

22 平方根②(中3)まとめ

1 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

**√のついた項をまとめること**

**hakken. の法則** 

★√の中の数値を、できるだけ簡単になるように変形してから計算する。

例 (1)  $\sqrt{45} + 4\sqrt{5}$   
 $=\sqrt{3^2 \times 5} + 4\sqrt{5}$   
 $=3\sqrt{5} + 4\sqrt{5}$   
 $=7\sqrt{5}$

(2)  $\sqrt{18} - \sqrt{32}$   
 $=\sqrt{3^2 \times 2} - \sqrt{4^2 \times 2}$   
 $=3\sqrt{2} - 4\sqrt{2}$   
 $=-\sqrt{2}$

2 次の計算をしなさい。

ABCDE

①  $3\sqrt{24} + 2\sqrt{54}$   
 $=3\sqrt{2^2 \times 2 \times 3} + 2\sqrt{3^2 \times 2 \times 3}$   
 $=6\sqrt{6} + 6\sqrt{6}$   
 $=12\sqrt{6}$

②  $2\sqrt{3} - \sqrt{27}$   
 $=2\sqrt{3} - \sqrt{3^2 \times 3}$   
 $=2\sqrt{3} - 3\sqrt{3}$   
 $=-\sqrt{3}$

3 次の計算をしなさい。

ABCDE

①  $\sqrt{75} + \sqrt{8} - \sqrt{27}$   
 $=\sqrt{5^2 \times 3} + \sqrt{2^2 \times 2} - \sqrt{3^2 \times 3}$   
 $=5\sqrt{3} + 2\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$   
 $=5\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$   
 $=2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$

②  $\sqrt{45} - \sqrt{20} - 2\sqrt{5}$   
 $=\sqrt{3^2 \times 5} - \sqrt{2^2 \times 5} - 2\sqrt{5}$   
 $=3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 2\sqrt{5}$   
 $=-\sqrt{5}$

4  $\sqrt{50} - \sqrt{n} = \sqrt{8}$  の等式を成り立たせる正の整数  $n$  の値を求めなさい。

CDE

$$\begin{aligned} 5\sqrt{2} - \sqrt{n} &= 2\sqrt{2} \\ -\sqrt{n} &= 2\sqrt{2} - 5\sqrt{2} \\ -\sqrt{n} &= -3\sqrt{2} \\ -\sqrt{n} &= -\sqrt{18} \\ n &= 18 \end{aligned}$$

$n = 18$

5 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

### √をふくむ式の計算

hakken. の法則 

★分母に√をふくまない形に変形してから計算する。

$$\begin{aligned}
 \text{例 (1)} \quad & \sqrt{27} - \frac{6}{\sqrt{3}} \\
 & = \sqrt{3^2 \times 3} - \frac{6 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} \\
 & = 3\sqrt{3} - \frac{6\sqrt{3}}{3} \\
 & = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \\
 & = \sqrt{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(2)} \quad & \frac{\sqrt{20}}{5} + \frac{1}{2\sqrt{5}} \\
 & = \frac{\sqrt{2^2 \times 5}}{5} + \frac{1 \times \sqrt{5}}{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}} \\
 & = \frac{2\sqrt{5}}{5} + \frac{\sqrt{5}}{10} \\
 & = \frac{4\sqrt{5}}{10} + \frac{\sqrt{5}}{10} \\
 & = \frac{5\sqrt{5}}{10} \\
 & = \frac{\sqrt{5}}{2}
 \end{aligned}$$

6 次の計算をしなさい。

BCDE

$$\begin{aligned}
 \text{①} \quad & 3\sqrt{2} + \frac{4}{\sqrt{2}} \\
 & = 3\sqrt{2} + \frac{4 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \\
 & = 3\sqrt{2} + \frac{4\sqrt{2}}{2} \\
 & = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} \\
 & = 5\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{②} \quad & \sqrt{27} - \frac{\sqrt{3}}{2} \\
 & = \frac{2\sqrt{27}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \\
 & = \frac{2\sqrt{3^2 \times 3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \\
 & = \frac{6\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \\
 & = \frac{5\sqrt{3}}{2}
 \end{aligned}$$

7 次の計算をしなさい。

BCDE

$$\begin{aligned}
 \text{①} \quad & \sqrt{10} \times \sqrt{5} - \sqrt{32} \\
 & = \sqrt{2 \times 5} \times \sqrt{5} - \sqrt{2^4 \times 2} \\
 & = 5\sqrt{2} - 4\sqrt{2} \\
 & = \sqrt{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{②} \quad & \frac{12}{\sqrt{3}} + \sqrt{6} \times \sqrt{18} \\
 & = \frac{12 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} + \sqrt{2 \times 3} \times \sqrt{3^2 \times 2} \\
 & = \frac{12\sqrt{3}}{3} + 6\sqrt{3} \\
 & = 4\sqrt{3} + 6\sqrt{3} \\
 & = 10\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

8 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

### √をふくむ式の積と商

### hakken. の法則

$$\begin{aligned} \text{例 (1)} \quad & \sqrt{5}(\sqrt{5}-3) \\ & =\sqrt{5} \times \sqrt{5}-\sqrt{5} \times 3 \\ & =5-3\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(2)} \quad & (\sqrt{10}-5\sqrt{6}) \div \sqrt{2} \\ & =(\sqrt{10}-5\sqrt{6}) \times \frac{1}{\sqrt{2}} \\ & =\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}}-\frac{5\sqrt{6}}{\sqrt{2}} \\ & =\sqrt{5}-5\sqrt{3} \end{aligned}$$

9 次の計算をしなさい。

ABCDE

$$\begin{aligned} \text{①} \quad & \sqrt{2}(\sqrt{10}-2) \\ & =\sqrt{20}-2\sqrt{2} \\ & =2\sqrt{5}-2\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{②} \quad & (\sqrt{25}-\sqrt{5}) \div \sqrt{5} \\ & =(\sqrt{25}-\sqrt{5}) \times \frac{1}{\sqrt{5}} \\ & =\sqrt{5}-1 \end{aligned}$$

10 次の計算をしなさい。

ABCDE

$$\begin{aligned} \text{①} \quad & \sqrt{5}(\sqrt{20}-3) \\ & =\sqrt{100}-3\sqrt{5} \\ & =10-3\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{②} \quad & (\sqrt{3}+5) \div \sqrt{5} \\ & =\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}+\frac{5}{\sqrt{5}} \\ & =\frac{\sqrt{3} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}}+\frac{5 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} \\ & =\frac{\sqrt{15}}{5}+\frac{5\sqrt{5}}{5} \\ & =\frac{\sqrt{15}}{5}+\sqrt{5} \end{aligned}$$

11 次の計算をしなさい。

BCDE

$$\begin{aligned} \text{①} \quad & (\sqrt{5}-\sqrt{2}) \div \sqrt{10} \\ & =\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{10}}-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}} \\ & =\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{5}} \\ & =\frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}-\frac{1 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} \\ & =\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{5}}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{②} \quad & (6+\sqrt{12}) \div \sqrt{\frac{2}{3}}=(6+\sqrt{12}) \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \\ & =\frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{12} \times \sqrt{3}}{\sqrt{2}} \\ & =\frac{6\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}+\sqrt{6} \times \sqrt{3} \\ & =\frac{6\sqrt{6}}{2}+\sqrt{2 \times 3 \times 3} \\ & =3\sqrt{6}+3\sqrt{2} \end{aligned}$$

12 次の計算をしなさい。

BCDE

$$\begin{aligned}
 \textcircled{1} \quad & 2\sqrt{15} \div \sqrt{3} - \frac{20}{\sqrt{5}} \\
 & = 2\sqrt{15} \times \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{20\sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} \\
 & = 2\sqrt{5} - \frac{20\sqrt{5}}{5} \\
 & = 2\sqrt{5} - 4\sqrt{5} \\
 & = -2\sqrt{5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{2} \quad & \sqrt{2}(\sqrt{2}-3) + 3(\sqrt{2}+3) \\
 & = 2 - 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 9 \\
 & = 11
 \end{aligned}$$

13 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

## √をふくむ式の展開

hakken. の法則 

例 次の計算をしましょう。

$$\begin{aligned}
 \textcircled{1} \quad & (\sqrt{3}+4)(\sqrt{2}-1) \\
 & = \sqrt{3} \times \sqrt{2} - \sqrt{3} \times 1 + 4 \times \sqrt{2} - 4 \times 1 \\
 & = \sqrt{6} - \sqrt{3} + 4\sqrt{2} - 4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{2} \quad & (\sqrt{3}+4)(\sqrt{3}-1) \\
 & = (\sqrt{3})^2 + (4-1)\sqrt{3} + 4 \times (-1) \\
 & = 3 + 3\sqrt{3} - 4 \\
 & = -1 + 3\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{3} \quad & (\sqrt{5}-\sqrt{7})^2 \\
 & = (\sqrt{5})^2 - 2 \times \sqrt{5} \times \sqrt{7} + (\sqrt{7})^2 \\
 & = 5 - 2\sqrt{35} + 7 \\
 & = 12 - 2\sqrt{35}
 \end{aligned}$$

乗法公式

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

14 次の計算をしなさい。

ABCDE

$$\begin{aligned}
 \textcircled{1} \quad & (5+3\sqrt{3})(5-3\sqrt{3}) \\
 & = 5^2 - (3\sqrt{3})^2 \\
 & = 25 - 27 \\
 & = -2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{2} \quad & (2\sqrt{6}-1)^2 \\
 & = (2\sqrt{6})^2 - 2 \times 2\sqrt{6} + 1 \\
 & = 24 - 4\sqrt{6} + 1 \\
 & = 25 - 4\sqrt{6}
 \end{aligned}$$

15 次の計算をしなさい。

$$\begin{aligned} \text{ABCDE } ① & (\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+4) \\ & =(\sqrt{5})^2+(-1+4)\sqrt{5}-4 \\ & =5+3\sqrt{5}-4 \\ & =\mathbf{1+3\sqrt{5}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ② & (\sqrt{7}-4)(6-\sqrt{7}) \\ & =(\sqrt{7}-4)(-\sqrt{7}+6) \\ & =-(\sqrt{7}-4)(\sqrt{7}-6) \\ & =-\{(\sqrt{7})^2+(-4-6)\sqrt{7}+24\} \\ & =-7+10\sqrt{7}-24 \\ & =\mathbf{-31+10\sqrt{7}} \end{aligned}$$

16 次の計算をしなさい。

$$\begin{aligned} \text{BCDE } ① & (\sqrt{5}-3)(\sqrt{5}+3)+(\sqrt{5}-2)^2 \\ & =(\sqrt{5})^2-3^2+(\sqrt{5})^2-2\times\sqrt{5}\times 2+2^2 \\ & =5-9+5-4\sqrt{5}+4 \\ & =\mathbf{5-4\sqrt{5}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ② & (\sqrt{3}+\sqrt{2})^2+(\sqrt{6}+2)(\sqrt{6}-4) \\ & =(\sqrt{3})^2+2\times\sqrt{3}\times\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2+(\sqrt{6})^2+(2-4)\sqrt{6}-2\times 4 \\ & =3+2\sqrt{6}+2+6-2\sqrt{6}-8 \\ & =\mathbf{3} \end{aligned}$$

17 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

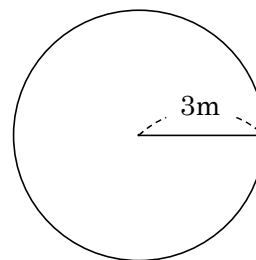
CDE

## 平方根の利用(1)

hakken. の法則 

例 右のような円形の砂場があります。この砂場の3倍の面積の砂場を作るには、半径を何 m にすればよいか答えなさい。

[解き方] 円の面積=半径×半径× $\pi$ より、  
 この砂場の面積= $3^2\pi=9\pi(\text{m}^2)$   
 3倍の面積の砂場を作るから、 $3\times 9\pi=27\pi(\text{m}^2)$   
 円の半径を  $r$  とすると、円の面積= $\pi r^2$   
 3倍の砂場の半径は、27の平方根になる。  
 よって求める半径は $\sqrt{27}=3\sqrt{3}(\text{m})$

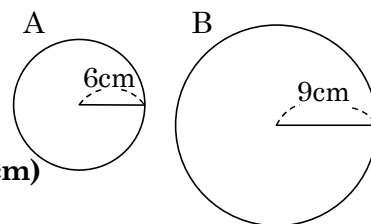
[答]  $3\sqrt{3}\text{ m}$ 

- 18 右の図のような大きさのお好み焼きを2枚作った。次に(Aの円周+Bの円周)=Cの円周になるお好み焼きを作りたい。Cの半径を求めなさい。

円周=2×半径× $\pi$ より、Aの円周は、 $12\pi$ (cm)

Bの円周は、 $18\pi$ (cm)

Cの円周は、 $12\pi + 18\pi = 30\pi$ (cm)



円の半径を  $r$  とすると、円周 =  $2\pi r$

$$2r\pi = 30\pi$$

$$2r = 30$$

$$r = 15(\text{cm})$$

15cm

- 19 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

CDE

### 平方根の利用(2)

hakken.の法則

- 例 右の正方形の対角線の長さを求めなさい。

[解き方] 正方形の面積=1辺×1辺より、 $10 \times 10 = 100(\text{cm}^2)$

正方形の面積=対角線×対角線÷2だから、

求める対角線を  $x$  とすると、

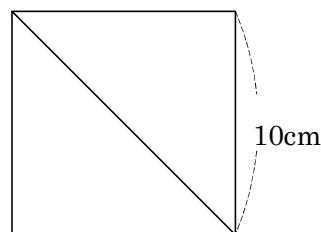
正方形の面積 =  $x \times x \div 2 = 100$

$$x \times x = 200$$

よって、求める対角線は200の平方根になる。

$$\sqrt{200} = 10\sqrt{2}(\text{cm})$$

[答]  $10\sqrt{2}$  cm



- 20 底辺 8cm、高さ 5cm の三角形と面積が等しい正方形の1辺の長さを求めなさい。

CDE

三角形の面積=底辺×高さ× $\frac{1}{2}$ より、 $8 \times 5 \times \frac{1}{2} = 20(\text{cm}^2)$

正方形の面積=1辺×1辺

正方形の1辺の長さを  $x$  cm とすると、正方形の面積 =  $x^2 = 20(\text{cm}^2)$

求める正方形の1辺の長さは20の平方根になる。 $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}(\text{cm})$

$2\sqrt{5}$  cm

- 21 1 辺の長さが 10cm の正方形の折り紙を右のように 4 枚並べて、かざりを作った。全体の横の長さが 40cm,  $AB=x$  cm,  $BC=y$  cm とするとき,  $x, y$  の長さを求めなさい。

全体の横の長さは,  $4x-3y=40(\text{cm})\dots\textcircled{1}$

折り紙の面積は,  $10\times 10=100(\text{cm}^2)$

正方形の面積=対角線×対角線÷2= $x^2\div 2=100(\text{cm}^2)$

対角線×対角線は 200 になり,

求める正方形の対角線  $x$  の長さは 200 の平方根になる。 $\sqrt{200}=10\sqrt{2}(\text{cm})$

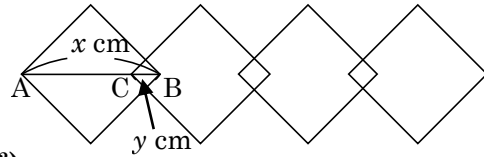
$x=10\sqrt{2}$  を①に代入すると,  $40\sqrt{2}-3y=40$

$$-3y=40-40\sqrt{2}$$

$$3y=40\sqrt{2}-40$$

$$y=\frac{40\sqrt{2}-40}{3}(\text{cm})$$

$$x=10\sqrt{2}(\text{cm}), \quad y=\frac{40\sqrt{2}-40}{3}(\text{cm})$$



- 22 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

### 平方根の利用 (3)

hakken. の法則 

- 例  $a$  を自然数とするととき,  $\sqrt{24a}$  の値が自然数となるような  $a$  の値のうち, もっとも小さいものを求めなさい。

[解き方] 24 を素因数分解すると,  $24=2^3\times 3=2^2\times 2\times 3$  だから,

$$\sqrt{24a}=\sqrt{2^2\times 2\times 3\times a} \leftarrow a=2\times 3\times (\text{整数})^2 \text{ のとき自然数となる。}$$

これを自然数にするもっとも小さい自然数  $a$  の値は,

$$a=2\times 3 \text{ すなわち}$$

$$a=6 \text{ (このとき, } \sqrt{24a}=\sqrt{2^2\times 2^2\times 3^2}=2\times 2\times 3=12)$$

[答]  $a=6$

23 次の問いに答えなさい。

BCDE ①  $\sqrt{28a}$ の値が自然数となるような自然数  $a$  のうち、もっとも小さいものを求めなさい。

$$\sqrt{28a} = \sqrt{2^2 \times 7 \times a} \quad \text{よって } a=7$$

$$\underline{a=7}$$

②  $\sqrt{124-8a}$  の値が整数となるような自然数  $a$  をすべて求めなさい。

$$\begin{aligned} \sqrt{124-8a} &= \sqrt{4(31-2a)} \\ &= 2\sqrt{31-2a} \end{aligned}$$

よって、 $31-2a$  が 2 乗の数になればよい

$31-2a=1, 4, 9, 16, 25$  があてはまり

$31-2a=1, 9, 25$  のみ適合する

よって、 $a=3, 11, 15$

$$\underline{a=3, 11, 15}$$

24

CDE  $n$  を整数とする。 $\frac{\sqrt{24n}}{5}$  が最も小さい正の整数になる  $n$  の値を求めなさい。

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{24n}}{5} &= \frac{2\sqrt{6n}}{5} \\ &= \frac{2\sqrt{2 \times 3 \times n}}{5} \end{aligned}$$

$\sqrt{\quad}$  を外すためには 2 乗を作ればよいため  $n=2 \times 3$

また整数にするためには分子を 5 の倍数にしなければならないため  $n=2 \times 3 \times 5^2$

これを計算すると  $n=150$

$$\underline{n=150}$$

25 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

### 平方根の利用 (4)

hakken. の法則 

例  $x=\sqrt{2}+\sqrt{3}$ ,  $y=\sqrt{2}-\sqrt{3}$  のとき、 $(x-y)^2$  の値を求めなさい。

$$\begin{aligned} (x-y)^2 &= \{(\sqrt{2}+\sqrt{3})-(\sqrt{2}-\sqrt{3})\}^2 \\ &= (2\sqrt{3})^2 \\ &= 12 \end{aligned}$$



26  $x=\sqrt{3}+1$ ,  $y=\sqrt{3}-1$  のとき,  $x^2-xy$  の値を求めなさい。

BCDE

$$\begin{aligned} x^2-xy &= (\sqrt{3}+1)^2 - (\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1) && \text{与式} = x(x-y) \text{として代入してもよい。} \\ &= 3+2\sqrt{3}+1 - (3-1) \\ &= 3+2\sqrt{3}+1-2 \\ &= \mathbf{2+2\sqrt{3}} \end{aligned}$$

27 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

## 応用

hakken. の法則 

例  $\sqrt{5}$  の整数部分を  $a$ , 小数部分を  $b$  とするとき,  $a^2-b^2$  の値を求めなさい。

[解き方] まず,  $a$  と  $b$  の値を求める。

$$\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9} \text{ より,}$$

$$2 < \sqrt{5} < 3 \text{ よって } \sqrt{5} = 2 \dots$$

$$\text{すなわち } a=2, b=\sqrt{5}-2 \leftarrow$$

$$\sqrt{x} \text{ の整数部分を } a, \text{ 小数部分を } b \text{ とすると,} \\ \sqrt{x} = a+b \text{ なので, } b = \sqrt{x} - a$$

次に,  $a^2-b^2$  を因数分解すると,

$$(a+b)(a-b) \text{ これに代入する。}$$

$$\{2+(\sqrt{5}-2)\}\{2-(\sqrt{5}-2)\} = \sqrt{5} \times (4-\sqrt{5})$$

$$= 4\sqrt{5} - 5$$

$$[\text{答}] \underline{4\sqrt{5}-5}$$

28  $\sqrt{17}$  を小数で表したとき, その整数部分と小数部分をそれぞれ答えなさい。

BCDE

$$\sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{25} \text{ より}$$

$$4 < \sqrt{17} < 5 \text{ なので, } \sqrt{17} = 4 \dots$$

$$\text{よって, 整数部分 } \underline{4}, \text{ 小数部分 } \underline{\sqrt{17}-4}$$

29  $\sqrt{3}$  の整数部分を  $a$ , 小数部分を  $b$  とするとき,  $a^2+2ab+b^2$  の値を求めなさい。

BCDE

$$\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4} \text{ より, } 1 < \sqrt{3} < 2 \text{ だから, } a=1, b=\sqrt{3}-1$$

$$\text{よって, } a^2+2ab+b^2 = (a+b)^2$$

$$= (\sqrt{3})^2$$

$$= 3$$

3