

23 二次方程式(中3)まとめ

1 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

二次方程式とその解き方

hakken.の法則 

★二次方程式^{にじほうていしき}…移項して整理すると、 $(x \text{ の二次式})=0$ という形になる方程式を、 x についての二次方程式という。 \rightarrow $(x^2 \text{ がある式})$

例 $x^2-1=0, x^2+5x+3=0, x^2+3x=2$

★二次方程式の解^{かい}…二次方程式を成り立たせる x の値を、その方程式の解といい、解をすべて求めることを二次方程式を解く^とという。

例 次の二次方程式を解きなさい。

(1) $2x^2-100=0$

$$2x^2=100$$

$$x^2=50$$

$$x=\pm\sqrt{50}$$

$$x=\pm 5\sqrt{2}$$

(2) $2x^2-24=0$

$$2x^2=24$$

$$x^2=12$$

$$x=\pm\sqrt{12}$$

$$x=\pm 2\sqrt{3}$$

(3) $4x^2-7=0$

$$4x^2=7$$

$$x^2=\frac{7}{4}$$

$$x=\pm\sqrt{\frac{7}{4}}$$

$$x=\pm\frac{\sqrt{7}}{2}$$

(4) $(x-3)^2=4$

[解き方] $x-3=A$ とおくと、

$$A^2=4$$

$$A=\pm 2$$

A をもとにもどすと、

$$x-3=\pm 2$$

$$x=3\pm 2$$

$$\begin{cases} x-3=2 \text{ から, } x=5 \\ x-3=-2 \text{ から, } x=1 \end{cases}$$

よって、 $x=5, 1$

(5) $(x+2)^2-27=0$

$$(x+2)^2=27$$

$x+2=A$ とおくと、

$$A^2=27$$

$$A=\pm 3\sqrt{3}$$

A をもとにもどすと、

$$x+2=\pm 3\sqrt{3}$$

$$x=-2\pm 3\sqrt{3}$$

2 次の二次方程式を解きなさい。

ABCDE

① $x^2-16=0$

② $3x^2-15=0$

3 次の二次方程式を解きなさい。

ABCDE ① $(x-4)^2=9$

② $(x+1)^2-64=0$

4 次の二次方程式を解きなさい。

ABCDE ① $5(x+1)^2=50$

② $4(x-1)^2-20=0$

5 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

$(x+m)^2=n$ の形にして方程式を解く

hakken. の法則 

例 次の二次方程式を解きなさい。

$$x^2+6x+4=0$$

$$x^2+6x=-4$$

$$x^2+6x+3^2=-4+3^2$$

$$(x+3)^2=5$$

$$x+3=\pm\sqrt{5}$$

$$x=-3\pm\sqrt{5}$$

4 を移項

x の係数の半分の 2 乗を両辺に加える

左辺を因数分解

3 を移項

$$x^2+6x=-4$$

半分の 2 乗

$$\frac{x^2+6x+3^2}{(x+3)^2}=-4+3^2$$

6 次の二次方程式を $(x+m)^2=n$ の形にして解きなさい。

BCDE

① $x^2+4x-16=0$

② $x^2+10x+7=0$

7 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

解の公式を使って二次方程式を解く

hakken. の法則 

★二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解は, $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

例 次の二次方程式を解きなさい。

(1) $4x^2+5x+1=0$

$a=4, b=5, c=1$ だから

$b^2-4ac=5^2-4\times 4\times 1$

$=9$

$x=\frac{-5\pm\sqrt{9}}{2\times 4}$

$=\frac{-5\pm 3}{8}$

$x=\frac{-5+3}{8}$

$x=\frac{-5-3}{8}$

$=\frac{-2}{8}$

$=\frac{-8}{8}$

$=-\frac{1}{4}$

$=-1$

よって, $x=-\frac{1}{4}, -1$

(2) $9x^2-12x+4=0$

$a=9, b=-12, c=4$ だから

$b^2-4ac=(-12)^2-4\times 9\times 4$

$=0$

$x=\frac{12\pm\sqrt{0}}{2\times 9}$

$=\frac{2}{3}$

◎二次方程式では, 上の(2)のように, 解が1つになることもある。

8 次の二次方程式を解の公式を使って解きなさい。

ABCDE

① $3x^2-9x+5=0$

② $4x^2-x-2=0$

9 次の二次方程式を解の公式を使って解きなさい。

ABCDE

① $8x^2-2x-3=0$

② $4x^2+2x-5=0$

10 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

$$x^2+(a+b)x+ab=0, ax^2+bx=0, x^2+2ax+a^2=0$$

hakken. の法則 

★二次方程式 $ax^2+bx+c=0$, その左辺が因数分解できれば、
右のことを使って解くことができる。

$A \times B = 0$ ならば、
 $A = 0$ または $B = 0$

例 次の二次方程式を解きなさい。

(1) $x^2-2x-15=0$

$$(x+3)(x-5)=0$$

$$x+3=0 \text{ または } x-5=0$$

よって、 $x=-3, 5$

(2) $x^2+3x=0$

$$x(x+3)=0$$

$$x=0 \text{ または } x+3=0$$

よって、 $x=0, -3$

(3) $x^2=4x$

$$x^2-4x=0$$

$$x(x-4)=0$$

$$x=0 \text{ または } x-4=0$$

よって、 $x=0, 4$

(4) $x^2+6x+9=0$

$$(x+3)^2=0$$

$$x+3=0$$

よって、 $x=-3$

11 次の二次方程式を解きなさい。

ABCDE

① $x^2-13x+12=0$

② $x^2-6x-7=0$

12 次の二次方程式を解きなさい。

ABCDE

① $3x^2=-5x$

② $x^2-5x=-6$

13 次の二次方程式を解きなさい

ABCDE

① $x^2=10x-25$

② $x^2+6=7x$

14 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

二次方程式の解き方(因数分解を使って)

hakken. の法則 

例 次の二次方程式を解きなさい。

(1) $(x+1)(x+3)=3(x+1)$

$$x^2+4x+3=3x+3$$

$$x^2+4x-3x+3-3=0$$

$$x^2+x=0$$

$$x(x+1)=0$$

$$x=0, -1$$

(3) $2(x^2+2)=6x$

両辺を 2 でわる

$$x^2+2=3x$$

$$x^2-3x+2=0$$

$$(x-1)(x-2)=0$$

$$x=1, 2$$

(2) $2x^2-11=(x-1)(x+3)$

$$2x^2-11=x^2+2x-3$$

$$2x^2-x^2-2x-11+3=0$$

$$x^2-2x-8=0$$

$$(x+2)(x-4)=0$$

$$x=-2, 4$$

(4) $-3x^2-3x+36=0$

両辺を -3 でわる

$$x^2+x-12=0$$

$$(x-3)(x+4)=0$$

$$x=3, -4$$

15 次の二次方程式を解きなさい。

ABCDE

① $(x+3)(x-5)=20$

② $(x-5)^2=-2(3x-15)$

16 次の二次方程式を解きなさい。

BCDE

① $4(x^2+2)=(x+1)(x+5)$

② $(3x-2)(x+4)=5x^2+4$

17 次の二次方程式を解きなさい。

BCDE

① $0.1x^2+0.5x+0.6=0$

② $0.01x^2-0.06x+0.09=0$

18 次の二次方程式を解きなさい。

BCDE

① $\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 1 = 0$

② $\frac{1}{8}x^2 - 8 = 0$

19 次の二次方程式を解きなさい。

ABCDE

① $x^2 + 2x - 8 = 0$

② $6x^2 - 5x - 1 = 0$

③ $(x+2)(5x-1) = 0$

20 次の二次方程式を解きなさい。

ABCDE

① $x^2 = -8x$

② $9x^2 = 4$

③ $x^2 = 4x - 2$

21 次の二次方程式を解きなさい。

BCDE

① $7x^2 + 3 = 4(x+1)$

② $2(x+1)^2 = 6 - x^2$

22 次の二次方程式を解きなさい。

BCDE ① $x^2 + 36x + 324 = 0$

② $(x-2)^2 + (x-2) - 30 = 0$

23 次の二次方程式を解きなさい。

BCDE ① $(x-4)^2 = 25$

② $(x-1)^2 + 4(x-1) + 3 = 0$

③ $2x^2 + 32x + 128 = 0$

24 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

二次方程式の利用

hakken. の法則 

例 右の図は、ある住宅地の地図を縦 6cm、横 10cm の長方形に切り取ったものです。

灰色の住宅部分の面積が 32cm^2 だとすると白色の道路幅は、何 cm か。[解き方] 道路幅を x cm とすると、右下の図より

灰色の住宅部分の面積を求める式は

$$(10-x)(6-x) = 32$$

$$60 - 16x + x^2 - 32 = 0$$

$$x^2 - 16x + 28 = 0$$

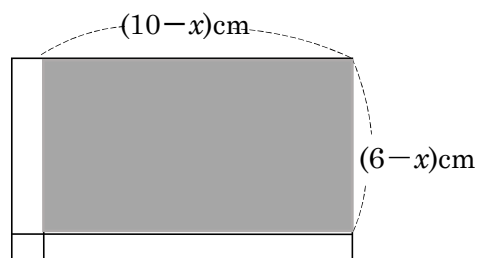
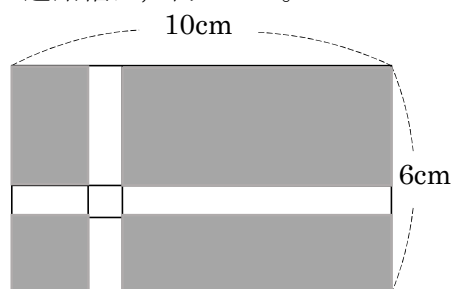
$$(x-14)(x-2) = 0$$

$$x = 14, 2$$

長方形の縦の長さが 6cm だから、

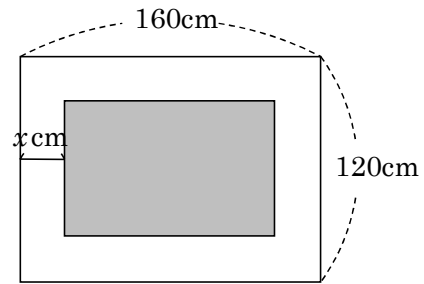
 $x = 14$ は、問題に合わない。 $x = 2$ は、問題に合っている。[答] 2cm

◎方程式の解であっても、問題の条件にあてはまらないものがある。条件にあうかどうかを確かめた結果も解答の中に示しておく。



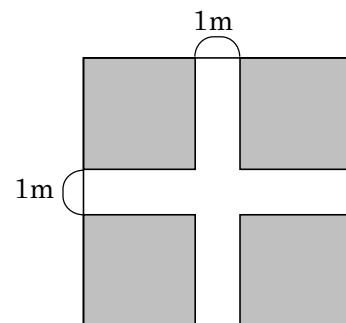
25 縦 120cm, 横 160cm の長方形の紙がある。この紙に次のように決めて絵をかく。

- BCDE (ア) 絵のまわりに、等しい幅で白地の部分を残す。
 (イ) 絵の面積は、紙の面積の半分とする。
 このとき、白地の部分の幅は何 cm になるか、求めなさい。



26 正方形の土地がある。図のように、縦、横の辺に平行に幅 1m の通路をとって、残りの部分を花だんにしたら、花だんの面積が 25m^2 になった。正方形の土地の 1 辺の長さは何 m か。

CDE



27 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

整数の問題

hakken. の法則

- 例 連続した 2 つの正の整数がある。それぞれを 2 乗した数の和が 145 になるとき、これら 2 つの整数を求めなさい。

[解き方] 2 つの正の整数のうち、小さい方を x 、大きい方は $x+1$ とする。

$$\text{それぞれの 2 乗の和は, } x^2 + (x+1)^2 = 145$$

$$2x^2 + 2x - 144 = 0$$

$$x^2 + x - 72 = 0$$

$$(x+9)(x-8) = 0 \quad x = -9, 8$$

x は正の整数だから、 $x = 8$

$x = -9$ は問題にあわない。

$x = 8$ のとき、2 数は 8、9 となり、これは問題にあっている。

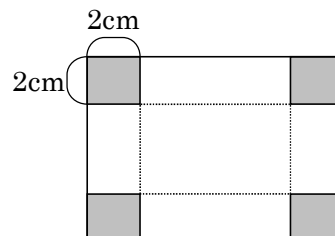
[答] 2 つの整数は、8 と 9

- 28 連続する3つの正の数があり、最大の数の平方は他の2つの数をそれぞれ2乗した数の和に等しい。これら3つの正の数を求めなさい。

- 29 ある自然数 x を2乗すべきところを間違っ
て2倍したため、結果は80小さくなった。このとき
の x を求めなさい。

- 30 2けたの整数がある。十の位の数は一の位の数より1小さく、それぞれの位の数の積はその整数より10小さい。この整数を求めなさい

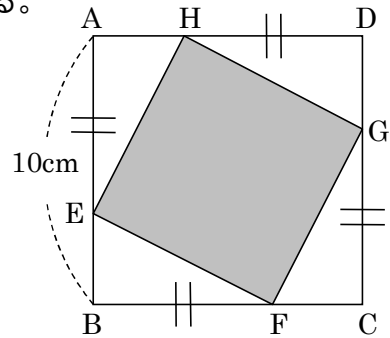
- 31 縦の長さが横より3cm短い長方形の厚紙の4すみから、1辺が2cmの正方形を切り取り、残りを折り曲げて容積が 20cm^3 の直方体の箱を作る。長方形の厚紙の縦と横は何cmであればよいか求めなさい。



縦 _____ 横 _____

- 32 右の図のように正方形 ABCD の中に正方形 EFGH をつくる。このとき、AE の長さを求めなさい。ただし正方形 EFGH の面積を 68cm^2 、 $AE > AH$ とする。

CDE



- 33 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

動く点の問題

hakken. の法則

例 下の図のような長方形 ABCD がある。点 P は辺 AB 上を A から B まで、点 Q は辺 BC 上を B から C まで、同時に出発して、点 P は毎秒 1cm 、点 Q は毎秒 2cm の速さで進む。このとき、 $\triangle PBQ$ の面積が 5cm^2 になるのは、出発してから何秒後か。

[解き方] 出発してからかかった時間を x 秒とすると、

$$AP = x \text{ cm}, PB = 6 - x (\text{cm})$$

$$BQ = 2x \text{ cm} \text{ だから,}$$

$$\frac{1}{2} \times 2x(6 - x) = 5$$

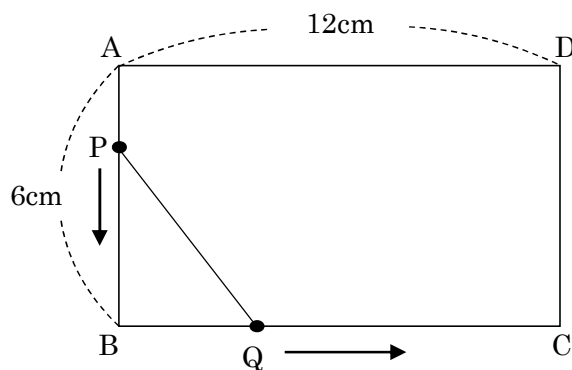
$$6x - x^2 = 5$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$(x - 1)(x - 5) = 0$$

$$x = 1, 5$$

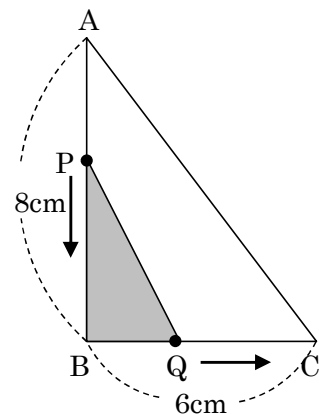
$0 < x < 6$ だから、どちらも問題にあっている。



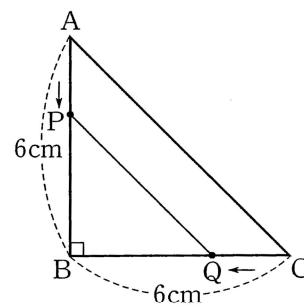
[答] 1 秒後, 5 秒後

- 34 右の図のような直角三角形 ABC で、点 P は A を出発して AB 上を B まで動く。また、点 Q は点 P が A を出発すると同時に B を出発し C まで動く。点 P, Q が出発してから 2 秒後に $\triangle PBQ$ の面積は何 cm^2 になるか求めなさい。ただし点 P の速さは、秒速 2cm 、点 Q の速さは秒速 1cm とする。

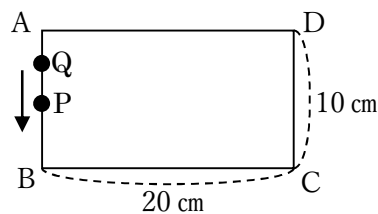
BCDE



- 35 右の図のように、 $AB=BC=6\text{cm}$ の直角二等辺三角形 ABC がある。点 P は辺 AB 上を A から B まで、点 Q は辺 CB 上を C から B まで、同時に出発して、どちらも毎秒 1cm の速さで進む。このとき、四角形 $APQC$ の面積が 10cm^2 になるのは、出発してから何秒後か。

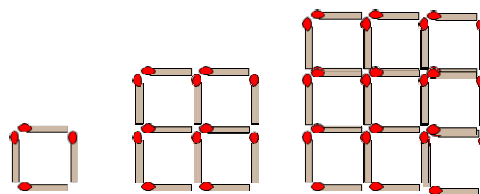


- 36 下の図のように、 $DC=10\text{cm}$, $BC=20\text{cm}$ の長方形 $ABCD$ がある。2点 P , Q は点 A を同時に出発し、点 P は毎秒 5cm , 点 Q は毎秒 2cm の速さで、それぞれ下の図の矢印の向きに AB , BC , CD , DA の順に、長方形の辺上を1周する。このとき、次の問いに答えなさい。
- ① 点 P が辺 DA 上にあり、 $AP=5\text{cm}$ になるのは、点 P が点 A を出発してから何秒後であるか求めなさい。



- ② 点 P が辺 BC 上、点 Q が辺 AB 上にあり、 $\triangle QBP$ の面積が 10cm^2 になるのは、2点 P , Q が頂点 A を出発してから何秒後であるか求めなさい。

- 37 右の図のようにマッチ棒でマス目をつくる。144本のマッチ棒を使うとき正方形の1辺の
DE マッチ棒の数を求めなさい。



- 38 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

応用(1)

hakken.の法則💡

例 二次方程式 $x^2+ax-3=0$ の解の1つは -3 である。次の問いに答えなさい。

(1) a の値を求めなさい。

[解き方] 二次方程式に $x=-3$ を代入すると, $9-3a-3=0$

これを解いて,

$$a=2$$

[答]
 $a=2$

(2) 他の解を求めなさい。

[解き方] 二次方程式は $x^2+2x-3=0$

これを解くと, $(x+3)(x-1)=0$

$$x=-3, 1$$

よって, 他の解は $x=1$

[答]
 $x=1$

- 39 二次方程式 $x^2+ax+b=0$ の解が 3 と 4 のとき, a と b の値をそれぞれ求めなさい。

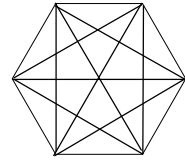
BCDE

40 次の問いに答えなさい。

DE

① 正 n 角形の対角線の本数は、 $\frac{n(n-3)}{2}$ で求めることができる。

正六角形の対角線の本数を答えなさい。



② 54 本の対角線が引ける正多角形を答えなさい。

41 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

CDE

応用 (2)

hakken. の法則 

例 右の図で、 $y=x+2$ のグラフと y 軸との交点を B、 $y=x+2$ 上の $x>0$ の部分に点 A を取り、点 A から x 軸に垂線をひき、 x 軸との交点を C とした。 $\triangle ABC$ の面積が 24cm^2 のとき、点 A の座標を求めなさい。ただし、座標の 1 メモリを 1cm とする。

[解き方] 点 A の x 座標を a とすると、A、C の座標は、それぞれ $A(a, a+2)$ 、 $C(a, 0)$

$\triangle ABC$ の面積が 24cm^2 だから、 $\frac{1}{2}a \times (a+2) = 24$

両辺 $\times 2$

$$a(a+2) = 48$$

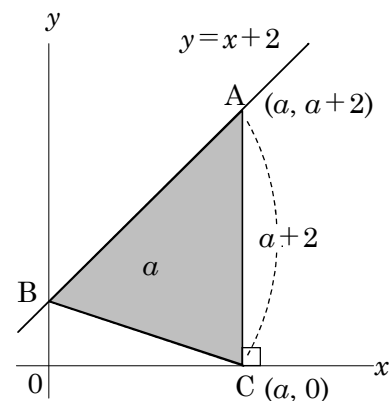
$$a^2 + 2a - 48 = 0$$

$$(a-6)(a+8) = 0$$

$$a = 6, -8 \quad a > 0 \text{ だから, } a = 6$$

したがって、A 座標は $(6, 8)$

[答] $(6, 8)$



- 42 右の図で、 $y = -x + 9$ のグラフと y 軸、 x 軸との交点をそれぞれ A、B とし、線分 AB 上に点 C をとる。
DE 点 C から x 軸に垂線をひき、 x 軸との交点を D とした。
台形 AODC の面積が 28cm^2 のとき、点 C の座標を求めなさい。ただし、座標の 1 メモリを 1cm とする。

