

1 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

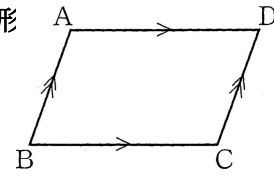
平行四辺形の定義と定理

hakken.の法則

★平行四辺形の定義…2組の向かいあう辺がそれぞれ平行な四角形

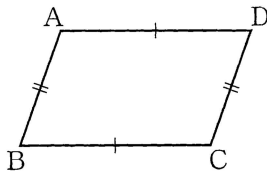
四角形 ABCD で, $AB \parallel DC, AD \parallel BC$

◎四角形は, とわりどうしの角をたすと 180° になる。



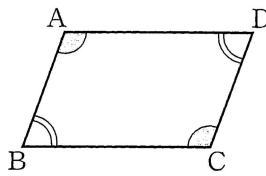
★平行四辺形の性質 (定理)

① 平行四辺形の 2 組の向かいあう辺は等しい。



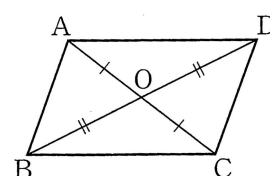
$AB=DC, AD=BC$

② 平行四辺形の 2 組の向かいあう角は等しい。



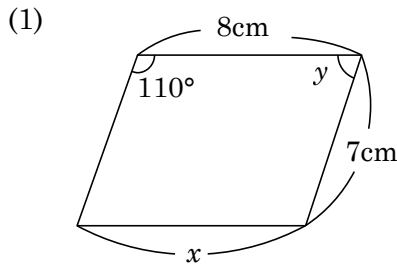
$\angle A = \angle C, \angle B = \angle D$

③ 平行四辺形の対角線は, それぞれの midpoint で交わる。



$OA=OC, OB=OD$

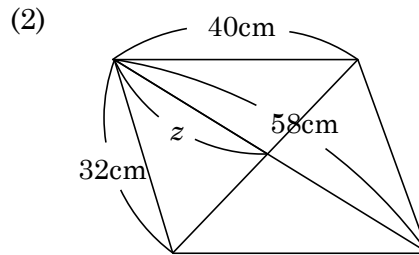
例 次の平行四辺形で, x, y, z の値を求めなさい。



[解き方] $x=8$

$\angle y = 180 - 110 = 70^\circ$

[答] $x=8 \text{ cm}, \angle y=70^\circ$

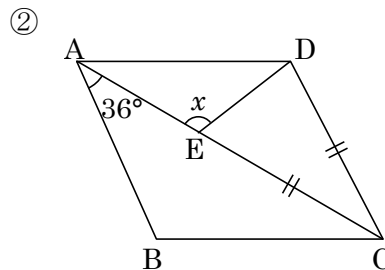
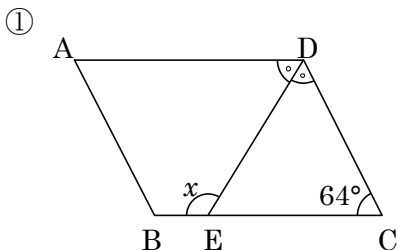


$z = 58 \div 2 = 29$

[答] $z=29 \text{ cm}$

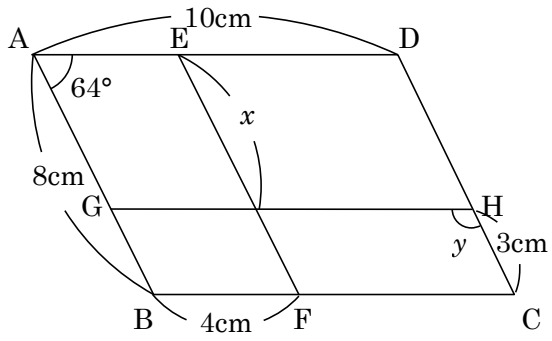
2 次の①②の平行四辺形で, x の値を求めなさい。

ABCDE



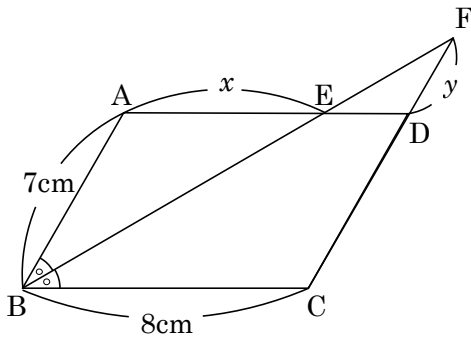
3 次の平行四辺形 ABCD で、 $AB \parallel EF$ 、 $AD \parallel GH$ のとき、 x 、 y の値をそれぞれ求めなさい。

BCDE



4 次の平行四辺形で、 x 、 y の値をそれぞれ求めなさい。

BCDE



5 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

平行四辺形になるための条件

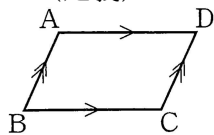
hakken. の法則 

★平行四辺形になるための条件…四角形は、次のどれかが成り立てば平行四辺形である。

- ① 2組の向かい ② 2組の向かい ③ 2組の向かい ④ 対角線が、 ⑤ 1組の向かい

あう辺が
それぞれ平行
である。

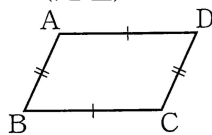
(定義)



$AB \parallel DC$
 $AD \parallel BC$

あう辺が
それぞれ
等しい。

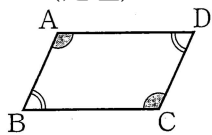
(定理)



$AB = DC$
 $AD = BC$

あう角が
それぞれ
等しい。

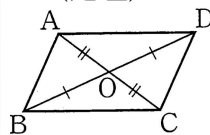
(定理)



$\angle A = \angle C$
 $\angle B = \angle D$

それぞれの
中点で交わる。

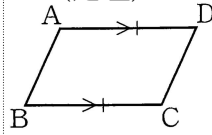
(定理)



$AO = CO$
 $BO = DO$

あう辺が、
等しくて
平行である。

(定理)



$AD = BC$
 $AD \parallel BC$

◎ $AB = DC$, $AB \parallel DC$
でもよい。

例 下の図のように平行四辺形 ABCD の AD, BC 上に、それぞれ点 E, F を $AE = CF$ となるようにとるとき四角形 EBF D は平行四辺形になることを証明しなさい。

[証明] 平行四辺形は 2組の向かいあう辺が
それぞれ等しいので、 $AD = BC$ …①

仮定より、 $AE = CF$ …②

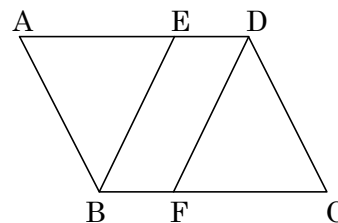
①②より、 $AD - AE = BC - CF$

よって、 $ED = BF$ …③

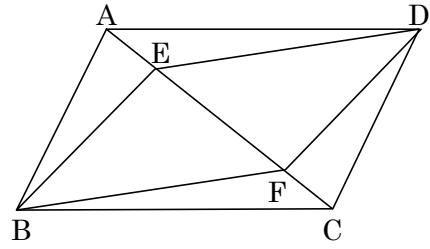
平行四辺形は 2組の向かい合う辺がそれぞれ平行なので、 $AD \parallel BC$

つまり、 $ED \parallel BF$ …④

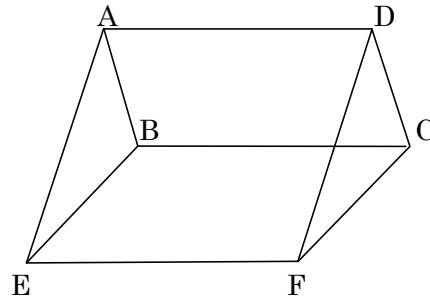
③④より、1組の向かい合う辺が平行で長さが等しいので、
四角形 EBF D は平行四辺形



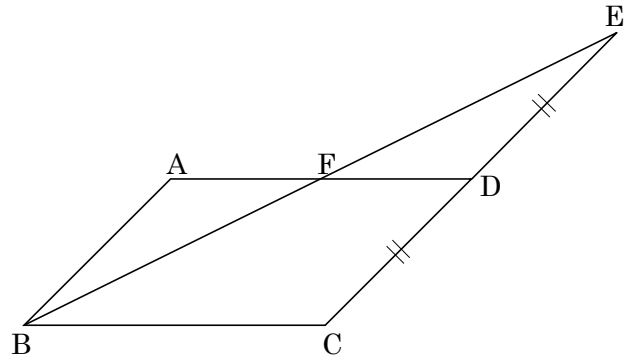
- 6 平行四辺形 ABCD の対角線 AC 上に $AE=CF$ となるように点 E, F をとると, 四角形 EBFD
 ABCDE は平行四辺形となることを証明しなさい。



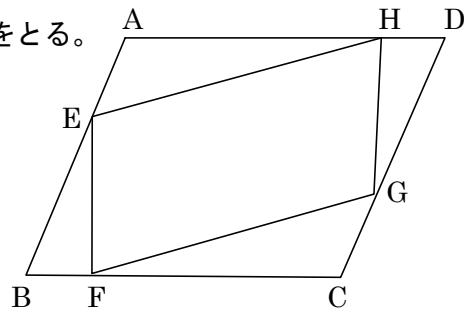
- 7 右の図で, 四角形 ABCD, BEFC がともに平行四辺形ならば, 四角形 AEFD は平行四辺形で
 BCDE あることを証明しなさい。



- 8 右の図で平行四辺形 ABCD の辺 CD の延長上に、 $CD=DE$ となる点 E をとり、線分 BE と辺 AD との交点を F とする。このとき、 $AF=DF$ であることを証明しなさい。



- 9 右の図のように、 $\square ABCD$ の辺 AB, BC, CD, DA 上に、 $AE=BF=CG=DH$ となるような 4 点 E, F, G, H をとる。このとき、四角形 EFGH は平行四辺形になることを証明しなさい。



10 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

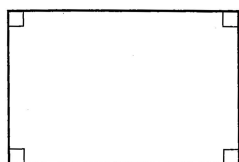
ABCDE

いろいろな四角形

hakken. の法則 

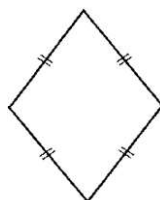
★長方形

定義…4つの角がすべて等しい四角形



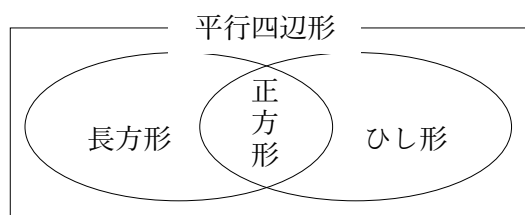
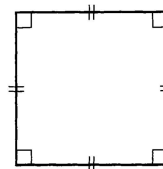
★ひし形

定義…4つの辺がすべて等しい四角形

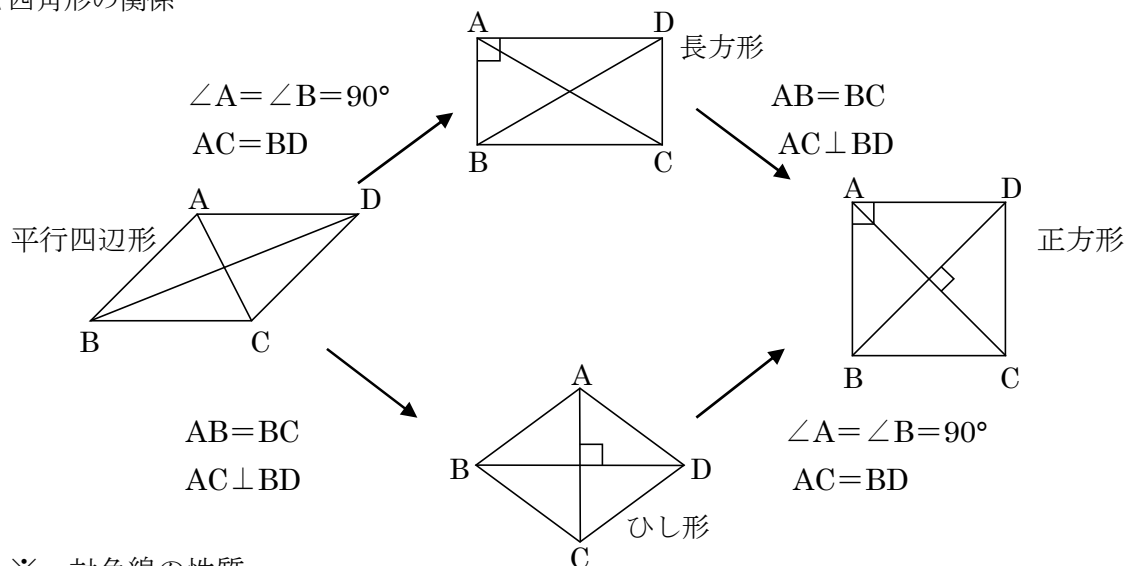


★正方形

定義…4つの角がすべて等しく4つの辺がすべて等しい四角形



★四角形の関係



※ 対角線の性質

長方形…長さが等しい。ひし形…垂直に交わる。正方形…長さは等しく、垂直に交わる。

11 次の四角形について、それぞれもっている性質を㉑～㉗からすべて選び、記号で

答えなさい。

- ㉑ 4つの辺の長さが等しい ㉒ 対角線の長さが等しい ㉗ 対角線が垂直に交わる

① 長方形 _____

② ひし形 _____

③ 正方形 _____

12 平行四辺形 ABCD が次のような条件をもつとき、それぞれどのような四角形になりますか。

BCDE その名前を書きなさい。ただし、O は対角線 AC と BD の交点です。

① $BC=CD$

② $\angle A=\angle B$

③ $\angle C=90^\circ, AB=BC$

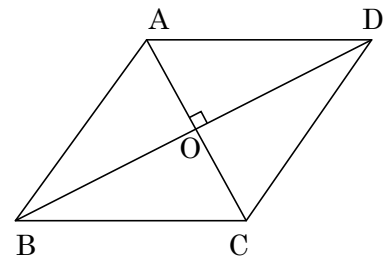
④ $AC=BD$

⑤ $AC \perp BD$

⑥ $AO=BO, AB=BC$

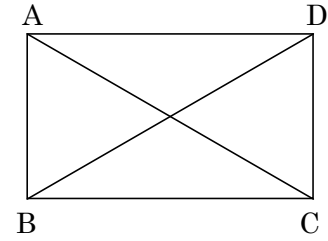
13 「対角線が垂直に交わる平行四辺形はひし形である」ことを、証明しなさい。

BCDE



14 「対角線の長さの等しい平行四辺形は長方形である」ことを、証明しなさい。

BCDE



15 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

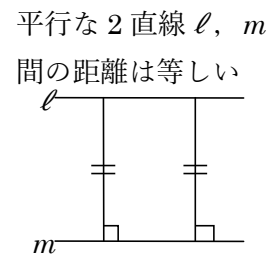
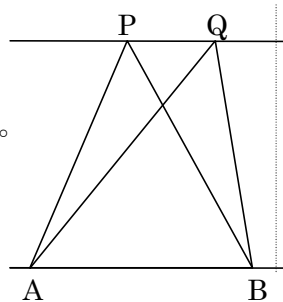
ABCDE

平行線と面積

hakken.の法則

★底辺が共通な三角形

- I $PQ \parallel AB$ ならば, $\triangle PAB = \triangle QAB$ は, 2つの三角形の面積が等しいことを示す。
- II $\triangle PAB = \triangle QAB$ ならば, $PQ \parallel AB$



例 $PQ \parallel AB$ ならば, $\triangle PAB = \triangle QAB$ となることを証明しなさい。

[証明] 平行な2直線間の距離は等しいから,

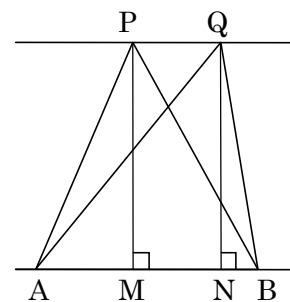
$$PM = QN \dots \textcircled{1}$$

また, $\triangle PAB$ と $\triangle QAB$ の底辺 AB は共通だから,

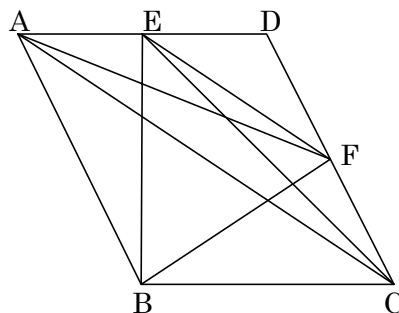
$$AB = AB \dots \textcircled{2}$$

①②から, 高さと同底辺がそれぞれ等しいから,

$$\triangle PAB = \triangle QAB$$

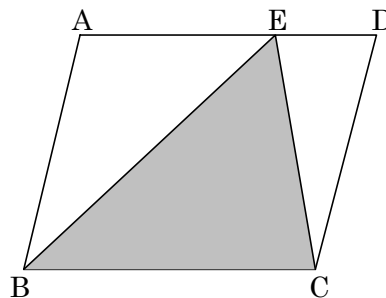


- 16 右の図で $\square ABCD$ の辺 AD , CD 上に $AC \parallel EF$ と
 ABCDE なる点 E , F をとる。このとき、図の中で $\triangle ACF$ と
 面積が等しい三角形をすべて答えなさい。

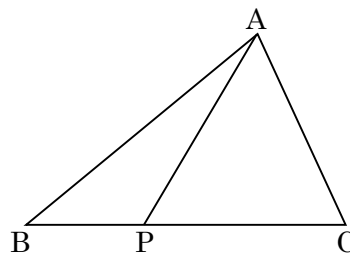


- 17 平行四辺形 $ABCD$ の面積が 24cm^2 とき、 $\triangle BEC$ の面積を求めなさい。

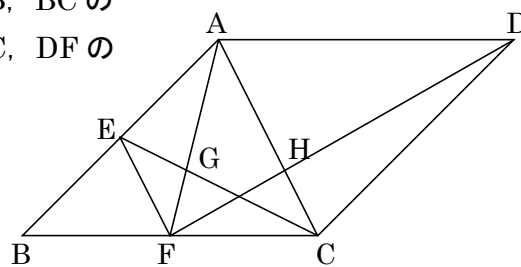
ABCDE



- 18 つぎの図の $\triangle ABC$ で、辺 BC 上に、 $BP : PC = 2 : 3$ となる点 P があるとき、 $\triangle ABP$ と
 BCDE $\triangle APC$ の面積の比を求めなさい。



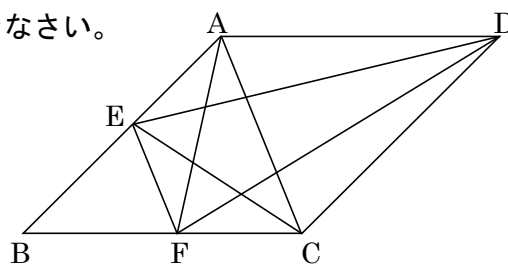
19 右の図は平行四辺形 ABCD で、点 E, 点 F が辺 AB, BC の
BCDE 中点で、線分 AF, CE の交点を G とする。線分 AC, DF の
交点を H とする。このとき $AC \parallel EF$ となる。
次の問いに答えなさい。



① $\triangle AEC$ と平行四辺形 ABCD の面積の比を
求めなさい。

② $\triangle ABF$ と同じ面積の三角形をすべて答えなさい。

20 右の図で \square ABCD の辺 AB, BC 上に $AC \parallel EF$ となる点 E, F をとる。
BCDE このとき、次の①, ②にあてはまる三角形をすべて書きなさい。

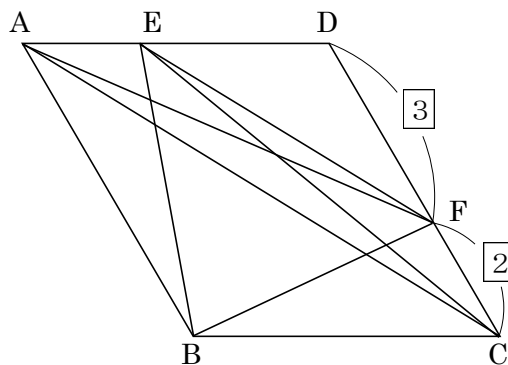


① $\triangle ACF$ と面積が等しい三角形

② $AE=BE$ のとき、 $\triangle BEF$ と面積が等しい三角形

21 右の図で $\square ABCD$ の辺 AD , CD 上に $AC \parallel EF$ となる点 E , F をとる。

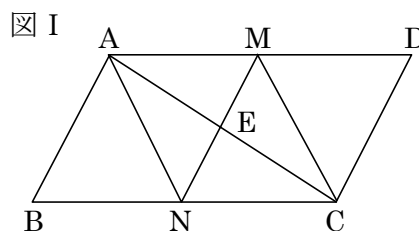
BCDE $DF : FC = 3 : 2$ のとき, $\triangle AFD$ は $\square ABCD$ の何倍か求めなさい。



22 図 I, 図 II に示す三角形, 四角形の面積は $\square ABCD$ の面積の何倍であるか答えなさい。

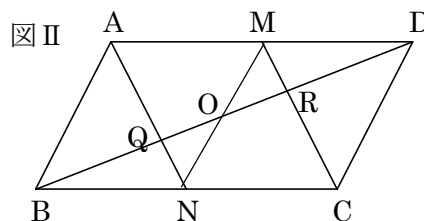
BCDE (M, N はそれぞれ AD , BC の中点)

① $\triangle ACM$ (図 I)

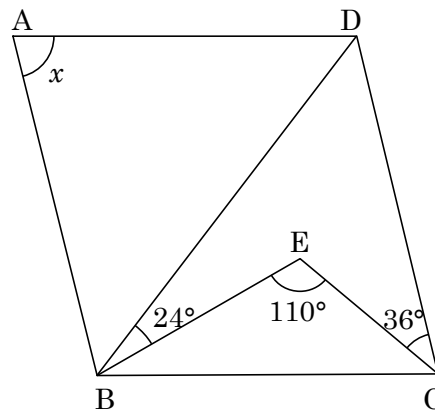


② 四角形 ABNE (図 I)

③ 四角形 AQRM (図 II)



23 右の図のひし形 ABCD について $\angle x$ の値を求めなさい。
BCDE



24 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。
BCDE

平行四辺形の応用

hakken. の法則

例 右の図の平行四辺形 ABCD で、対角線の交点 O を通る直線が、AB、CD と交わる点をそれぞれ E、F とするとき、 $EO=FO$ であることを証明しなさい。

[証明]

$\triangle AEO$ と $\triangle CFO$ において

平行四辺形の、対角線はそれぞれの中点で交わるので

$AO=CO$ …①

$AB \parallel DC$ から、錯角は等しいので

$\angle EAO = \angle FCO$ …②

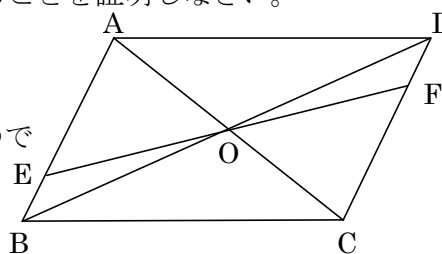
対頂角は等しいので

$\angle AOE = \angle COF$ …③

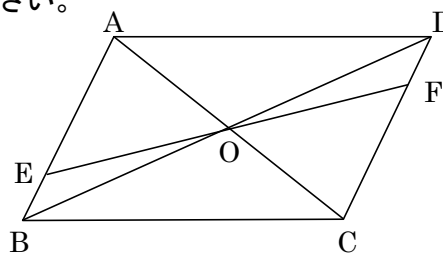
①②③から、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle AEO \cong \triangle CFO$

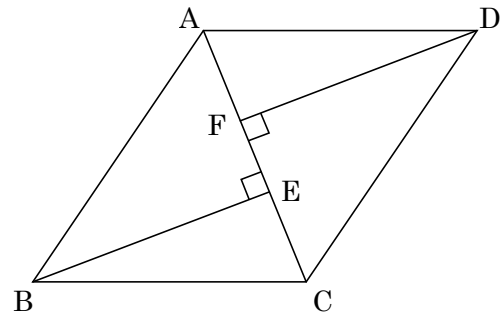
合同な図形の対応する辺の長さは等しいので、 $EO=FO$



25 右の図の平行四辺形 ABCD で、対角線の交点 O を通る直線が、AB、CD と交わる点をそれぞれ E、F とするとき、 $AE=CF$ であることを証明しなさい。
BCDE



- 26 右の図の平行四辺形 ABCD で、対角線 AC に頂点 B, D から垂線 BE, DF をひくと
BE=DF になることを証明しなさい。



- 27 平行四辺形 ABCD の対角線の交点 O を通る直線に A, C からひいた垂線をそれぞれ AE, CF とするとき, $AE=CF$ であることを証明しなさい。

