

1 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

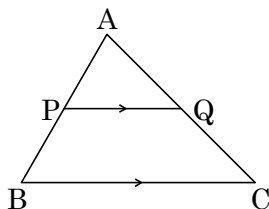
ABCDE

平行線と線分の比

hakken.の法則 

★平行線と線分の比

①



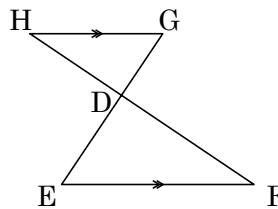
$\triangle APQ$ と $\triangle ABC$ で

$PQ \parallel BC$ ならば,

$$AP : AB = AQ : AC = PQ : BC$$

$$AP : PB = AQ : QC$$

②



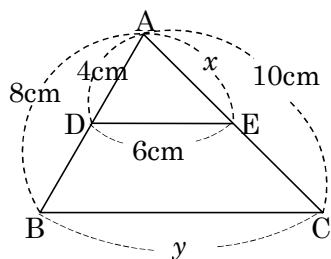
$\triangle DGH$ と $\triangle DEF$ で

$EF \parallel GH$ ならば,

$$DE : DG = DF : DH = EF : GH$$

例 次の図で $DE \parallel BC$ のとき, x と y の値を求めなさい。

(1)



[解き方] $x : 10 = 4 : 8$

$$x : 10 = 1 : 2$$

$$2x = 10 \times 1$$

$$2x = 10$$

$$x = 5$$

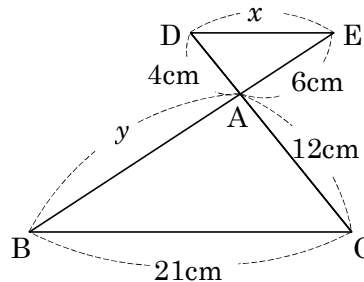
$$6 : y = 1 : 2$$

$$y = 6 \times 2$$

$$y = 12$$

[答] $x = 5, y = 12$

(2)



$$x : 21 = 4 : 12$$

$$x : 21 = 1 : 3$$

$$3x = 21 \times 1$$

$$3x = 21$$

$$x = 7$$

$$6 : y = 1 : 3$$

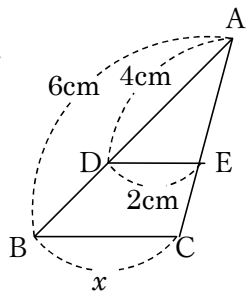
$$y = 6 \times 3$$

$$y = 18$$

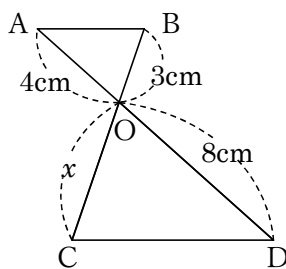
[答] $x = 7, y = 18$

2 x の値を求めなさい。

ABCDE ① $DE \parallel BC$

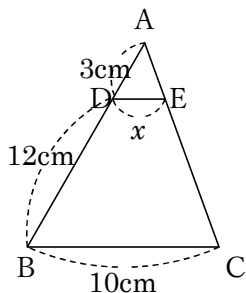


② $AB \parallel CD$

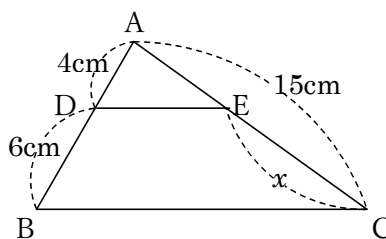


3 x の値を求めなさい。

BCDE ① $DE \parallel BC$

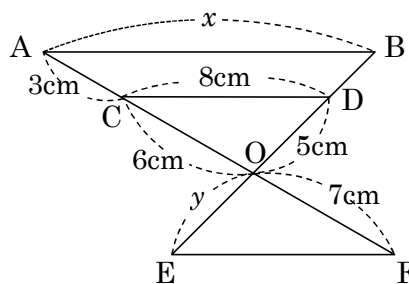


② $DE \parallel BC$



4 右の図で、 $AB \parallel CD \parallel EF$ のとき x, y の値を求めなさい。

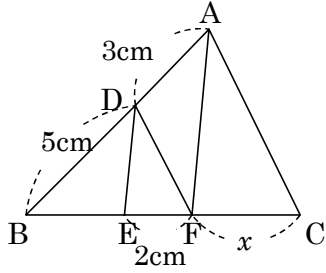
BCDE



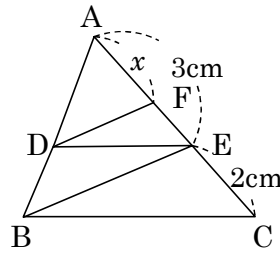
x _____ y _____

5 x の値を求めなさい。

BCDE ① $DE \parallel AF, DF \parallel AC$



② $DF \parallel BE, DE \parallel BC$



6 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

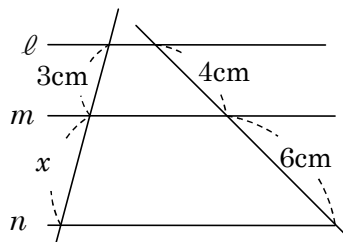
ABCDE

平行線にはさまれた線分の比

hakken. の法則

例 下の図で $l \parallel m \parallel n$ のとき、 x の値を求めなさい。

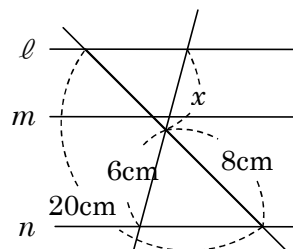
①



[解き方] $3 : x = 4 : 6$
 $3 : x = 2 : 3$
 $2x = 3 \times 3$
 $2x = 9$
 $x = 9 \div 2$
 $x = 4.5$

[答] 4.5cm

②

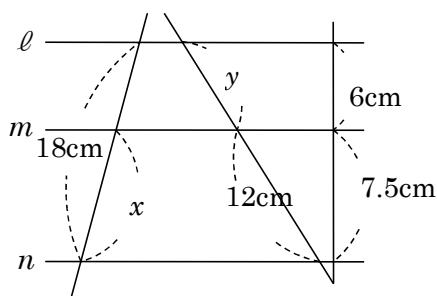


$(20 - 8) : 8 = x : 6$
 $12 : 8 = x : 6$
 $3 : 2 = x : 6$
 $2x = 3 \times 6$
 $2x = 18$
 $x = 18 \div 2$
 $x = 9$

[答] 9cm

7 下の図で $\ell \parallel m \parallel n$ のとき, x, y の値を求めなさい。

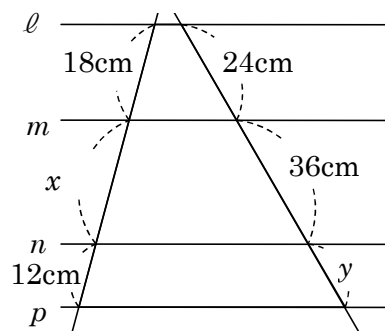
ABCDE



x _____ y _____

8 右の図で $\ell \parallel m \parallel n \parallel p$ のとき x, y の長さを求めなさい。

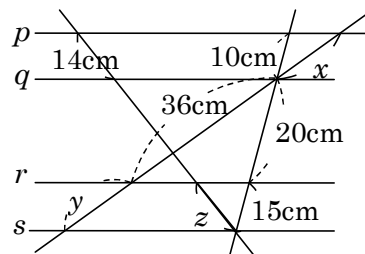
BCDE



x _____ y _____

9 右の図で $p \parallel q \parallel r \parallel s$ のとき, x, y, z の値を求めなさい。

BCDE



x _____ y _____ z _____

10 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

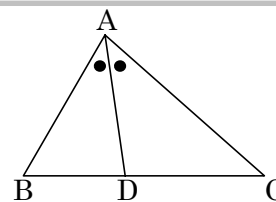
角の二等分線と比

hakken.の法則 

★角の二等分線と比

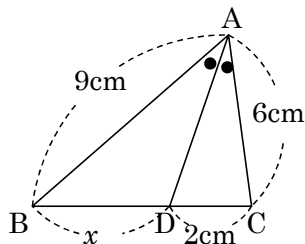
△ABC の∠A の二等分線と辺 BC との交点を D とすると

$$AB : AC = BD : DC$$



例 右の図で、AD が∠BAC の二等分線であるとき x の値を求めなさい。

(1)



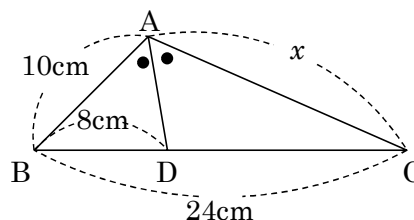
[解き方] $9 : 6 = x : 2$

$$6x = 18$$

$$x = 3$$

[答] 3cm

(2)



$$DC = 24 - 8 = 16$$

$$10 : x = 8 : 16$$

$$10 : x = 1 : 2$$

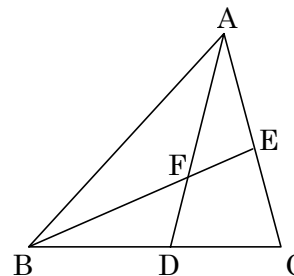
$$x = 20$$

[答] 20cm

11 $AB=8\text{cm}$, $BC=7\text{cm}$, $CA=6\text{cm}$ の△ABC で、∠A の二等分線と辺 BC の交点を D、∠B の二等分線と辺 CA の交点を E とする。また、AD と BE の交点を F とする。

ABCDE

① BD, AE の長さを求めなさい。



BD _____ AE _____

② $AF : FD$, $BF : FE$ のそれぞれを、もっとも簡単な整数の比で表しなさい。

$AF : FD$ _____ $BF : FE$ _____

12 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

線分の比と平行線の関係

hakken. の法則 

★線分の比と平行線の関係

図 I の $\triangle ABC$ で、辺 AB , AC 上に、それぞれ、点 D , 点 E があるとき、

① $AD : AB = AE : AC$ ならば、 $DE // BC$

② $AD : DB = AE : EC$ ならば、 $DE // BC$

◎ 上記の ①, ② は、2 点 D , E が、右図 II のように、辺 BA , CA の延長線上にある場合にも成り立つ。

例 図 I で、 $AD : AB = AE : AC$ ならば、 $DE // BC$ であることを証明しなさい。

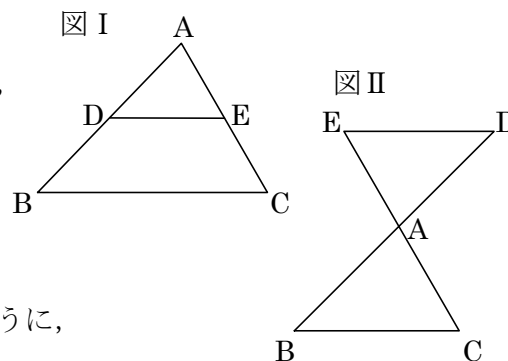
[証明] $\triangle ADE$ と $\triangle ABC$ において、仮定より、 $AD : AB = AE : AC \dots ①$

共通だから、 $\angle EAD = \angle CAB \dots ②$

①, ② より、2 組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しいから、

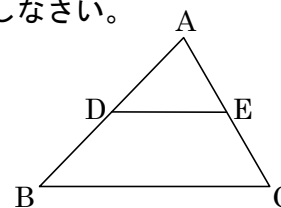
$\triangle ADE \sim \triangle ABC$ よって、 $\angle ADE = \angle ABC$

同位角が等しいので、 $DE // BC$



13 右の図で、 $AD : DB = AE : EC$ ならば、 $DE // BC$ であることを証明しなさい。

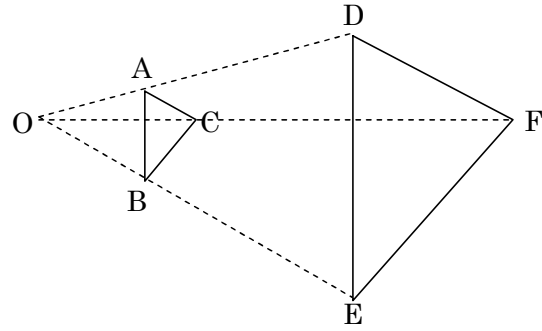
ABCDE



14 右の図は点 O と $\triangle ABC$ の各頂点を通る直線 OA, OB, OC 上にそれぞれ、点 D, 点 E, 点 F を
BCDE $3OA=OD, 3OB=OE, 3OC=OF$ となるようにとり、 $\triangle DEF$ をかいたものである。

次の問いに答えなさい。

① $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ となることを証明しなさい。



② $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ の相似比を答えなさい。

15 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

中点連結定理 (1)

hakken. の法則

ちゅうてんれんけつていり
★ 中点連結定理

$\triangle ABC$ の 2 辺 AB, AC の中点を、それぞれ D, E とすると

$DE \parallel BC, DE = \frac{1}{2}BC$

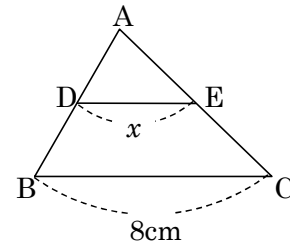
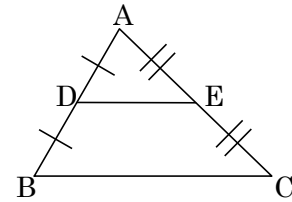
例 右の図で、D, E がそれぞれ AB, AC の中点であるとき、 x の値を求めなさい。

[解き方] 中点連結定理より $DE = \frac{1}{2}BC$

$x = \frac{1}{2} \times 8$

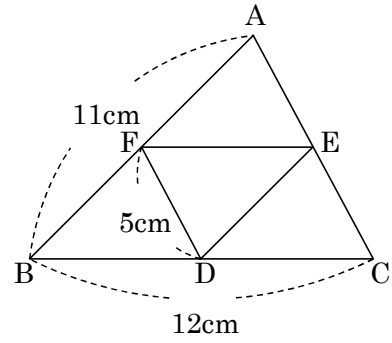
$x = 4$

[答] 4cm



16 次の図の△ABCで、D、E、Fはそれぞれ辺BC、CA、ABの中点である。次の問いに答えなさい。

① 辺DE、EF、CAの長さを求めなさい。



CA=10

DE _____ EF _____ CA _____

② EDとABの位置関係を記号で答えなさい。

③ ①②に使った定理を何と言いますか。漢字で書きなさい。

17 次のhakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

中点連結定理(2)

hakken.の法則💡

例 AB//CD, AC, BDの中点をそれぞれM, Nとするとき、xの長さを求めなさい。

[解き方] 線分BCを引き、MNとの交点をGとする。

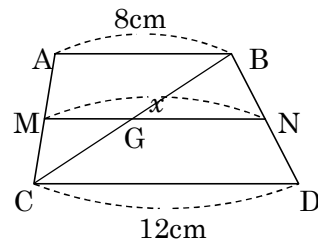
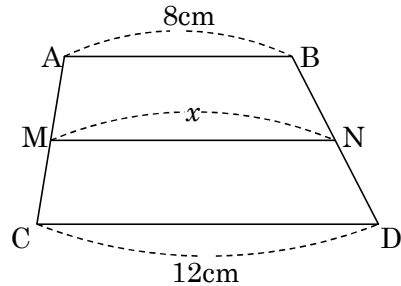
△ACBにおいて中点連結定理より、

$$MG = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 8 = 4$$

△BCDにおいて中点連結定理より

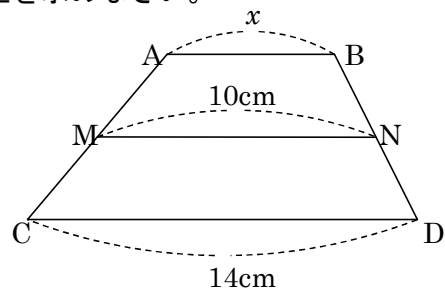
$$GN = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2} \times 12 = 6$$

$$x = MG + GN = 4 + 6 = 10 \quad \text{[答]} \underline{10\text{cm}}$$



18 AB//CD, ACの中点M, BDの中点をNとするときxの値を求めなさい。

ABCDE



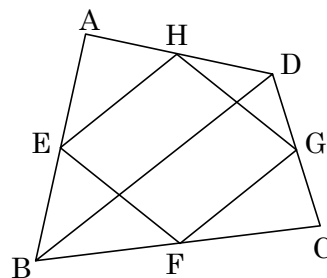
19 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

中点連結定理 (3)

hakken.の法則 

- 例 四角形 ABCD の辺 AB, BC, CD, DA の中点をそれぞれ E, F, G, H とする。次の問いに答えなさい。
- (1) 四角形 EFGH が平行四辺形になることを証明しなさい。



[証明]

$\triangle ABD$, $\triangle CBD$ のそれぞれにおいて、
中点連結定理より、

$$EH \parallel BD, EH = \frac{1}{2}BD, FG \parallel BD, FG = \frac{1}{2}BD$$

したがって、 $EH \parallel FG$, $EH = FG$

1組の対辺が平行でその長さが等しいから、四角形 EFGH は平行四辺形である。

- (2) $AC=BD$ のとき、四角形 EFGH はどんな四角形になるか答えなさい。

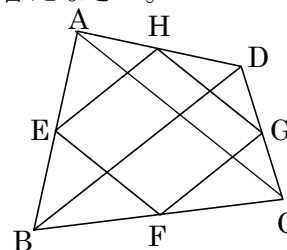
[解き方] (1)より $EH = FG = \frac{1}{2}BD$

また、 $\triangle ABC$, $\triangle ADC$ のそれぞれにおいて、
中点連結定理より、

$$EF = HG = \frac{1}{2}AC, \text{ 仮定より } AC = BD \text{ だから}$$

$EH = FG = EF = HG$, 4 辺が等しいから四角形 EFGH はひし形になる。

[答] ひし形

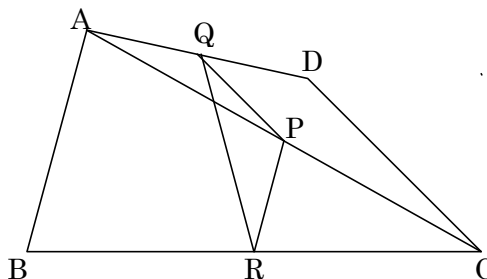


20 下の図のように、 $AB=CD$ の四角形 ABCD の対角線 AC の中点を P, 辺 AD, BC の中点をそれぞれ Q, R とする。次の問いに答えなさい。

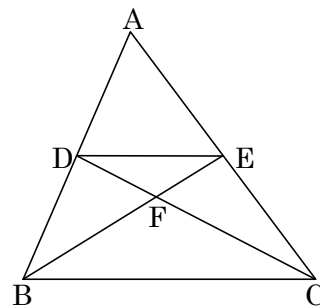
BCDE

- ① $\triangle PQR$ はどんな三角形になりますか。

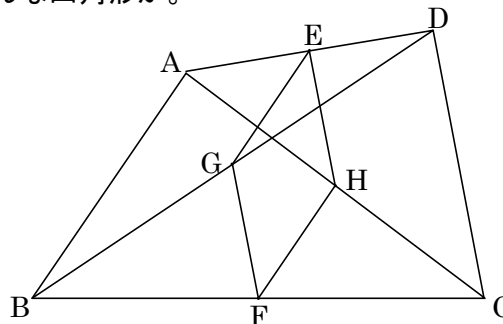
- ② ①のような三角形になることを証明しなさい。



- 21 $\triangle ABC$ の 2 辺 AB , AC の中点をそれぞれ D , E とする。 BE と CD の交点を F とするとき、
CDE $BF : FE = 2 : 1$ になることを証明しなさい。



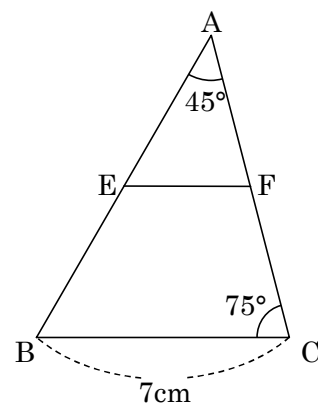
- 22 四角形 $ABCD$ の辺 AD , BC の中点をそれぞれ E , F , 対角線 AC , BD の中点をそれぞれ H , G とする。 $AB = CD$ のとき、四角形 $EGFH$ はどんな四角形か。



- 23 右の図で、 $\triangle ABC$ の辺 AB , 辺 AC の中点をそれぞれ E , F とするとき、次の問いに答えなさい。

① 線分 EF の長さを求めなさい。

② $\angle AEF$ の大きさを求めなさい。



24 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

相似比と面積比

hakken. の法則 

★相似な平面図形

相似比が $m : n$ のとき 周の長さの比は $m : n$

面積の比は $m^2 : n^2$



例 右の図で次の問いに答えなさい。

DE // BC

(1) $\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ の相似比を求めなさい。

[解き方] $AC : AE = 9 : 6$ なので相似比は $3 : 2$

[答] 3 : 2

(2) $\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ の面積の比を求めなさい。

[解き方] $3^2 : 2^2 = 9 : 4$

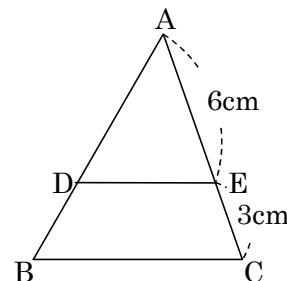
[答] 9 : 4

(3) $\triangle ABC$ の面積が 36cm^2 のとき、 $\triangle ADE$ の面積を求めなさい。

[解き方] $\triangle ADE$ の面積を $x\text{cm}^2$ とすると

$$(2)\text{より } 36 : x = 9 : 4 \quad , \quad 9x = 36 \times 4 \quad , \quad 9x = 144 \quad , \quad \frac{9x}{9} = \frac{144}{9} \quad , \quad x = 16$$

[答] 16 cm²

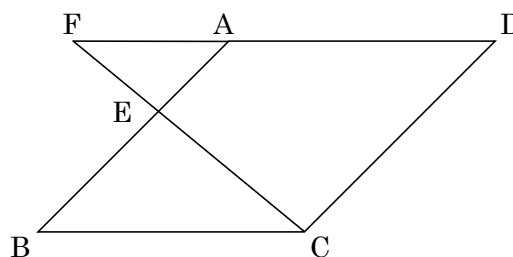


25 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ で、その相似比は $3 : 2$ である。

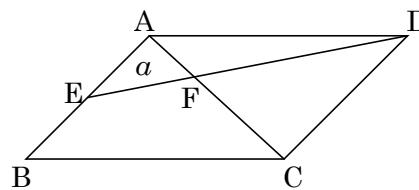
ABCDE $\triangle DEF$ の面積が 16cm^2 のとき、 $\triangle ABC$ の面積を求めなさい。

26 右の図の平行四辺形 ABCD において、辺 AB を $2 : 3$ に分ける点を E とします。

BCDE また、直線 CE と AD の交点を F とします。このとき、 $\triangle CFD$ と平行四辺形 ABCD の面積比を求めなさい。



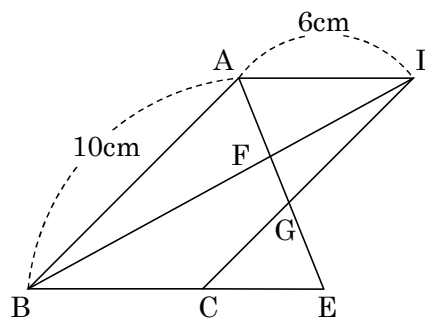
- 27 平行四辺形 ABCD の辺 AB の中点を E, AC と DE の交点を F とする。△AEF の面積が a のとき, △AFD, △DFC, 四角形 EBCF の面積を, a を使って表しなさい。



△AFD _____ △DFC _____ 四角形 EBCF _____

- 28 右の図のように, $AB=10\text{cm}$, $AD=6\text{cm}$ の平行四辺形において $\angle DAB$ の二等分線と辺 BC を C の方へ延長した直線との交点を E, 線分 AE と対角線 BD, 辺 CD との交点を F, G とする。次の問いに答えなさい。

- ① 線分 AG と線分 GE の長さの比を求めなさい。



- ② $GE=3\text{cm}$ のとき, 線分 FG の長さを求めなさい。

29 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

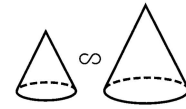
相似な立体の表面積の比と体積の比

hakken. の法則 

★相似な立体

相似比が $m : n$ のとき 表面積の比は $m^2 : n^2$

体積の比は $m^3 : n^3$



例 2つの立体 P, Q があり, その相似比は 2 : 3 である。

(1) P の表面積が, 36 cm^2 のとき, Q の表面積を求めなさい。

[解き方] Q の表面積を x とすると, 相似比が 2 : 3 だから,

$$\text{表面積の比は } 2^2 : 3^2 = 4 : 9 \quad 4 : 9 = 36 : x$$

$$4x = 9 \times 36$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{9 \times 36}{4}$$

$$x = 81$$

[答] 81cm²

(2) P の体積が, 80 cm^3 のとき, Q の体積を求めなさい。

[解き方] Q の体積を y とすると, 相似比が 2 : 3 だから,

$$\text{体積の比は } 2^3 : 3^3 = 8 : 27$$

$$8 : 27 = 80 : y$$

$$8y = 27 \times 80$$

$$\frac{8y}{8} = \frac{27 \times 80}{8}$$

$$y = 270$$

[答] 270cm³

30 相似な 2 つの円錐 A, B があり, 底面の直径の比が 1 : 3 のとき, 次の問いに答えなさい。

ABCDE

① A, B の表面積の比を答えなさい。

② A, B の体積比を求めなさい。

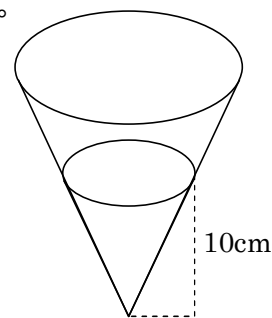
③ B の体積が $54\pi \text{ cm}^3$ のとき, A の体積を求めなさい。

31 相似な 2 つの円柱の表面積の比が 16 : 9 のとき, 体積比を求めなさい。

BCDE

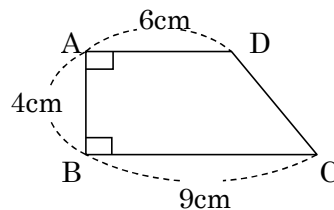
32 右の図のような円錐の容器に 250cm^3 の水を入れたところ水面の高さは 10cm になった。水面をさらに 2cm 高くするには、何 cm^3 の水を加えればよいか答えなさい。

BCDE



33 右の図の台形 ABCD を、辺 AB を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

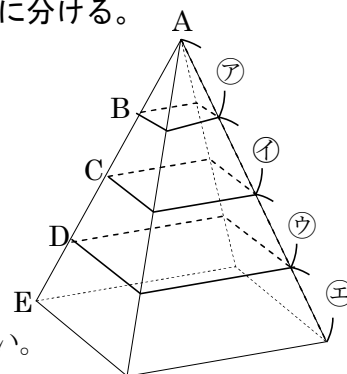
BCDE



34 右の図で、点 B, C, D は四角錐の辺 AE を 4 等分する点である。それらの点を通り底面に平行な 3 つの平面で四角錐を切り、㉗, ㉘, ㉙, ㉚の 4 つの立体に分ける。

CDE

① もとの円錐の表面積は、㉗の表面積の何倍か。



② ㉗の体積が a のとき、㉘~㉚の体積を、 a を使って表しなさい。

㉘ _____

㉙ _____

㉚ _____

35 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

応用

hakken. の法則 

例 EM//CD, AD=DE=EB, BM=MC のとき x の長さを求めなさい。

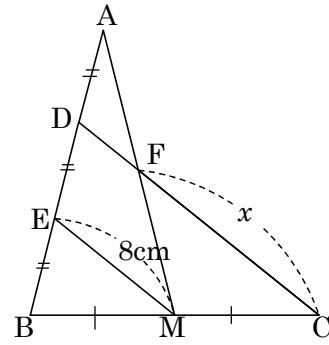
[解き方] 中点連結定理より,

$$DC = 2EM = 2 \times 8 = 16$$

$$DF = \frac{1}{2}EM = \frac{1}{2} \times 8 = 4$$

$$x = 16 - 4 = 12$$

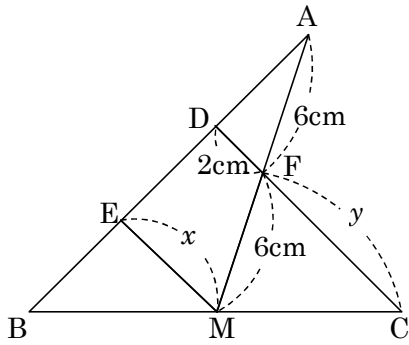
[答] 12cm



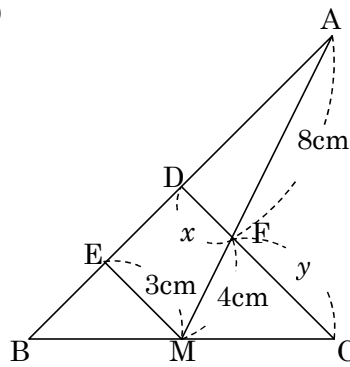
36 EM//CD, BC の中点を M とするとき x, y の値を求めなさい。

BCDE

①



②

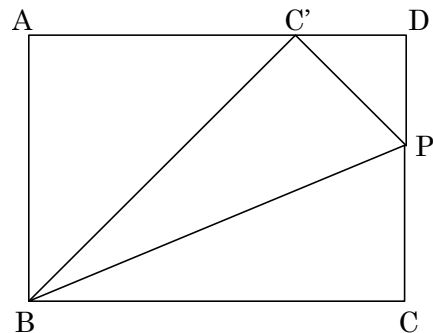


x _____ y _____

x _____ y _____

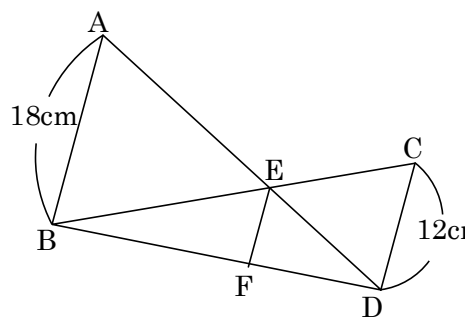
37 右の図のように、長方形 ABCD の辺 CD 上の点 P と頂点 B を結ぶ線分 BP を折り目としてこの長方形を折り返したところ、頂点 C がちょうど辺 AD と重なった。その点を C' とするとき、 $\triangle ABC' \sim \triangle DC'P$ を証明しなさい。

CDE



38 右の図で $AB \parallel CD \parallel EF$ のとき、 EF の長さを求めなさい。

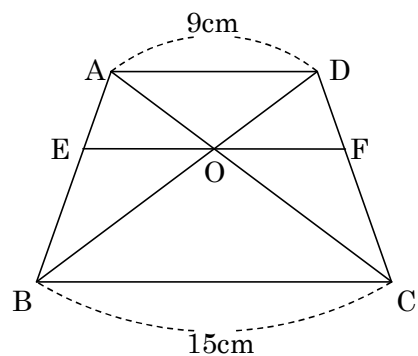
DE



39 右の図で、 $AD \parallel BC$ の台形の対角線の交点を通り、辺 BC に平行な直線をひき、 AB 、 DC との交点をそれぞれ E 、 F とするとき、次の問いに答えなさい。

DE

① EO 、 FO の長さを求めなさい。



EO _____ FO _____

② 台形 $ABCD$ の面積は $\triangle AOD$ の何倍になるか答えなさい。

40 右の図のような平行な平面 P , Q , R 上に A , B , C , D , E , F があるとき,

DE $AB : BC = DE : EF$ であることを証明しなさい。

ただし, ABC と DEF はそれぞれ一直線上にあるものとします。

