

24 関数 $y=ax^2$ (中3)まとめ

1 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

関数 $y=ax^2$

hakken.の法則 

★2乗に比例する関数… x, y の関係が、 $y=ax^2$ (a は定数)で表されるとき、 y は x の2乗に比例するという。このとき、 a を比例定数という。

★関数 $y=ax^2$ では、 x の値を n 倍すると、 y の値は n^2 倍になる。

例 右のような底面が直角三角形で、高さが6cmの三角錐の体積を $y \text{ cm}^3$ とするとき、 y を x の式で表しなさい。

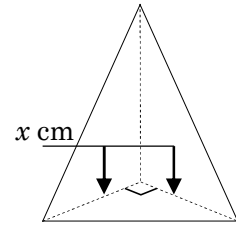
また、 x が2倍、3倍、4倍…となると、 y はどうなりますか。

[解き方] 三角錐の体積 $=\frac{1}{3}\times$ 底面積 \times 高さ

$$y=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times x^2\times 6$$

$$y=x^2$$

[答] $y=x^2$, y は4倍, 9倍, 16倍…となる。



2 次の問いに答えなさい。

① 半径 $x \text{ cm}$ 高さ10cmの円柱の体積を $y \text{ cm}^3$ とするとき、 y を x の式で表しなさい。

円柱の体積 $=\pi r^2\times$ 高さ

$$y=x^2\pi\times 10$$

$$y=10\pi x^2$$

$$\underline{y=10\pi x^2}$$

② 半径が2倍、3倍、4倍…となると、体積はどうなりますか。

4倍, 9倍, 16倍…となる

3 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

関数 $y=ax^2$ の式を求める

hakken.の法則 

例 y は x の2乗に比例し、 $x=2$ のとき $y=16$ である。次の問いに答えなさい。

(1) x と y の関係を式に表しなさい。

[解き方] 比例定数を a とすると、 $y=ax^2$

$$x=2\text{のとき } y=16\text{ だから, } 16=a\times 2^2, a=4$$

[答] $y=4x^2$

(2) $x=-2$ のときの y の値を求めなさい。

[解き方] $y=4x^2$ に $x=-2$ を代入すると、 $y=4\times(-2)^2$

$$y=16$$

[答] $y=16$

4 y が x の 2 乗に比例し、 $x=-3$ のとき、 $y=6$ である。次の問に答えなさい。

ABCDE ① y を x の式で表しなさい。

比例定数を a とすると、 $y=ax^2$ $x=-3$ のとき $y=6$ だから、 $6=a \times (-3)^2$,

$$6=9a$$

$$a=\frac{2}{3}$$

$$y=\frac{2}{3}x^2$$

② $x=-6$ のときの y の値を求めなさい。

$y=\frac{2}{3}x^2$ に $x=-6$ を代入すると、 $y=\frac{2}{3} \times (-6)^2$

$$y=24$$

$$y=24$$

5 $y=ax^2$ のグラフが点 $(1, -3)$ を通るとき、次の問いに答えなさい。

ABCDE ① a の値を求めなさい。

$y=ax^2$ に $x=1$ 、 $y=-3$ を 代入、 $-3=a(1)^2$ よって、 $a=-3$

② グラフが点 $(\frac{2}{3}, m)$ を通るとき、 m の値を求めなさい。

m の値は $x=\frac{2}{3}$ のときの y の値だから、 $y=-3x^2$ に $x=\frac{2}{3}$ を代入

よって、 $y=-3 \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = -\frac{4}{3}$

$$m = -\frac{4}{3}$$

③ グラフが点 $(n, -12)$ を通るとき、 n の値を求めなさい。

n の値は $x=-12$ のときの x の値だから、 $y=-3x^2$ に $y=-12$ を代入すると、
 $-12=-3x^2$ よって、 $x=\pm 2$

$$n = \pm 2$$

6 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

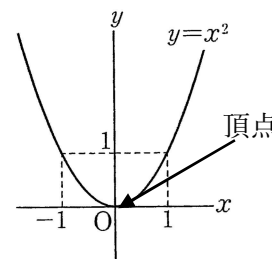
ABCDE

$y=ax^2$ のグラフ

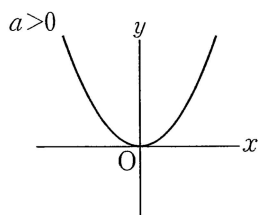
hakken.の法則 

★ $y=x^2$ のグラフ…右の図のように、なめらかな曲線になり、
次のことがいえる。

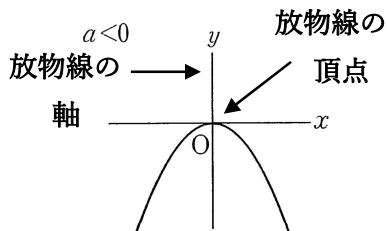
- ★ y 軸を対称の軸として線対称である。
- ★原点を通り、 x 軸の上側にある。
- ★頂点は原点である。



★ $y=ax^2$ のグラフ…① 原点を通り、 y 軸について対称な^{ほうぶつせん}放物線になる。
② a の値によって次のようになる。



$a > 0$ では上に開く



$a < 0$ では下に開く

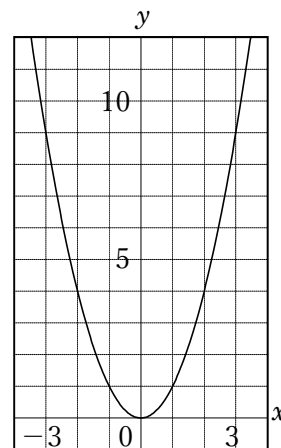
◎ a の絶対値が
大きくなるほど、
グラフの開き方は
小さい。

※ $y=3x^2$ のグラフと $y=-3x^2$ のグラフは x 軸について対称

例 関数 $y=x^2$ について、下の表を完成しなさい。
また、グラフをかきなさい。

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	9	4	1	0	1	4	9	...

表より $(-3, 9)$, $(-2, 4)$, $(-1, 1)$, $(0, 0)$, $(1, 1)$,
 $(2, 4)$, $(3, 9)$ の点をグラフにとり、曲線をつなぐ。



7 次のグラフをかきなさい。

ABCDE

① $y=3x^2$

(1, 3) (-1, 3)

(2, 12) (-2, 12) を通る

② $y=\frac{1}{3}x^2$

(3, 3) (-3, 3)

(6, 12) (-6, 12) を通る

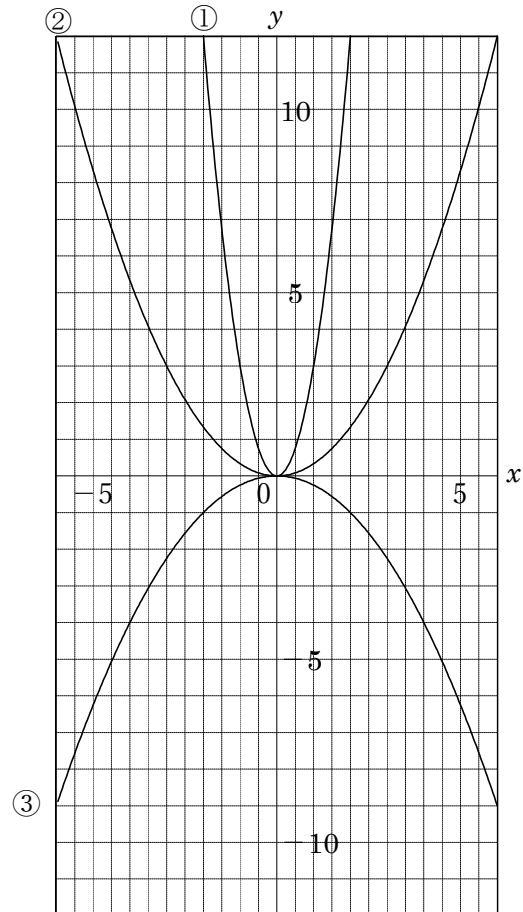
③ $y=-\frac{1}{4}x^2$

(2, -1) (-2, -1)

(4, -4) (-4, -4)

(6, -9) (-6, -9) を通る

グラフの先に番号を必ず書くこと。



8 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

関数 $y=ax^2$ の値の増減

hakken. の法則 

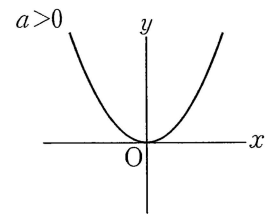
★関数 $y=ax^2$ のグラフは、 $a>0$ のとき

$x \leq 0$ のとき、 x の値が増加するにつれて、 y の値は減少する。

$x \geq 0$ のとき、 x の値が増加するにつれて、 y の値は増加する。

$x=0$ のとき y の値は 0 で、最小になる。

x がどんな値をとっても、 $y \geq 0$ になる。



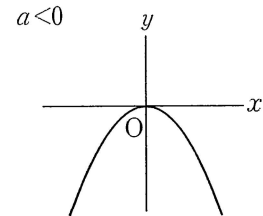
★関数 $y=ax^2$ のグラフは、 $a<0$ のとき

$x \leq 0$ のとき、 x の値が増加するにつれて、 y の値は増加する。

$x \geq 0$ のとき、 x の値が増加するにつれて、 y の値は減少する。

$x=0$ のとき、 y の値は 0 で、最大になる。

x がどんな値をとっても、 $y \leq 0$ になる。



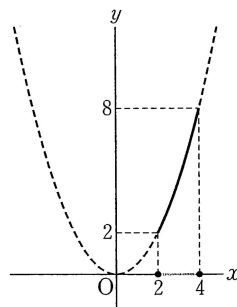
例 関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について、 x の変域が次の(1)、(2)のときの y の変域を求めなさい。

(1) $2 \leq x \leq 4$

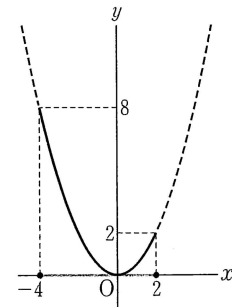
(2) $-4 \leq x \leq 2$

[解き方] それぞれの x の変域に対応するグラフは、下の図の放物線の実線になる。

y の値は、
 $2 \leq x \leq 4$ では
 2 から 8 まで
 増加する。



y の値は、
 $-4 \leq x \leq 0$ では
 8 から 0 まで
 減少し、
 $0 \leq x \leq 2$ では
 0 から 2 まで
 増加する。



[答] $2 \leq y \leq 8$

[答] $0 \leq y \leq 8$

◎ (1)は x の変域に $x=0$ をふくまない場合、(2)は $x=0$ をふくむ場合である。違いに注意する。

9 次の関数について、 y の変域をそれぞれ求めなさい。

ABCDE

① $y=-2x^2$ ($-2 \leq x \leq 1$)

x の変域が 0 をまたいでいるので、
 $a < 0$ で、0 が最大となる。
 絶対値の大きい方、すなわち -2 を
 x に代入して、 $y=-8$

$-8 \leq y \leq 0$

② $y=-\frac{1}{4}x^2$ ($-4 \leq x \leq -2$)

x の変域が 0 をまたいでいないので、
 -4 と -2 のどちらも代入する。
 x に -4 を代入すると、 $y=-4$
 x に -2 を代入すると、 $y=-1$

$-4 \leq y \leq -1$

10 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

関数 $y=ax^2$ の変化の割合

hakken. の法則 

例 関数 $y=2x^2$ について、 x の値が、次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

- (1) 1 から 3 まで (2) -4 から -2 まで

[解き方] 関数の変化の割合は、下記の式で計算する。

$$\text{変化の割合} = \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$$

(1) $x=1$ のとき、 $y=2 \times 1^2=2$

$x=3$ のとき、 $y=2 \times 3^2=18$

したがって、 x の増加量は、 $3-1=2$

y の増加量は、 $18-2=16$

だから、変化の割合は、 $\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = \frac{16}{2} = 8$ [答] 8

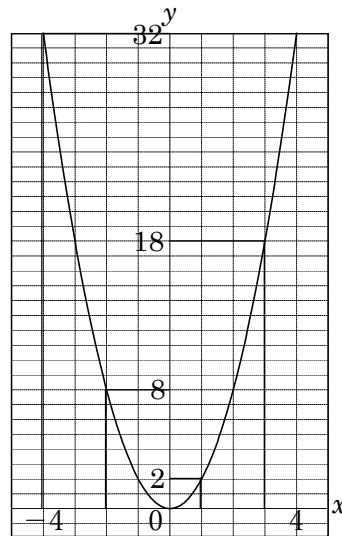
(2) (1) と同様に考えると、

$$\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = \frac{2 \times (-2)^2 - 2 \times (-4)^2}{-2 - (-4)} = \frac{-24}{2} = -12$$
 [答] -12

◎ 一次関数 $y=ax+b$ では、変化の割合は一定で、 x の係数 a に等しい。

◎ 関数 $y=ax^2$ において、 x が p から q まで増加するとき、

$$\text{変化の割合} = \frac{aq^2 - ap^2}{q - p} = \frac{a(q+p)(q-p)}{q-p} = a(p+q) \text{ となる。}$$



11 関数 $y=3x^2$ について、 x の値が次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

ABCDE

- ① -1 から 2 まで ② -3 から 0 まで

$$\frac{3 \times 2^2 - 3 \times (-1)^2}{2 - (-1)} = \frac{12 - 3}{3} = 3$$

3

$$\frac{0 - 3 \times (-3)^2}{0 - (-3)} = \frac{0 - 27}{3} = -9$$

-9

12 関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について、 x の値が 2 から 6 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

BCDE

$$y \text{ の増加量} = \frac{1}{2} \times 6^2 - \frac{1}{2} \times 2^2 = 16$$

したがって、変化の割合 $= \frac{16}{6-2} = 4$

別解 $2+6=8$ $8 \times \frac{1}{2} = 4$

4

- 13 関数 $y=ax^2$ について、 x の値が -3 から 6 まで増加するときの変化の割合が -15 であるとき、
BCDE a の値を求めなさい。

変化の割合 = $\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$ (増加量 = 変化後の値 - 変化前の値) より

$$\frac{6^2a - (-3)^2a}{6 - (-3)} = -15$$

$$\frac{36a - 9a}{9} = -15$$

$$\frac{27a}{9} = -15$$

$$3a = -15$$

$$\frac{3a}{3} = \frac{-15}{3}$$

$$a = -5$$

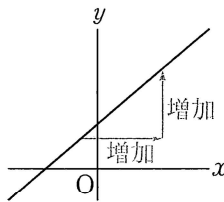
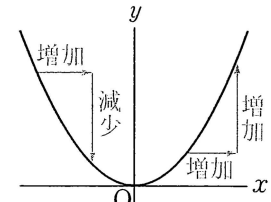
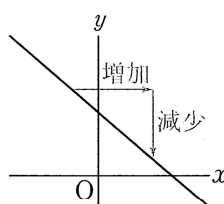
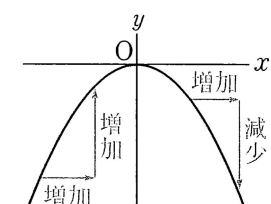
$$a = -5$$

- 14 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

一次関数と関数 $y=ax^2$

hakken. の法則 

		関数 $y=ax+b$	関数 $y=ax^2$
グラフの形		直線	放物線
y の 値 の 増 減	$a > 0$ のとき	つねに 増加する 	$x=0$ を境と して、減少 から増加に 変わる 
	$a < 0$ のとき	つねに 減少する 	$x=0$ を境と して、増加 から減少に 変わる 
変化の割合		一定で a に等しい。	一定ではない。

15 次の㉠～㉥の関数について、下の問いに記号で答えなさい。

ABCDE ㉠ $y=2x+5$ ㉡ $y=-4x+3$ ㉢ $y=3x^2$ ㉣ $y=-2x^2$

① x が増加するとき、 y がつねに減少する関数はどれか。

㉡

② $x \leq 0$ の範囲で、 x が増加するときに y も増加する関数はどれか。

㉠, ㉢

16 関数 $y=3x^2$ のグラフと x 軸について対称なグラフが点 $(-2, m)$ を通るとき、 n の値を求めなさい。

$y=3x^2$ のグラフと x 軸について対称なグラフだから、 $y=-3x^2$

$y=-3x^2$ に $x=-2$ を代入すると、 $y=-3 \times (-2)^2$

$$y = -12$$

$$m = -12$$

17 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

平均の速さ

hakken. の法則

★平均の速さ…ある道のりを進んだときの平均の速さは、変化の割合に等しい。

$$\text{平均の速さ} = \frac{\text{進んだ道のり}}{\text{かかった時間}} \quad \Leftrightarrow \quad \text{変化の割合} = \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$$

例 ある物を落とすとき、落ち始めてから x 秒後に y m 落ちるとすると、およそ $y=2x^2$ という関係があるという。落ち始めてから 3 秒後から 5 秒後までの平均の速さを求めなさい。

[解き方] 変化の割合を求めればよいから、変化の割合 $= \frac{2 \times 5^2 - 2 \times 3^2}{5 - 3} = \frac{50 - 18}{2} = \frac{32}{2} = 16$

[答] 秒速 16m

18 物を落とすとき、落ち始めてから x 秒間に落ちる距離を y m とすると、およそ $y=5x^2$ という関係がある。このとき、次の問いに答えなさい。

BCDE

- ① 物が落ち始めてから 4 秒間ではおよそ何 m 落ちますか。

$$y=5 \times 4^2$$

$$=5 \times 16$$

$$=80$$

80m

- ② 320m の高さから物を落とすとき、地面に着くまでにおよそ何秒間かかりますか。

$$320=5x^2$$

$$x^2=320 \div 5$$

$$x^2=64$$

$$x=\pm 8$$

8 秒間

- ③ 落下し始めてから 3 秒後までの平均の速さを求めなさい。

$$\text{平均の速さ} = \text{変化の割合} = (0+3) \times 5 = 15$$

$$\text{または } \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = \frac{5 \times 3^2 - 0}{3 - 0} = 15$$

15m/秒

19 自動車のブレーキがききはじめてから停止するまでの距離を、制動距離という。制動距離は
BCDE 自動車の速さの2乗に比例する。自動車の速さが時速 x km, 制動距離 y m とするとき,
 $x=30$, $y=5$ となる。次の問いに答えなさい。

① y を x の式で表しなさい。

$$y=ax^2 \text{ に, } x=30, y=5 \text{ を代入すると, } 5=a \times 30^2$$

$$5=900a$$

$$a=\frac{1}{180}$$

$$\text{よって, 求める式は } y=\frac{1}{180}x^2$$

$$y=\frac{1}{180}x^2$$

② 時速 60 km のときの制動距離を求めなさい。

$$y=\frac{1}{180}x^2 \text{ に } x=60 \text{ を代入する。}$$

$$y=\frac{1}{180} \times 60 \times 60 = 20$$

20m

③ この自動車の制動距離が 45 m のとき、速さを求めなさい。

$$y=\frac{1}{180}x^2 \text{ に } y=45 \text{ を代入する。} 45=\frac{1}{180}x^2$$

$$8100=x^2$$

$$x=\pm 90$$

$$x \geq 0 \text{ だから } x=90$$

時速 90km

20 周期が x 秒のふりこの長さを y m とすると、およそ $y=\frac{1}{4}x^2$ という関係がある。このとき、
CDE 次の問いに答えなさい。

① 周期が 2 秒であるふりこを作るには、ふりこの長さを何 m にすればよいか求めなさい。

$$y=\frac{1}{4}x^2 \text{ に, } x=2 \text{ を代入すると, } y=1 \quad \text{よって,}$$

1m

② 長さが 9m であるふりこの周期は何秒になるか求めなさい。

$$y=\frac{1}{4}x^2 \text{ に, } y=9 \text{ を代入すると, } x=\pm 6 \quad \text{よって,}$$

6秒

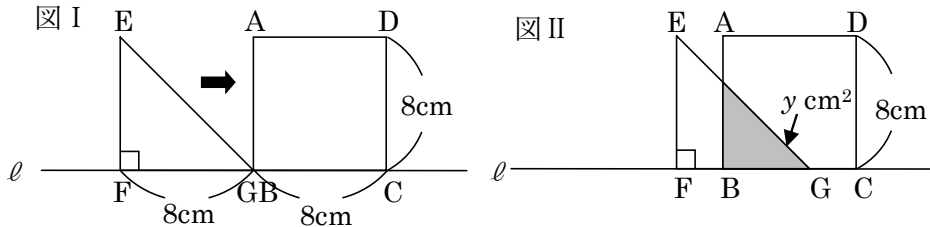
21 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

図形の移動

hakken. の法則 

例 図 I のように、正方形 ABCD と直角二等辺三角形 EFG が直線 ℓ 上にある。
 正方形はそのまま、直角二等辺三角形を矢印の方向に、毎秒 2cm の速さで
 頂点 G が C に重なるまで移動する。
 直角二等辺三角形 EFG が動き始めてから x 秒後に、重なっている部分の面積を
 $y \text{ cm}^2$ とするとき、次の問いに答えなさい。



(1) x と y の関係を式で表しなさい。

[解き方] 重なってできる図形は、直角二等辺三角形

x の変域は $0 \leq x \leq 4$ よって、 $y = 2x \times 2x \times \frac{1}{2}$

[答] $y = 2x^2$ ($0 \leq x \leq 4$)

(2) グラフをかきなさい。

グラフに表すと、右のようになる。

(3) 重なっている部分の面積が直角二等辺三角形 EFG

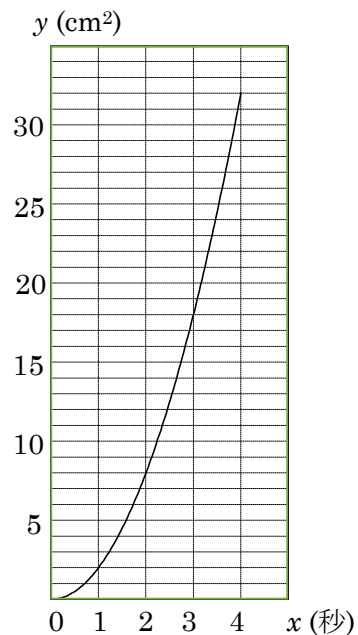
の $\frac{1}{4}$ になるのは何秒後か答えなさい。

直角二等辺三角形 EFG の面積の $\frac{1}{4}$ は、

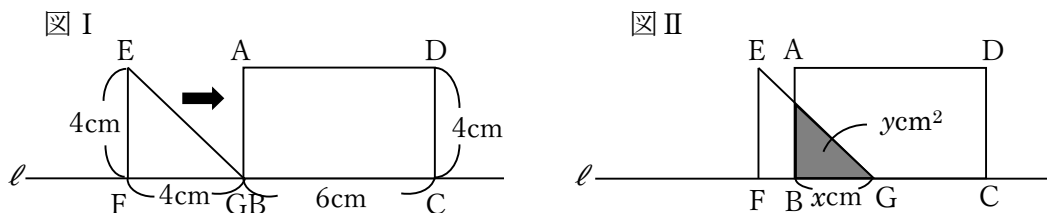
$8 \times 8 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = 8$ だから、 $8 = 2x^2$

$4 = x^2$

$x = \pm 2$ 答えは正の数だから、 $x = 2$ [答] 2 秒後



- 22 次の図 I のように、長方形 ABCD と直角二等辺三角形 EFG が直線 ℓ 上にある。長方形はそのまま、直角二等辺三角形を矢印の方向に、頂点 G が C に重なるまで移動させる。図 II のように、線分 BG の長さを x cm、重なってできる部分の面積を y cm² とするとき、次の問いに答えなさい。



① 次の場合について、 y を x の式で表しなさい。

(1) $0 \leq x \leq 4$

重なる部分は直角二等辺三角形になるので、

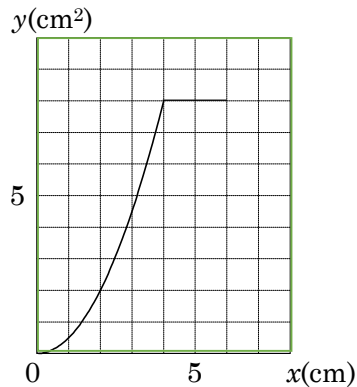
$$y = x \times x \times \frac{1}{2} \quad \text{よって,} \quad \underline{y = \frac{1}{2}x^2}$$

(2) $4 \leq x \leq 6$

重なる部分は、面積が 8cm^2 の直角二等辺三角形のまま変わらないので、

$$\underline{y = 8}$$

② グラフに表しなさい。



23 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

いろいろな関数

hakken. の法則 

例 ある鉄道会社では、乗車距離と運賃の関係を 20km の範囲までは、下の表のように定めている。乗車距離が x km のときの運賃を y 円とするとき、次の問いに答えなさい。

乗車距離	4km まで	8km まで	12km まで	16km まで	20km まで
運賃	140 円	170 円	210 円	240 円	270 円

(1) $x=10$ のときの運賃を求めなさい。

[解き方] 表より、 $8 < x \leq 12$ のとき、 $y=210$

[答] 210 円

(2) $y=240$ となる x の変域を求めなさい。

[解き方] 表より、 $12 < x \leq 16$

(3) x と y の関係をグラフに表しなさい。

[解き方] 表より、 $0 < x \leq 4$ のとき $y=140$

$4 < x \leq 8$ のとき $y=170$

$8 < x \leq 12$ のとき $y=210$

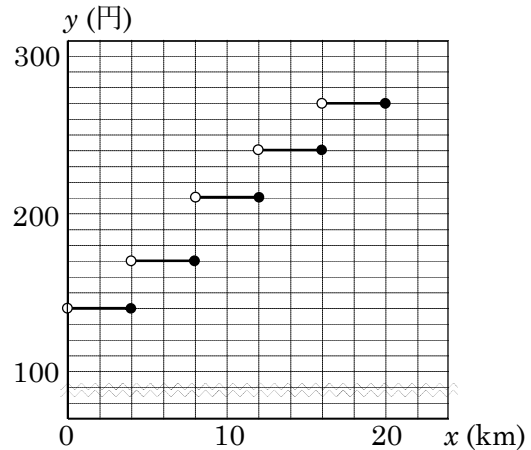
$12 < x \leq 16$ のとき $y=240$

$16 < x \leq 20$ のとき $y=270$

となり、グラフに表すと右のようになる。

※グラフの○印はその数を含まない。例 $0 < x$, $4 < x$

グラフの●印はその数を含む。 例 $x \leq 4$, $x \leq 8$



24 下のグラフは、あるタクシー会社のタクシーの走行距離と料金の関係を示したものである。

BCDE 最初の 2km までは 700 円、その後は 0.5km ごとに 80 円ずつ加算されていく。

乗車距離が x km のときの料金を y 円とする。次の問いに答えなさい。

y (円)

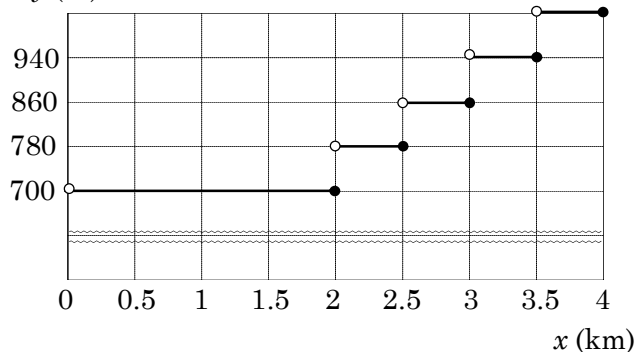
① 走行距離が 3.8km のときの料金を求めなさい。

表より、 $3.5 < x \leq 4$ のとき、

$940 + 80 = 1020$ 1020 円

② $y=860$ となる x の変域を求めなさい。

表より、 $2.5 < x \leq 3$



- 25 $y=2x^2$ について、 x の変域が $a \leq x \leq 2a+3$ のとき、 y の変域は $0 \leq y \leq 8$ となった。このとき、
E 定数 a の値を求めなさい。

$$y=8 \text{ のとき } x=a, 2a+3$$

$(a, 8)$ のとき

$$8=2a^2$$

$$4=a^2$$

$$a^2=4$$

$$a=\pm 2$$

$(2a+3, 8)$ のとき

$$8=2(2a+3)^2$$

$$8=2(4a^2+12a+9)$$

$$8=8a^2+24a+18$$

$$8a^2+24a+10=0$$

$$2 \leq x \leq 7, -2 \leq x \leq -1 \text{ となるため}$$

$$\text{解の公式より } a=-\frac{1}{2}, -\frac{5}{2}$$

y の最小値が0であることから

$$-\frac{1}{2} \leq x \leq 2, -\frac{5}{2} \leq x \leq -2 \text{ となるため}$$

$a=\pm 2$ は不適当

y の最小値が0であることから

$$a=-\frac{5}{2} \text{ は不適当}$$

$$\text{よって } a=-\frac{1}{2}$$

$$\underline{\underline{a = -\frac{1}{2}}}$$

- 26 関数 $y=x^2$ で、 x の値が a から $a+2$ まで増加するときの変化の割合は、 $y=4x+1$ と同じになる。このとき、 a の値を求めなさい。
CDE

$y=4x+1$ と変化の割合が同じになるから

$$\frac{(a+2)^2 - a^2}{(a+2) - a} = 4 \text{ が成り立つから,}$$

$$\frac{4a+4}{2} = 4$$

$$2a+2=4$$

$$2a=4-2$$

$$2a=2$$

$$a=1$$

$$\underline{\underline{a = 1}}$$

27 x の変域が $-2 \leq x \leq 1$ のときの y の変域をそれぞれ求めなさい。

BCDE ㉞ $y = -2x - 1$ ㉟ $y = 3x + 1$ ㊱ $y = 2x^2$ ㊲ $y = -x^2$

㉞ $x = -2$ のとき $y = -2 \times (-2) - 1 = 3$

$x = 1$ のとき $y = -2 \times 1 - 1 = -3$ よって y の変域は $-3 \leq y \leq 3$

㉟ $x = -2$ のとき $y = 3 \times (-2) + 1 = -5$

$x = 1$ のとき $y = 3 \times 1 + 1 = 4$ よって y の変域は $-5 \leq y \leq 4$

㊱, ㊲は x の変域が 0 をまたいでいるので、求めるひとつの値は 0 になる。

絶対値の大きい方を x に代入する。

㊱ $y = 2 \times (-2)^2 = 8$ よって y の変域は $0 \leq y \leq 8$

㊲ $y = -(-2)^2 = -4$ よって y の変域は $-4 \leq y \leq 0$

㉞ $-3 \leq y \leq 3$

㉟ $-5 \leq y \leq 4$

㊱ $0 \leq y \leq 8$

㊲ $-4 \leq y \leq 0$

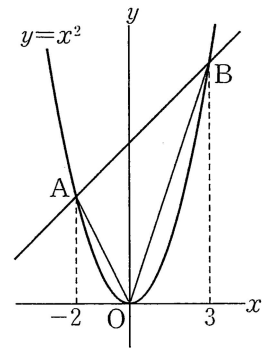
28 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

CDE

応用(1)

hakken. の法則 

例 右の図のように、関数 $y=x^2$ のグラフ上に、2点 A, B がある。
A, B の x 座標を、それぞれ $-2, 3$ とするとき、次の問いに答えなさい。



(1) 2点 A, B の座標を求めなさい。

[解き方] $x=-2, x=3$ を $y=x^2$ に代入する。

$$\text{A 座標 } x=-2 \text{ のとき } y=(-2)^2=4$$

$$\text{B 座標 } x=3 \text{ のとき } y=3^2=9$$

[答] A(-2, 4), B(3, 9)

(2) 2点 A, B を通る直線の式を求めなさい。

[解き方] 直線 AB の式を、 $y=mx+n$ とおくと、点 A, B を通るから

$$\begin{cases} 4=-2m+n & \cdots \text{①} \\ 9=3m+n & \cdots \text{②} \end{cases} \quad \begin{array}{r} \text{①}-\text{②} \\ -) \end{array} \begin{array}{r} 4=-2m+n \\ 9=3m+n \\ \hline -5=-5m \\ m=1 \end{array}$$

$$m=1 \text{ を①に代入 } 4=-2+n, -n=-2-4, -n=-6, n=6$$

$$m=1, n=6 \text{ を } y=mx+n \text{ に代入すると } y=x+6 \quad \text{[答] } y=x+6$$

(3) $\triangle OAB$ の面積を求めなさい。

[解き方] 直線 AB と y 軸の交点を C とすると、

(2) より、 $C(0, 6)$

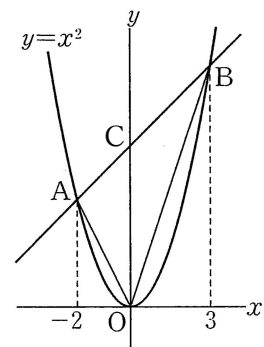
よって、 $\triangle OAB = \triangle OAC + \triangle OBC$

$\triangle OAC$ と $\triangle OBC$ の底辺を $OC=6$ とする、

$\triangle OAC$ の高さは点 A の x 座標の絶対値 $=2$

$\triangle OBC$ の高さは点 B の x 座標の絶対値 $=3$

$$\triangle OAB = \frac{1}{2} \times 6 \times 2 + \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 15 \quad \text{[答] } 15$$



29

CDE

右の図のように、関数 $y = \frac{1}{3}x^2$ のグラフ上に、3点 P, Q, R がある。

P, Q, R の x 座標は、それぞれ $-3, 0, 6$ とするとき、次の問いに答えなさい。

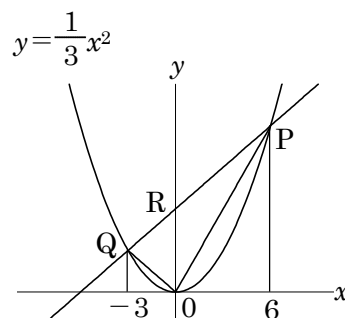
① 点 P の座標を求めなさい。

グラフより $x=6$

これを $y = \frac{1}{3}x^2$ に代入

$$y=12$$

(6 , 12)



② 直線 PQ の式を求めなさい。

Q の座標を求めると、Q(-3, 3)

$y = ax + b$ に (6, 12), (-3, 3) を代入し、連立方程式を解くと、 $a=1, b=6$

よって、

$$\underline{y = x + 6}$$

③ 点 R の座標を求めなさい。

$y = x + 6$ の切片だから

$$\underline{(0 , 6)}$$

④ $\triangle PQO$ の面積を求めなさい

$$\triangle PQO = \triangle RQO + \triangle PRO$$

$$\triangle RQO = 6 \times 3 \times \frac{1}{2} = 9$$

$$\triangle PRO = 6 \times 6 \times \frac{1}{2} = 18$$

$$\triangle PQO = 9 + 18 = 27$$

$$\underline{27}$$

30

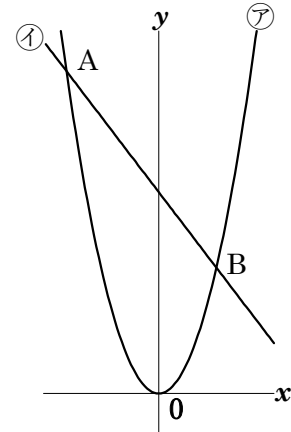
CDE

右の図で $y=ax^2$ …㉞と $y=-\frac{3}{4}x+10$ …㉟のグラフが2点 A, B で交わっている。点 A の x 座標は -8 である。このとき次の問いに答えなさい。

- ① a の値を求めなさい。

$$y=-\frac{3}{4}x+10 \text{ に } x=-8 \text{ を代入, } y=16$$

$$\text{点 } A(-8, 16) \text{ これを } y=ax^2 \text{ に代入, } a=\frac{1}{4}$$



- ② 点 B の座標を求めなさい。

$$\begin{cases} y=\frac{1}{4}x^2 & \dots \text{㉞} \\ y=-\frac{3}{4}x+10 & \dots \text{㉟} \end{cases} \quad \text{これを解いて, } x=5, -8$$

$$\text{グラフより } -8 \text{ は, 適当でない。} x=5 \text{ を㉞に代入, } y=\frac{25}{4} \quad \underline{\underline{\left(5, \frac{25}{4}\right)}}$$

- ③ $\triangle OAB$ の面積を求めなさい。

㉟と y 軸との交点を R とする。R の y 座標は, 10, $\triangle OAB = \triangle ARO + \triangle BRO$
 $\triangle ARO$ の底辺を $RO=10$, 高さは, A の x 座標 $=-8$, $\triangle ARO = 10 \times 8 \div 2 = 40$
 $\triangle BRO$ の底辺を $RO=10$, 高さは, B の x 座標 $=5$, $\triangle BRO = 10 \times 5 \div 2 = 25$

$$\triangle OAB = 40 + 25 = 65$$

65

- ④ ㉞のグラフ上の点 A と点 B の間に $\triangle PAB$ と $\triangle OAB$ の面積が等しくなるような点 P をとるとき, 点 P の x 座標を求めなさい。

$\triangle OAB$ の底辺を AB としたとき高さを同じにすればよいので, 点 P と点 O をつなぐ

直線が $y=-\frac{3}{4}x+10$ と並行であればよいから, その直線は $y=-\frac{3}{4}x$ 　　つまり

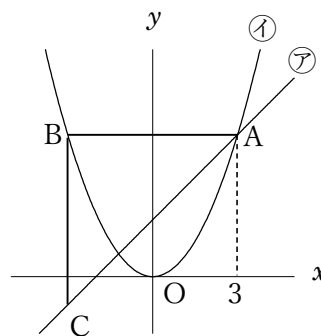
$$y=-\frac{3}{4}x \text{ と } y=\frac{1}{4}x^2 \text{ の交点が点 P の座標となる。} \frac{1}{4}x^2 = -\frac{3}{4}x, x^2 + 3x = 0$$

$x(x+3)=0$, $x=0$, -3 , $x=0$ は点 O なのでそれ以外の座標が適当であるから $x=-3$

$x = -3$

31 右の図において、直線㉞は関数 $y=x+2$ のグラフであり、曲線㉟は関数 $y=ax^2$ のグラフである。
 CDE 点 A は直線㉞と曲線㉟との交点で、その x 座標は 3 である。点 B は曲線㉟上の点で、
 線分 AB は x 軸と平行である。また、点 C は直線㉞上の点で、線分 BC は y 軸と平行である。
 原点を O とするとき、次の問いに答えなさい。

① 曲線㉟の式 $y=ax^2$ の a の値を求めなさい。



点 A は x 座標は 3 だから、 $y=x+2$ に $x=3$ を代入
 $y=3+2=5$ 、点 A の座標は、(3, 5)

曲線㉟の式 $y=ax^2$ に代入して $5=9a$ $a=\frac{5}{9}$

$$a = \frac{5}{9}$$

② 線分 BC 上に点 E をとり、 $\triangle ABE$ と $\triangle ACE$ の面積が等しくなるようにする。
 このとき、直線 AE の式を $y=mx+n$ として、 m 、 n の値を求めなさい。

線分 AB が x 軸と平行なので、点 B の座標は、(-3, 5)

線分 BC が y 軸と平行なので、点 C の座標は、(-3, -1)

$\triangle ABE$ と $\triangle ACE$ の高さを AB とすると、点 E は線分 BC の中点なので、(-3, 2)

よって直線 AE は (3, 5)、(-3, 2) を通る直線となる。

$$\begin{cases} 5=3m+n & \cdots(1) \\ 2=-3m+n & \cdots(2) \end{cases} \quad (1)+(2) \quad 7=2n, \quad n=\frac{7}{2} \quad \text{これを(1)に代入}$$

$$5=3m+\frac{7}{2}, \quad 3m=\frac{10}{2}-\frac{7}{2}, \quad 3m=\frac{3}{2}, \quad m=\frac{1}{2}$$

$$m = \frac{1}{2}, \quad n = \frac{7}{2}$$

32 右の図のように、関数 $y=2x^2$ のグラフ上に 2 点 A, B があり、
DE それらの y 座標はともに 8 である。あとの問いに答えなさい。

- ① 関数 $y=2x^2$ のグラフ上に点 C, y 軸上に点 D をとり、
平行四辺形 ABCD をつくる。点 C の座標を求めなさい。

A, B の x 座標は、 y 座標が 8 だから、

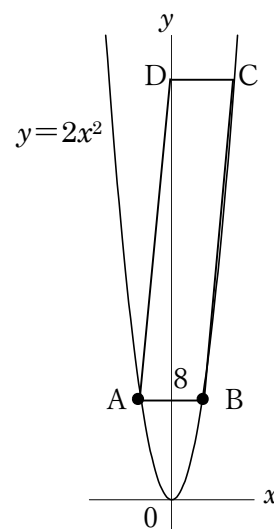
$$y=2x^2 \text{ に } y=8 \text{ を代入して、 } 8=2x^2, 4=x^2, x=\pm 2$$

A, B の座標は、A(-2, 8), B(2, 8),

したがって AB 間が 4, CD 間も 4 になるから、

$$\text{点 C の } x \text{ 座標は } 4 \quad y=2 \times 4^2=2 \times 16=32$$

(4, 32)



- ② 直線 AD と関数のグラフとの点 A 以外の交点を E とする。
点 E の座標を求めなさい。

直線 AD は $y=12x+32$ なので、 $12x+32=2x^2$

$$2x^2-12x-32=0$$

$$x^2-6x-16=0$$

$$(x-8)(x+2)=0$$

$$x=-2, 8$$

点 A 以外の座標なので $x=8$

$$y=2 \times 8^2=2 \times 64=128$$

(8, 128)

- ③ 平行四辺形 ABCD と四角形 ABCE の面積の比を求めなさい。

平行四辺形 ABCD の面積は $4 \times 24=96$

四角形 ABCE の面積は $4 \times 24+4 \times 96 \div 2=96+192=288$

$$96 : 288=1 : 3$$

1 : 3

33 Aくんはある坂でボールを転がした。ボールが、転がり始めてから
DE x 秒間に進む道のりを y とすると、 $0 \leq x \leq 6$ のとき、 y は x の
2乗に比例し、2秒に進んだ道のりは2mであった。
次の問いに答えなさい。

① $0 \leq x \leq 6$ のときの x と y の関係を式に表し、グラフをかきなさい。

2秒に進んだ道のりは2mだから、

求める式は、 $y=ax^2$ に、 $x=2, y=2$ を代入

$$2=4a \quad a=\frac{1}{2} \quad \underline{y=\frac{1}{2}x^2}$$

② ボールが転がってから6秒に進んだ道のりを求めなさい。

$$y=\frac{1}{2}x^2 \text{ に } x=6 \text{ を代入すると、 } y=18$$

18m

③ Aくんは、ボールが坂を転がり始めたと同時に、坂を下り始めた。Aくんの速さを
秒速3m/sとすると、Aくんが坂をおり始めてから何秒後にボールに追いつかれるか。
また、それをグラフにかきなさい。

$$y=ax \text{ より、Aくんの進む道のりは、 } y=3x \left\{ \begin{array}{l} y=3x \\ y=\frac{1}{2}x^2 \text{ の連立方程式を解くと} \end{array} \right.$$

$$3x=\frac{1}{2}x^2 \quad x=6$$

6秒後

