形 ABCD の頂点 A から辺 BC の延長におろした垂線を AH とする。平行四辺形 ABCD の面積が 84cm^2 、 $AD=7\text{cm}$ 、 $DC=15\text{cm}$ のとき、次の問いに答えなさい。

① HB の長さを求めなさい。



② 対角線 AC の長さを求めなさい。