

23 二次方程式(中3)まとめ

1 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

二次方程式とその解き方

hakken.の法則 

★二次方程式^{にじほうていしき}…移項して整理すると、 $(x \text{ の二次式})=0$ という形になる方程式を、 x についての二次方程式という。 \rightarrow $(x^2 \text{ がある式})$

例 $x^2-1=0, x^2+5x+3=0, x^2+3x=2$

★二次方程式の解^{かい}…二次方程式を成り立たせる x の値を、その方程式の解といい、解をすべて求めることを二次方程式を解くという。

例 次の二次方程式を解きなさい。

(1) $2x^2-100=0$

$2x^2=100$

$x^2=50$

$x=\pm\sqrt{50}$

$x=\pm 5\sqrt{2}$

(2) $2x^2-24=0$

$2x^2=24$

$x^2=12$

$x=\pm\sqrt{12}$

$x=\pm 2\sqrt{3}$

(3) $4x^2-7=0$

$4x^2=7$

$x^2=\frac{7}{4}$

$x=\pm\sqrt{\frac{7}{4}}$

$x=\pm\frac{\sqrt{7}}{2}$

(4) $(x-3)^2=4$

[解き方] $x-3=A$ とおくと、

$A^2=4$

$A=\pm 2$

A をもとにもどすと、

$x-3=\pm 2$

$x=3\pm 2$

$\begin{cases} x-3=2 \text{ から, } x=5 \\ x-3=-2 \text{ から, } x=1 \end{cases}$

よって、 $x=5, 1$

(5) $(x+2)^2-27=0$

$(x+2)^2=27$

$x+2=A$ とおくと、

$A^2=27$

$A=\pm 3\sqrt{3}$

A をもとにもどすと、

$x+2=\pm 3\sqrt{3}$

$x=-2\pm 3\sqrt{3}$

2 次の二次方程式を解きなさい。

ABCDE

① $x^2-16=0$

$x^2=16$

$x=\pm\sqrt{16}$

$x=\pm 4$

② $3x^2-15=0$

$3x^2=15$

$\frac{3x^2}{3}=\frac{15}{3}$

$x^2=5$

$x=\pm\sqrt{5}$

3 次の二次方程式を解きなさい。

ABCDE ① $(x-4)^2=9$

$$x-4=A \text{ とおくと,}$$

$$A^2=9$$

$$A=\pm 3$$

$$A \text{ をもとにもどすと,}$$

$$x-4=\pm 3$$

$$x=4\pm 3$$

$$x=7, 1$$

② $(x+1)^2-64=0$

$$(x+1)^2=64$$

$$x+1=A \text{ とおくと,}$$

$$A^2=64$$

$$A=\pm 8$$

$$A \text{ をもとにもどすと,}$$

$$x+1=\pm 8$$

$$x=-1\pm 8$$

$$x=7, -9$$

4 次の二次方程式を解きなさい。

ABCDE ① $5(x+1)^2=50$

$$\frac{5(x+1)^2}{5}=\frac{50}{5}$$

$$(x+1)^2=10$$

$$x+1=A \text{ とおくと,}$$

$$A^2=10$$

$$A=\pm\sqrt{10}$$

$$A \text{ をもとにもどすと,}$$

$$x+1=\pm\sqrt{10}$$

$$x=-1\pm\sqrt{10}$$

② $4(x-1)^2-20=0$

$$4(x-1)^2=20$$

$$\frac{4(x-1)^2}{4}=\frac{20}{4}$$

$$(x-1)^2=5$$

$$x-1=A \text{ とおくと,}$$

$$A^2=5$$

$$A=\pm\sqrt{5}$$

$$A \text{ をもとにもどすと,}$$

$$x-1=\pm\sqrt{5}$$

$$x=1\pm\sqrt{5}$$

5 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

$(x+m)^2=n$ の形にして方程式を解く

hakken. の法則 

例 次の二次方程式を解きなさい。

$$x^2+6x+4=0$$

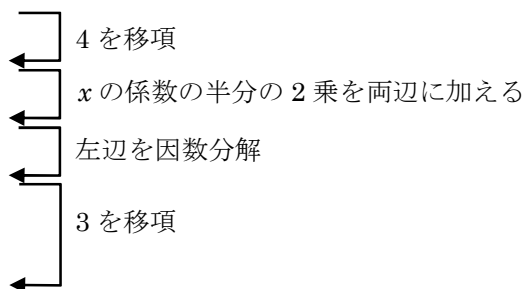
$$x^2+6x=-4$$

$$x^2+6x+3^2=-4+3^2$$

$$(x+3)^2=5$$

$$x+3=\pm\sqrt{5}$$

$$x=-3\pm\sqrt{5}$$



$$x^2+6x=-4$$

半分の 2 乗

$$x^2+6x+3^2=-4+3^2$$

$$(x+3)^2$$

6 次の二次方程式を $(x+m)^2=n$ の形にして解きなさい。

BCDE

① $x^2+4x-16=0$

$x^2+4x=16$

$x^2+4x+2^2=16+2^2$

$(x+2)^2=20$

$x+2=\pm\sqrt{20}$

$x+2=\pm 2\sqrt{5}$

$x=-2\pm 2\sqrt{5}$

② $x^2+10x+7=0$

$x^2+10x=-7$

$x^2+10x+5^2=-7+5^2$

$(x+5)^2=18$

$x+5=\pm\sqrt{18}$

$x+5=\pm 3\sqrt{2}$

$x=-5\pm 3\sqrt{2}$

7 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

解の公式を使って二次方程式を解く

hakken.の法則

★二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解は、 $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

例 次の二次方程式を解きなさい。

(1) $4x^2+5x+1=0$

$a=4, b=5, c=1$ だから

$b^2-4ac=5^2-4\times 4\times 1$

$=9$

$x=\frac{-5\pm\sqrt{9}}{2\times 4}$

$=\frac{-5\pm 3}{8}$

$x=\frac{-5+3}{8}$

$=\frac{-2}{8}$

$=-\frac{1}{4}$

よって、 $x=-\frac{1}{4}, -1$

(2) $9x^2-12x+4=0$

$a=9, b=-12, c=4$ だから

$b^2-4ac=(-12)^2-4\times 9\times 4$

$=0$

$x=\frac{12\pm\sqrt{0}}{2\times 9}$

$=\frac{2}{3}$

◎二次方程式では、上の(2)のように、
解が1つになることもある。

8 次の二次方程式を解の公式を使って解きなさい。

ABCDE ① $3x^2 - 9x + 5 = 0$

$$a=3, b=-9, c=5$$

$$b^2 - 4ac = (-9)^2 - 4 \times 3 \times 5 \\ = 21$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{21}}{2 \times 3}$$

$$= \frac{9 \pm \sqrt{21}}{6}$$

② $4x^2 - x - 2 = 0$

$$a=4, b=-1, c=-2$$

$$b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times 4 \times (-2) \\ = 33$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{2 \times 4}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{33}}{8}$$

9 次の二次方程式を解の公式を使って解きなさい。

ABCDE ① $8x^2 - 2x - 3 = 0$

$$a=8, b=-2, c=-3$$

$$b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times 8 \times (-3) \\ = 100$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{100}}{2 \times 8}$$

$$= \frac{2 \pm 10}{16} = \frac{12}{16}, \frac{-8}{16}$$

$$= \frac{3}{4}, -\frac{1}{2}$$

② $4x^2 + 2x - 5 = 0$

$$a=4, b=2, c=-5$$

$$b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \times 4 \times (-5) \\ = 84$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{84}}{2 \times 4}$$

$$= \frac{-2 \pm 2\sqrt{21}}{8}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{4}$$

10 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

$$x^2 + (a+b)x + ab = 0, ax^2 + bx = 0, x^2 + 2ax + a^2 = 0$$

hakken. の法則 

★二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$, その左辺が因数分解できれば、右のことを使って解くことができる。

例 次の二次方程式を解きなさい。

(1) $x^2 - 2x - 15 = 0$

$$(x+3)(x-5) = 0$$

$$x+3=0 \text{ または } x-5=0$$

よって、 $x = -3, 5$

(2) $x^2 + 3x = 0$

$$x(x+3) = 0$$

$$x=0 \text{ または } x+3=0$$

よって、 $x = 0, -3$

(3) $x^2 = 4x$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x(x-4) = 0$$

$$x=0 \text{ または } x-4=0$$

よって、 $x = 0, 4$

(4) $x^2 + 6x + 9 = 0$

$$(x+3)^2 = 0$$

$$x+3=0$$

よって、 $x = -3$

$A \times B = 0$ ならば、
 $A = 0$ または $B = 0$

11 次の二次方程式を解きなさい。

ABCDE ① $x^2 - 13x + 12 = 0$

$$(x-12)(x-1) = 0$$

$$x-12=0 \text{ または } x-1=0$$

$$\text{よって, } x = \mathbf{12, 1}$$

② $x^2 - 6x - 7 = 0$

$$(x+1)(x-7) = 0$$

$$x+1=0 \text{ または } x-7=0$$

$$\text{よって, } x = \mathbf{-1, 7}$$

12 次の二次方程式を解きなさい。

ABCDE ① $3x^2 = -5x$

$$3x^2 + 5x = 0$$

$$x(3x+5) = 0$$

$$x=0 \text{ または } 3x+5=0$$

$$\text{よって, } x = \mathbf{0, -\frac{5}{3}}$$

② $x^2 - 5x = -6$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x-2)(x-3) = 0$$

$$x-2=0 \text{ または } x-3=0$$

$$\text{よって, } x = \mathbf{2, 3}$$

13 次の二次方程式を解きなさい

ABCDE ① $x^2 = 10x - 25$

$$x^2 - 10x + 25 = 0$$

$$(x-5)^2 = 0$$

$$x-5=0$$

$$\text{よって, } x = \mathbf{5}$$

② $x^2 + 6 = 7x$

$$x^2 - 7x + 6 = 0$$

$$(x-1)(x-6) = 0$$

$$x-1=0 \text{ または } x-6=0$$

$$\text{よって, } x = \mathbf{1, 6}$$

14 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

二次方程式の解き方(因数分解を使って)

hakken. の法則 

例 次の二次方程式を解きなさい。

(1) $(x+1)(x+3) = 3(x+1)$

$$x^2 + 4x + 3 = 3x + 3$$

$$x^2 + 4x - 3x + 3 - 3 = 0$$

$$x^2 + x = 0$$

$$x(x+1) = 0$$

$$x=0, -1$$

(3) $2(x^2+2) = 6x$

両辺を2でわる

$$x^2 + 2 = 3x$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$(x-1)(x-2) = 0$$

$$x = \mathbf{1, 2}$$

(2) $2x^2 - 11 = (x-1)(x+3)$

$$2x^2 - 11 = x^2 + 2x - 3$$

$$2x^2 - x^2 - 2x - 11 + 3 = 0$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(x+2)(x-4) = 0$$

$$x = \mathbf{-2, 4}$$

(4) $-3x^2 - 3x + 36 = 0$

両辺を-3でわる

$$x^2 + x - 12 = 0$$

$$(x-3)(x+4) = 0$$

$$x = \mathbf{3, -4}$$

15 次の二次方程式を解きなさい。

ABCDE ① $(x+3)(x-5)=20$

$$x^2 - 2x - 15 = 20$$

$$x^2 - 2x - 35 = 0$$

$$(x+5)(x-7)=0$$

$$x = -5, 7$$

② $(x-5)^2 = -2(3x-15)$

$$x^2 - 10x + 25 = -6x + 30$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$(x+1)(x-5)=0$$

$$x = -1, 5$$

16 次の二次方程式を解きなさい。

BCDE ① $4(x^2+2)=(x+1)(x+5)$

$$4x^2 + 8 = x^2 + 6x + 5$$

$$3x^2 - 6x + 3 = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x-1)^2 = 0$$

$$x = 1$$

② $(3x-2)(x+4)=5x^2+4$

$$3x^2 + 10x - 8 = 5x^2 + 4$$

$$-2x^2 + 10x - 12 = 0$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x-2)(x-3)=0$$

$$x = 2, 3$$

17 次の二次方程式を解きなさい。

BCDE ① $0.1x^2 + 0.5x + 0.6 = 0$

両辺×10

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$(x+2)(x+3)=0$$

$$x = -2, -3$$

② $0.01x^2 - 0.06x + 0.09 = 0$

両辺×100

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$(x-3)^2 = 0$$

$$x = 3$$

18 次の二次方程式を解きなさい。

BCDE ① $\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 1 = 0$

両辺×2

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$(x-1)(x-2)=0$$

$$x = 1, 2$$

② $\frac{1}{8}x^2 - 8 = 0$

両辺×8

$$x^2 - 64 = 0$$

$$(x+8)(x-8)=0$$

$$x = \pm 8$$

19 次の二次方程式を解きなさい。

ABCDE ① $x^2 + 2x - 8 = 0$

$$(x-2)(x+4) = 0$$

$$(x-2) = 0 \quad \text{より } x = 2$$

$$(x+4) = 0 \quad \text{より } x = -4$$

$$x = 2, \quad -4$$

② $6x^2 - 5x - 1 = 0$

解の公式より

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{25 + 24}}{2 \times 6}$$

$$x = \frac{5 \pm 7}{12}$$

$$x = \frac{12}{12}, \quad -\frac{2}{12}$$

$$x = 1, \quad -\frac{1}{6}$$

③ $(x+2)(5x-1) = 0$

$$(x+2) = 0 \quad \text{より } x = -2$$

$$(5x-1) = 0 \quad \text{より } x = \frac{1}{5}$$

$$x = -2, \quad \frac{1}{5}$$

※解の公式→二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解は, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

20 次の二次方程式を解きなさい。

ABCDE ① $x^2 = -8x$

$$x^2 + 8x = 0$$

$$x(x+8) = 0$$

$$x = 0, \quad -8$$

② $9x^2 = 4$

$$9x^2 - 4 = 0$$

$$(3x+2)(3x-2) = 0$$

$$x = \pm \frac{2}{3}$$

③ $x^2 = 4x - 2$

$$x^2 - 4x + 2 = 0$$

解の公式より

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 8}}{2}$$

$$x = \frac{4 \pm 2\sqrt{2}}{2}$$

$$x = 2 \pm \sqrt{2}$$

※解の公式→二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解は, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

21 次の二次方程式を解きなさい。

BCDE ① $7x^2+3=4(x+1)$

$$7x^2+3=4x+4$$

$$7x^2-4x-1=0$$

解の公式より
$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16+28}}{14}$$

$$x = \frac{4 \pm 2\sqrt{11}}{14}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{11}}{7}$$

② $2(x+1)^2=6-x^2$

$$2(x^2+2x+1)+x^2-6=0$$

$$2x^2+4x+2+x^2-6=0$$

$$3x^2+4x-4=0$$

解の公式より
$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2-4 \times 3 \times (-4)}}{2 \times 3}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{64}}{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm 8}{6}$$

$$x = \frac{2}{3}, -2$$

※解の公式→二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解は, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

22 次の二次方程式を解きなさい。

BCDE ① $x^2+36x+324=0$

$$(x+18)^2=0$$

$$x = -18$$

② $(x-2)^2+(x-2)-30=0$

$$x-2=A \text{ とおく}$$

$$A^2+A-30=0$$

$$(A-5)(A+6)=0$$

$$(x-2-5)(x-2+6)=0$$

$$(x-7)(x+4)=0$$

$$x = 7, -4$$

23 次の二次方程式を解きなさい。

BCDE ① $(x-4)^2=25$

$$x-4=\pm 5$$

$$x=4\pm 5$$

$$x = 9, -1$$

② $(x-1)^2+4(x-1)+3=0$

$$x-1=A \text{ とおく}$$

$$A^2+4A+3=0$$

$$(A+1)(A+3)=0$$

$$(x-1+1)(x-1+3)=0$$

$$x(x+2)=0$$

$$x = 0, -2$$

③ $2x^2+32x+128=0$

両辺÷2

$$x^2+16x+64=0$$

$$(x+8)^2=0$$

$$x = -8$$

24 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

二次方程式の利用

hakken. の法則 

例 右の図は、ある住宅地の地図を縦 6cm、横 10cm の長方形に切り取ったものです。
灰色の住宅部分の面積が 32cm^2 だとすると白色の道路幅は、何 cm か。

[解き方] 道路幅を x cm とすると、右下の図より

灰色の住宅部分の面積を求める式は

$$(10-x)(6-x)=32$$

$$60-16x+x^2-32=0$$

$$x^2-16x+28=0$$

$$(x-14)(x-2)=0$$

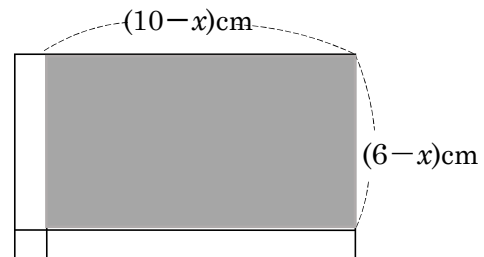
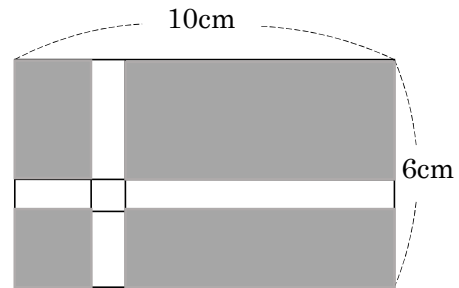
$$x=14, 2$$

長方形の縦の長さが 6cm だから、

$x=14$ は、問題に合わない。

$x=2$ は、問題に合っている。

[答] 2cm



◎方程式の解であっても、問題の条件にあてはまらないものがある。条件にあうかどうかを確かめた結果も解答の中に示しておく。

25 縦 120cm、横 160cm の長方形の紙がある。この紙に次のように決めて絵をかく。

BCDE

(ア) 絵のまわりに、等しい幅で白地の部分を残す。

(イ) 絵の面積は、紙の面積の半分とする。

このとき、白地の部分の幅は何 cm になるか、求めなさい。

白地の部分の幅を x cm とすると、

絵の縦の長さは、 $120-2x(\text{cm})$

横の長さは、 $160-2x(\text{cm})$

だから、 $(120-2x)(160-2x)$

$$=120 \times 160 \times \frac{1}{2}$$

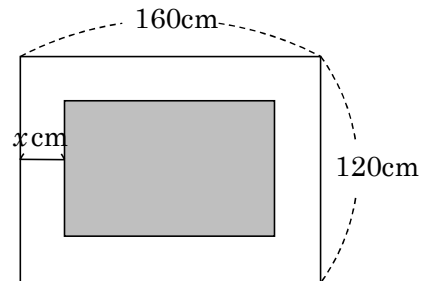
これを解くと、 $x^2-140x+2400=0$

$(x-20)(x-120)=0$ $x=20, 120$

$x=120$ のとき、問題にあわない。

$x=20$ のとき、絵の縦は 80cm、横は 120cm となり、これは問題にあっている。

20cm



- 26 正方形の土地がある。図のように、縦、横の辺に平行に幅 1m の通路をとって、残りの部分を花だんにしたら、花だんの面積が 25m^2 になった。正方形の土地の 1 辺の長さは何 m か。

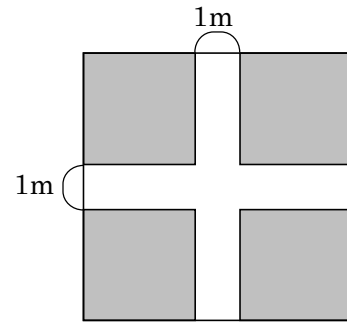
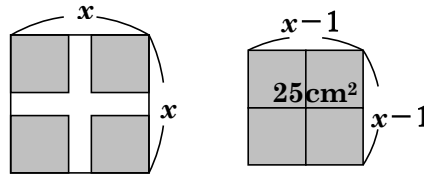
正方形の土地の 1 辺を $x\text{m}$ とすると、

$$(x-1)^2=25$$

$$x-1=\pm 5$$

$$x=1\pm 5$$

$$x=6, -4$$



$x > 0$ より、 $x = -4$ は不適

6m

- 27 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

整数の問題

hakken. の法則

- 例 連続した 2 つの正の整数がある。それぞれを 2 乗した数の和が 145 になるとき、これら 2 つの整数を求めなさい。

[解き方] 2 つの正の整数のうち、小さい方を x 、大きい方は $x+1$ とする。

$$\text{それぞれの 2 乗の和は、} x^2 + (x+1)^2 = 145$$

$$2x^2 + 2x - 144 = 0$$

$$x^2 + x - 72 = 0$$

$$(x+9)(x-8) = 0 \quad x = -9, 8$$

x は正の整数だから、 $x = 8$

$x = -9$ は問題にあわない。

$x = 8$ のとき、2 数は 8、9 となり、これは問題にあっている。

[答] 2 つの整数は、8 と 9

- 28 連続する 3 つの正の数があり、最大の数の平方は他の 2 つの数をそれぞれ 2 乗した数の和に等しい。これら 3 つの正の数をも求めなさい。

BCDE

一番小さい数を x とすると、

連続する 3 つの数は、 $x, x+1, x+2$ となる。

$$(x+2)^2 = x^2 + (x+1)^2$$

$$x^2 + 4x + 4 = x^2 + x^2 + 2x + 1$$

$$-x^2 + 2x + 3 = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x-3)(x+1) = 0$$

$x = 3, -1$ x は正の整数だから $x = 3$

3, 4, 5

- 29 ある自然数 x を 2 乗すべきところを間違っ
て 2 倍したため、結果は 80 小さくなった。このとき
の x を求めなさい。

$$2x = x^2 - 80$$

$$x^2 - 2x - 80 = 0$$

$$(x+8)(x-10) = 0$$

$$x = -8, 10 \quad x \text{ は自然数なので, } x = -8 \text{ は不適合, よって } x = 10$$

$$\underline{x = 10}$$

- 30 2 けたの整数がある。十の位の数は一の位の数より 1 小さく、それぞれの位の数の積はその
整数より 10 小さい。この整数を求めなさい

一の位を x 、十の位を、 $x-1$ とすると、

その整数は $10(x-1)+x$ となる。

各々の位の数の積は、 $x(x-1)$ となる。

$$x(x-1) = 10(x-1) + x - 10$$

$$x^2 - x = 10x - 10 + x - 10$$

$$x^2 - x = 11x - 20$$

$$x^2 - 12x + 20 = 0$$

$$(x-2)(x-10) = 0$$

$$x = 2, 10 \quad x < 10 \text{ なので, } x = 10 \text{ は不適合よって, } x = 2$$

$$\underline{12}$$

- 31 縦の長さが横より 3cm 短い長方形の厚紙の 4 すみから、1 辺が 2cm の正方形を切り取り、
残りを折り曲げて容積が 20cm^3 の直方体の箱を作る。長方形の厚紙の縦と横は何 cm で
あればよいか求めなさい。

長方形の厚紙の縦の長さを x cm とすると、

横の長さは、 $(x+3)$ cm

容積は、 $2(x-4)(x+3-4) = 20$

$$2(x-4)(x-1) = 20$$

$$(x-4)(x-1) = 10$$

$$x^2 - 5x + 4 - 10 = 0$$

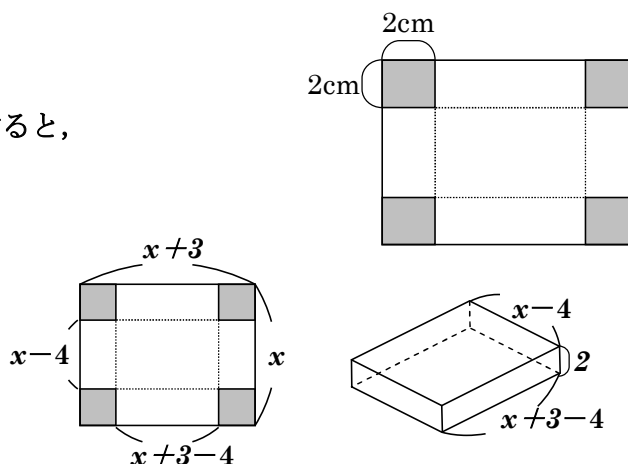
$$x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$(x-6)(x+1) = 0$$

$$x = 6, -1$$

x は自然数なので、 $x = 6(\text{cm})$ …縦の長さ

横の長さは、 $6+3=9$



縦 6cm 横 9cm

32 右の図のように正方形 ABCD の中に正方形 EFGH をつくる。このとき、AE の長さを求めなさい。ただし正方形 EFGH の面積を 68cm^2 、 $AE > AH$ とする。

CDE

正方形 ABCD の面積は、 $10 \times 10 = 100$
 4 つの直角三角形の面積の合計は、 $100 - 68 = 32$
 $AE = x$ とおくと
 $AH = 10 - x$

$$\frac{1}{2}x(10-x) \times 4 = 32$$

$$2x(10-x) = 32$$

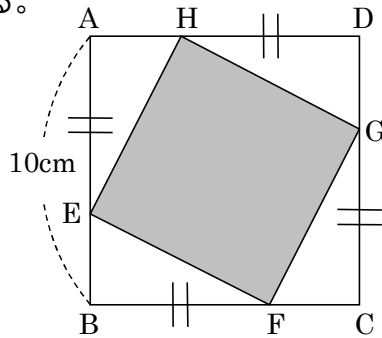
$$x(10-x) = 16$$

$$-x^2 + 10x - 16 = 0$$

$$x^2 - 10x + 16 = 0$$

$$(x-2)(x-8) = 0$$

$x = 2, 8$ $AE > AH$ より $x = 2$ は不適当、よって、 $AE = 8$



8cm

33 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

動く点の問題

hakken. の法則

例 下の図のような長方形 ABCD がある。点 P は辺 AB 上を A から B まで、点 Q は辺 BC 上を B から C まで、同時に出発して、点 P は毎秒 1cm、点 Q は毎秒 2cm の速さで進む。このとき、 $\triangle PBQ$ の面積が 5cm^2 になるのは、出発してから何秒後か。

[解き方] 出発してからかかった時間を x 秒とすると、

$$AP = x \text{ cm}, PB = 6 - x (\text{cm})$$

$$BQ = 2x \text{ cm} \text{ だから,}$$

$$\frac{1}{2} \times 2x(6-x) = 5$$

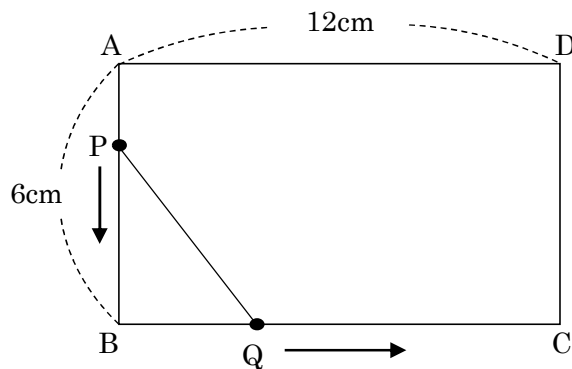
$$6x - x^2 = 5$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$(x-1)(x-5) = 0$$

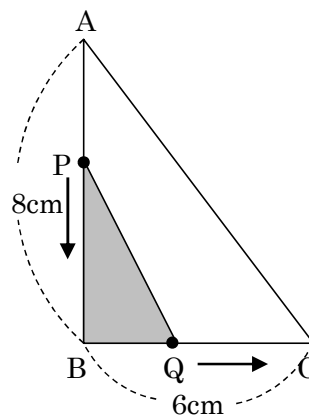
$$x = 1, 5$$

$0 < x < 6$ だから、どちらも問題にあっている。



[答] 1 秒後, 5 秒後

- 34 右の図のような直角三角形 ABC で、点 P は A を出発して AB 上を B まで動く。また、点 Q は点 P が A を出発すると同時に B を出発し C まで動く。点 P, Q が出発してから 2 秒後に $\triangle PBQ$ の面積は何 cm^2 になるか求めなさい。ただし点 P の速さは、秒速 2cm、点 Q の速さは秒速 1cm とする。



出発してから 2 秒後

$PB=4\text{cm}$, $BQ=2\text{cm}$ だから、

$\triangle PBQ$ の面積は、 $\frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4(\text{cm}^2)$

4cm^2

- 35 右の図のように、 $AB=BC=6\text{cm}$ の直角二等辺三角形 ABC がある。点 P は辺 AB 上を A から B まで、点 Q は辺 CB 上を C から B まで、同時に出発して、どちらも毎秒 1cm の速さで進む。このとき、四角形 APQC の面積が 10cm^2 になるのは、出発してから何秒後か。

出発してから x 秒後とすると、

$PB=QB=6-x(\text{cm})$ よって $\triangle PBQ = \frac{1}{2}(6-x)^2$

$\triangle ABC - \triangle PBQ =$ 四角形 APQC なので

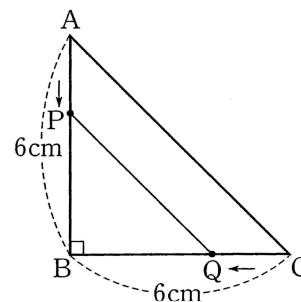
$$18 - \frac{1}{2}(6-x)^2 = 10$$

これを解くと、 $(6-x)^2 = 16$

$$6-x = \pm 4$$

$$x = 2, 10$$

$0 < x < 6$ だから、 $x=10$ は問題にあわない。



2 秒後

36 下の図のように、 $DC=10\text{cm}$ 、 $BC=20\text{cm}$ の長方形 $ABCD$ がある。2 点 P 、 Q は点 A を同時に
DE に出発し、点 P は毎秒 5cm 、点 Q は毎秒 2cm の速さで、それぞれ下の図の矢印の向きに
 AB 、 BC 、 CD 、 DA の順に、長方形の辺上を 1 周する。このとき、次の問いに答えなさい。

- ① 点 P が辺 DA 上にあり、 $AP=5\text{cm}$ になるのは、点 P が点 A を出発してから何秒後であるか求めなさい。

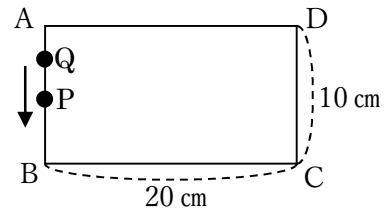
出発してから x 秒後とおくと

$AP=5$ であるから

点 P は 55cm 進んできたことになるので、

$$5x=55$$

$$x=11$$



11 秒後

- ② 点 P が辺 BC 上、点 Q が辺 AB 上にあり、 $\triangle QBP$ の面積が 10cm^2 になるのは、2 点 P 、 Q が頂点 A を出発してから何秒後であるか求めなさい。

出発してから x 秒後とおくと

$BP=5x-10$ 、 $BQ=10-2x$ だから、

$$(5x-10)(10-2x) \div 2 = 10$$

$$(5x-10)(10-2x) = 20$$

$$-10x^2 + 70x - 100 - 20 = 0$$

$$x^2 - 7x + 12 = 0$$

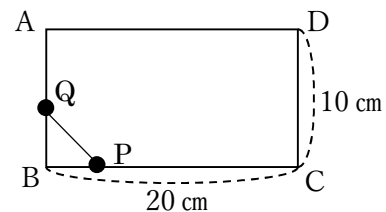
$$(x-3)(x-4) = 0$$

$$x=3, 4$$

点 P が辺 BC 上にあるのは、 $10 \leq 5x \leq 30$ より、 $2 \leq x \leq 6 \dots \textcircled{1}$

点 Q が辺 AB 上にあるのは、 $0 \leq 2x \leq 10$ より、 $0 \leq x \leq 5 \dots \textcircled{2}$

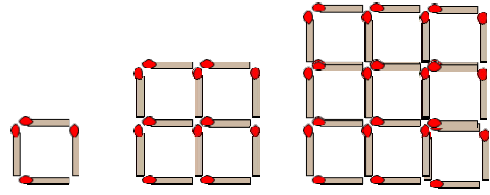
$x=3, 4$ は $\textcircled{1}\textcircled{2}$ のどちらも満たす



3 秒後, 4 秒後

37 右の図のようにマッチ棒でマス目をつくる。144本のマッチ棒を使うとき正方形の1辺の
DE マッチ棒の数を求めなさい。

例えば、 3×3 の正方形のマッチ棒の数は
図から



縦に並んだマッチ棒は $3 \text{本} \times 4 \text{列}$

横に並んだマッチ棒は $3 \text{本} \times 4 \text{列}$ になり、 $(3 \text{本} \times 4 \text{列}) \times 2 = 24$

3×3 の正方形ということを考慮した式に直すと $3 \times (3+1) \times 2 = 24$ となる

同じように $n \times n$ の正方形のマッチ棒の本数は $n \times (n+1) \times 2$ となる。よって

$$n \times (n+1) \times 2 = 144$$

$$2n^2 + 2n - 144 = 0$$

$$n^2 + n - 72 = 0$$

$$(n+9)(n-8) = 0$$

$$n = 8, -9$$

$n = -9$ は答えとして適当でないから、 $n = 8$

8本

38 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

応用 (1)

hakken. の法則

例 二次方程式 $x^2 + ax - 3 = 0$ の解の1つは -3 である。次の問いに答えなさい。

(1) a の値を求めなさい。

[解き方] 二次方程式に $x = -3$ を代入すると、 $9 - 3a - 3 = 0$

これを解いて、 $a = 2$

[答] $a = 2$

(2) 他の解を求めなさい。

[解き方] 二次方程式は $x^2 + 2x - 3 = 0$

これを解くと、 $(x+3)(x-1) = 0$

$x = -3, 1$

よって、他の解は $x = 1$

[答] $x = 1$

39 二次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ の解が 3 と 4 のとき、 a と b の値をそれぞれ求めなさい。

BCDE

$x = 3, x = 4$ をそれぞれ $x^2 + ax + b = 0$ に代入する

$$9 + 3a + b = 0 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2}$$

$$9 + 3a + b = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 16 + 4a + b = 0 \quad \dots \textcircled{2} \end{array} \right.$$

$$-) \underline{16 + 4a + b = 0}$$

$$-7 - a = 0$$

$$a = -7$$

$a = -7$ を $\textcircled{1}$ に代入 $9 - 21 + b = 0$

$$-12 + b = 0$$

$$b = 12$$

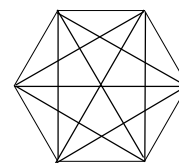
$a = -7, b = 12$

40 次の問いに答えなさい。

DE

① 正 n 角形の対角線の本数は、 $\frac{n(n-3)}{2}$ で求めることができる。

正六角形の対角線の本数を答えなさい。



$$\frac{6(6-3)}{2} = 9$$

9 本

② 54 本の対角線が引ける正多角形を答えなさい。

$$\frac{n(n-3)}{2} = 54$$

両辺×2

$$n(n-3) = 108$$

$$n^2 - 3n - 108 = 0$$

$$(n-12)(n+9) = 0$$

$$n = 12, -9$$

n は自然数だから、 $n = -9$ は答えとして適当でない。 $n = 12$

正十二角形

41 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

CDE

応用 (2)

hakken. の法則

例 右の図で、 $y=x+2$ のグラフと y 軸との交点を B、 $y=x+2$ 上の $x>0$ の部分に点 A を取り、点 A から x 軸に垂線をひき、 x 軸との交点を C とした。
 $\triangle ABC$ の面積が 24cm^2 のとき、点 A の座標を求めなさい。ただし、座標の 1 メモリを 1cm とする。

[解き方] 点 A の x 座標を a とすると、A、C の座標は、それぞれ $A(a, a+2)$ 、 $C(a, 0)$

$$\triangle ABC \text{ の面積が } 24\text{cm}^2 \text{ だから, } \frac{1}{2}a \times (a+2) = 24$$

両辺×2

$$a(a+2) = 48$$

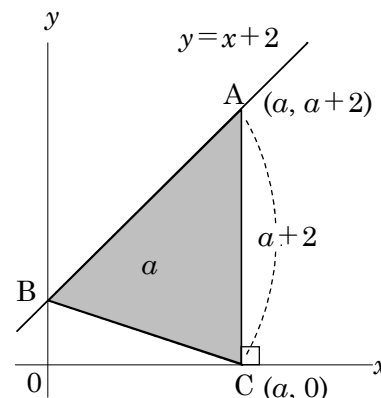
$$a^2 + 2a - 48 = 0$$

$$(a-6)(a+8) = 0$$

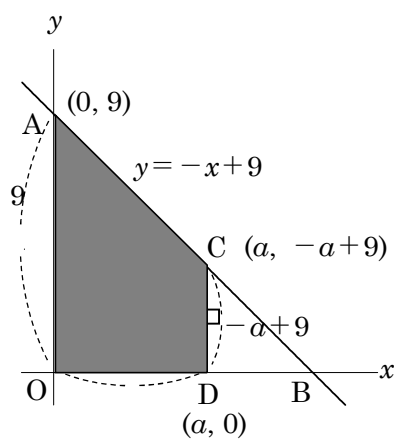
$$a = 6, -8 \quad a > 0 \text{ だから, } a = 6$$

したがって、A 座標は $(6, 8)$

[答] $(6, 8)$



- 42 右の図で、 $y = -x + 9$ のグラフと y 軸、 x 軸との交点をそれぞれ A、B とし、線分 AB 上に点 C をとる。
 DE 点 C から x 軸に垂線をひき、 x 軸との交点を D とした。
 台形 AODC の面積が 28cm^2 のとき、点 C の座標を求めなさい。ただし、座標の 1 メモリを 1cm とする。



点 A の座標は、 $(0, 9)$

点 C の x 座標を a とすると、C、D の座標は、
 それぞれ $C(a, -a+9)$ 、 $D(a, 0)$

台形 AODC の面積が 28cm だから、 $\{9 + (-a+9)\} \times a \times \frac{1}{2} = 28$

両辺 $\times 2$

$$\{9 + (-a+9)\} \times a = 56$$

$$(9 - a + 9) \times a = 56$$

$$-a^2 + 18a = 56$$

$$a^2 - 18a + 56 = 0$$

$$(a-4)(a-14) = 0$$

$$a = 4, 14$$

$a < 8$ だから、 $a = 4$ したがって、C 座標は $(4, 5)$

$(4, 5)$