1 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

二等辺三角形　hakken.の法則

★**定義**…<u>ことばの意味をはっきりと述べたもの</u>を**定義**という。

★**定理**…<u>証明されたことがらのうち，基本になるもの</u>を**定理**という。

★**逆**…あることがらの仮定と結論を入れかえたものを，**定理の逆**という。

　　正しいことの逆はいつでも正しいとは限らない。

例　次のことがらの逆を述べ，それが正しいかどうかを答えなさい。また正しくない場合は反例も書きなさい。

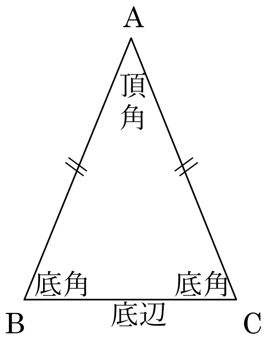
「自然数 a が 4 の倍数ならば，a は偶数である。」… I

［答］

逆　<u>自然数 a が偶数ならば，a は 4 の倍数である。… II　　正しくない　反例　6</u>

I は正しいが，II は正しくない。たとえば，6 は偶数であるが 4 の倍数ではない。

このようにあることがらが成り立たない例を**反例**という。



★**二等辺三角形の定義**…2 辺が等しい三角形

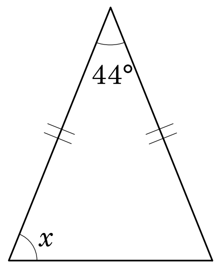
★右図のような AB＝AC の二等辺三角形 ABC で∠BAC を**頂角**，∠ABC，∠ACB を**底角**という。

★**二等辺三角形の性質の定理**

$\boxed{1}$　二等辺三角形の底角は等しい。（定理）

$\boxed{2}$　二等辺三角形の頂角の二等分線は，底辺を垂直に 2 等分する。（定理）

例　右の図で，∠x の大きさを求めなさい。



［解き方］ 2 辺が等しいので，二等辺三角形。

二等辺三角形の底角は等しいから，

$2\times x+44°=180°$

$2x=180°-44°$

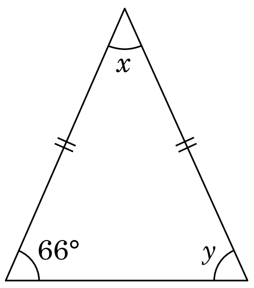
$2x=136°$

$x=68°$　　［答］<u>∠x＝68°</u>

2 次の$\angle x$, $\angle y$, $\angle z$ の大きさを求めなさい。

ABCDE

①



$\angle y = 66°$

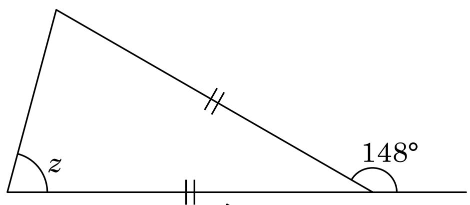
$\angle x = 180° - (66° \times 2)$

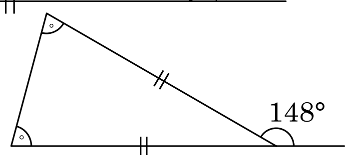
$= 180° - 132°$

$= 48°$

$\angle x = 48°$, $\angle y = 66°$

②





$2z = 148°$

$z = 148° \div 2$

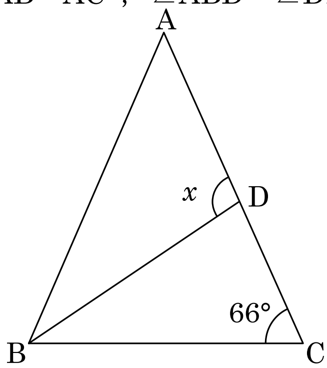
$z = 74°$

$\angle z = 74°$

3 次の$\angle x$ の大きさを求めなさい。

BCDE

① AB＝AC ，∠ABD＝∠DBC



AB＝AC より∠ABC＝66

∠ABD＝∠DBC より

∠DBC＝66÷2

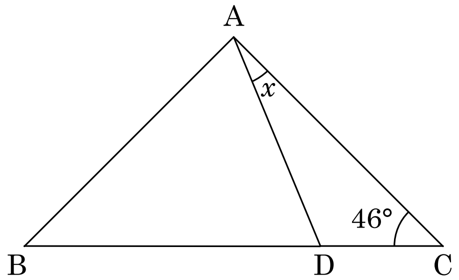
＝33

$\angle x = 33 + 66$

$= 99°$

$\angle x = 99°$

② AB＝BD＝AC



AB＝AC より∠ABC＝46

AB＝BD より∠BAD＝∠BDA

∠BAD＝∠BDA

＝ (180－46)÷2

＝67

∠BAC＝180－46×2

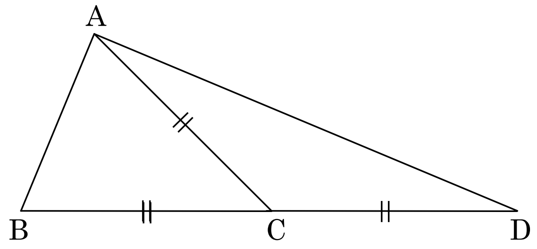
＝88

$\angle x = 88 - 67$

$= 21$

$\angle x = 21°$

4 次の∠BAD の大きさを求めなさい。
BCDE

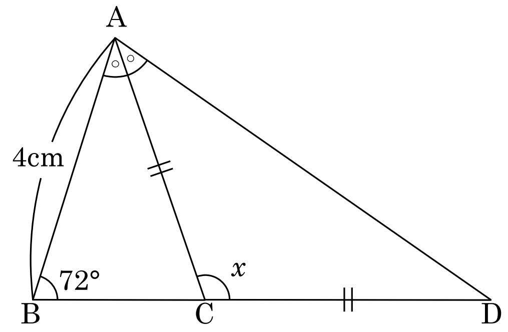


図より，**CA＝CB** より，
△**ABC** は二等辺三角形
∠**ABC**＝∠**CAB**＝$\boldsymbol{x}$ とおく
三角形の内角と外角の性質より，
∠**ACD**＝**2**$\boldsymbol{x}$**,** **CA＝CD** より，
△**ACD** は二等辺三角形,
∠**CAD**＝**(180－2**$\boldsymbol{x}$**)÷2**
＝**90－**$\boldsymbol{x}$
∠**BAD**＝∠**CAB**＋∠**CAD**
∠**BAD**＝$\boldsymbol{x}$**＋90－**$\boldsymbol{x}$

∠**BAD**＝**90**

90°

5 右の図において，次の問いに答えなさい。
BCDE
① ∠x を求めなさい。



∠**BAC**＝∠**CAD**＝∠**ADC**＝$\boldsymbol{a}$ とおく
△**ABC** において
3$\boldsymbol{a}$**＋72＝180**，**3**$\boldsymbol{a}$**＝180－72**
3$\boldsymbol{a}$**＝108**，$\boldsymbol{a}$**＝36**
△**ACD** において，**2×36＋**$\boldsymbol{x}$**＝180**
$\boldsymbol{x}$**＝180－72**

＝108

108°

② CD の長さを求めなさい。

∠**ACB**＝**180－108**
＝**72** ∠**ABC**＝∠**ACB** から，△**ABC** は二等辺三角形,

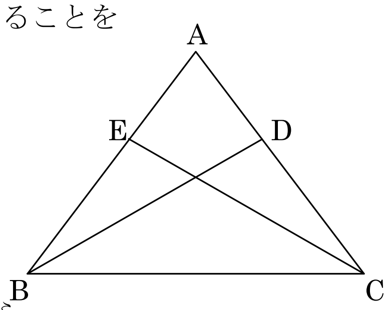
よって，**AB＝AC＝CD＝4cm**

4cm

6 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。
ABCDE

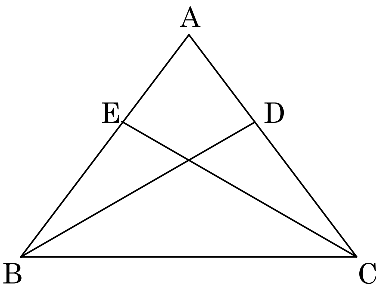
二等辺三角形の証明 hakken.の法則

例 △ABC において，BD＝CE になるように，AB 上に点 E，AC 上に点 D をとる。∠DBC＝∠ECB のとき，△ABC は二等辺三角形になることを証明しなさい。



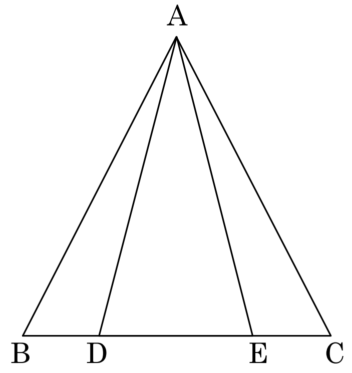
［証明］ △DBC と△ECB において
仮定より BD＝CE …①
∠DBC＝∠ECB …②
共通な辺なので， BC＝CB …③
①②③より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから
△DBC≡△ECB
合同な図形の対応する角の大きさは等しいから，∠DCB＝∠EBC
つまり∠ACB＝∠ABC
したがって，2 つの角が等しいから，△ABC は二等辺三角形になる。

7 右の図で AB＝AC の二等辺三角形 ABC で∠DBC＝∠ECB ならば，BD＝CE であることを証明しなさい。
ABCDE



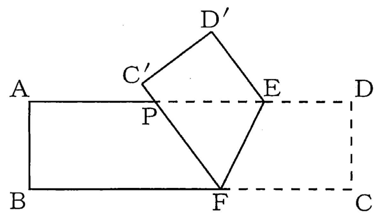
△**DBC** と△**ECB** において
仮定より，∠**DBC**＝∠**ECB**…①
共通な辺だから，**BC**＝**CB**…②
二等辺三角形の底角は等しいから
∠**DCB**＝∠**EBC**…③
①②③より，**1** 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから
△**DBC**≡△**ECB**,
合同な図形の対応する辺の長さは等しいから，**BD**＝**CE**

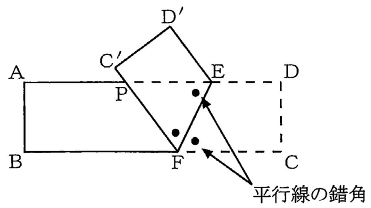
8
BCDE
右の図で，△**ABC** は **BC** を底辺とする二等辺三角形である。**BD**＝**CE** ならば∠**ADB**＝∠**AEC** であることを証明しなさい。



△**ADB** と△**AEC** において
仮定より　**AB**＝**AC**…①
　　　　　BD＝**CE**…②
二等辺三角形の底角は等しいから
　　　　　∠**ABD**＝∠**ACE**…③
①，②，③より
2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，△**ADB**≡△**AEC**
よって　∠**ADB**＝∠**AEC**

9
BCDE
右の図は **AD**∥**BC** である紙テープを，**EF** を折り目として折った図である。紙テープが重なったところの△**PEF** は二等辺三角形であることを証明しなさい。



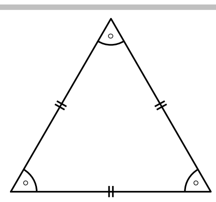


仮定より　∠**PFE**＝∠**EFC**…①
AD∥**BC** の錯角は等しいから，
∠**PEF**＝∠**EFC**…②
①，②より∠**PFE**＝∠**PEF**
２つの角が等しいから，
△**PEF** は二等辺三角形

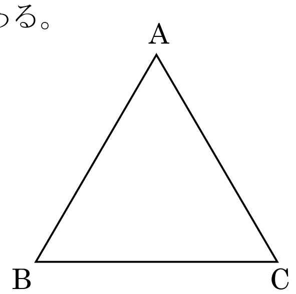
10
ABCDE
次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

正三角形　hakken.の法則

★正三角形の定義…3 辺が等しい三角形
　◎　正三角形は二等辺三角形の特別なものである。
★正三角形の定理…正三角形の 3 つの内角は等しい。
　◎　正三角形の 3 つの角は 60°である。



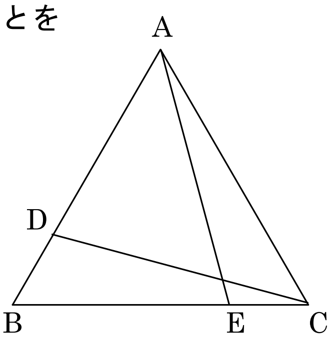
例　右の図で，△ABC は AB＝AC，∠B＝60°の二等辺三角形である。
　このとき，△ABC は正三角形になることを証明しなさい。



［証明］　△ABC において，仮定より　AB＝AC　…①
　①より　　∠B＝∠C＝60°…②
　②より　　∠A＝180－60×2＝60°…③
　②③より　∠A＝∠B＝∠C
　3 つの角が等しいから，△ABC は正三角形

11 右の図のように正三角形 ABC の辺 AB，BC 上に，それぞれ D，E を AD＝BE となるようにとる。このとき，△ABE≡△CAD であることを証明しなさい。

ABCDE



△**ABE** と△**CAD** において

仮定より，**BE**＝**AD**…①

△**ABC** は正三角形だから，**AB**＝**CA**…②

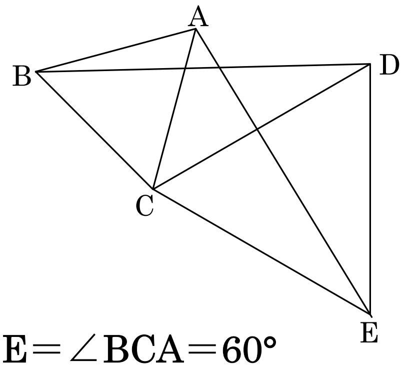
∠**ABE**＝∠**CAD**　…③

①②③より，**2** 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△**ABE**≡△**CAD**

12 右の図で△ABC と△DCE は正三角形である。このとき，AE＝BD であることを証明しなさい。

BCDE



△ACE と△BCD において，

△ABC と△DCE は正三角形なので，

AC＝BC　…①

CE＝CD　…②

正三角形の内角はすべて 60°なので，∠DCE＝∠BCA＝60°

∠ACE＝∠DCE＋∠ACD＝60°＋∠ACD

∠BCD＝∠BCA＋∠ACD＝60°＋∠ACD

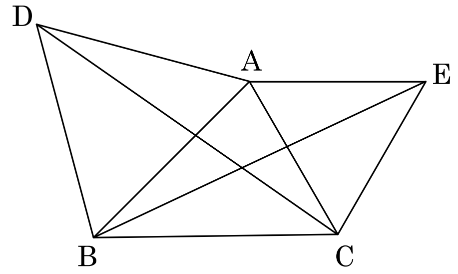
よって　∠ACE＝∠BCD　…③

①，②，③より，

2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから△ACE≡△BCD

合同な図形の対応する辺は等しいから，AE＝BD

13 右の図で，△ABD，△ACE はどちらも正三角形である。このとき，DC＝BE であることを証明しなさい。
BCDE



△**ADC** と△**ABE** において，

仮定より，**AD＝AB**…①

AC＝AE…②

正三角形の内角は **60°**だから，

∠**DAB**＝∠**EAC**＝**60°**…③

∠**DAC**＝∠**DAB**＋∠**BAC**…④

∠**BAE**＝∠**EAC**＋∠**BAC**…⑤

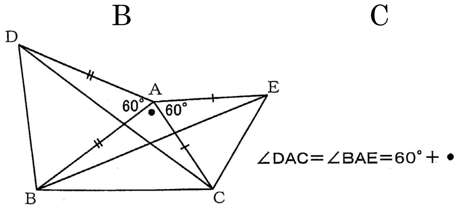
③，④，⑤より，∠**DAC**＝∠**BAE**…⑥

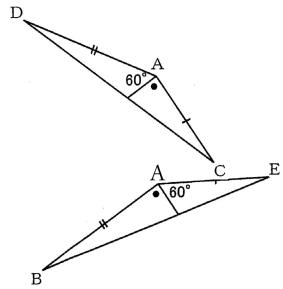
①，②，⑥より，

2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

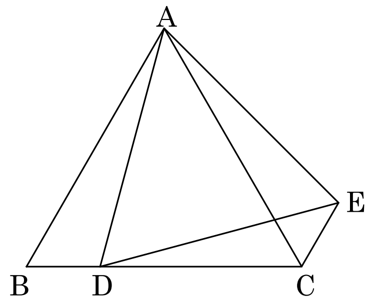
よって，△**ADC**≡△**ABE**

だから，　**DC＝BE**





14 正三角形 **ABC** の辺 **BC** 上に点 **D** をとり，**AD** を **1** 辺とする正三角形 **ADE** をつくる。**CE** を結ぶとき，**BD＝CE** であることを証明しなさい。
BCDE



△**ABD** と△**ACE** において，

仮定より　**AB＝AC**…①

AD＝AE…②

正三角形の内角は **60°**だから，

∠**BAC**＝∠**DAE**＝**60°**…③

∠**BAD**＝∠**BAC**－∠**DAC**…④

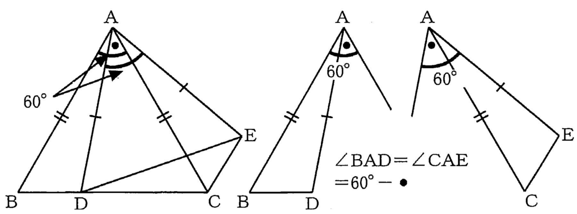
∠**CAE**＝∠**DAE**－∠**DAC**…⑤

③，④，⑤より，∠**BAD**＝∠**CAE**…⑥

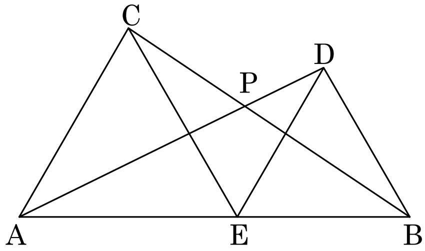
①，②，⑥より，**2** 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

よって，△**ABD**≡△**ACE**

だから，**BD＝CE**



15 右の図で，点 E は線分 AB 上の点であり，△AEC，△EBD はどちらも正三角形である。
BCDE このとき AD＝CB であることを証明しなさい。また∠APC の大きさを求めなさい。



△**AED** と△**CEB** において，

仮定より，**AE**＝**CE**…①

ED＝**EB**…②

正三角形の内角は **60°**だから，

∠**AEC**＝∠**BED**＝**60°**…③

∠**AED**＝∠**AEC**＋∠**CED**…④

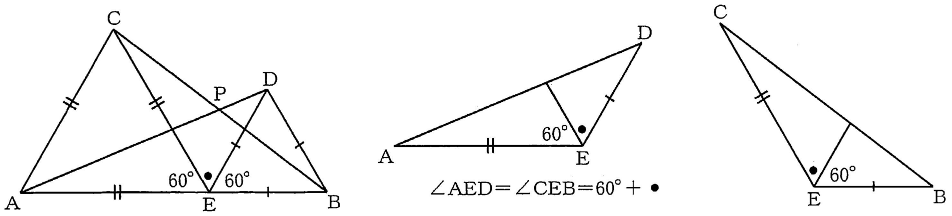
∠**CEB**＝∠**BED**＋∠**CED**…⑤

③，④，⑤より，∠**AED**＝∠**CEB**…⑥

①，②，⑥より，**2** 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

よって，△**AED≡**△**CEB**

だから，**AD**＝**CB**



∠**APC**＝∠**PAB**＋∠**PBA**

△**AED≡**△**CEB** より∠**PBA**＝∠**EDA**

よって∠**APC**＝∠**PAB**＋**EDA**＝∠**DEB**＝**60°**となる

16 ABCDE 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

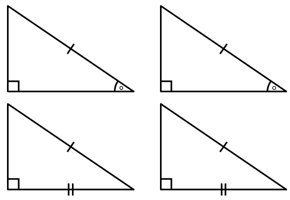
直角三角形の合同 hakken.の法則

★**斜辺**(しゃへん)…直角三角形の直角に対する辺を斜辺という。

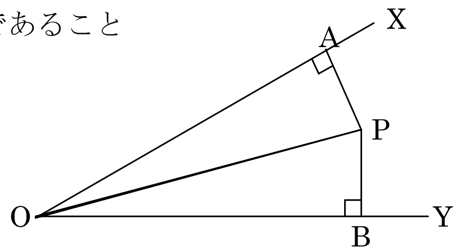
★**直角三角形の合同条件**…2 つの直角三角形は, 次のどちらかが成り立つとき, 合同である。

① **直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しい。**

② **直角三角形の斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しい。**

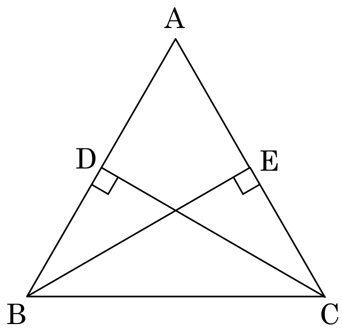


例 右の図で, ∠XOY 内の点 P から OX, OY にひいた垂線を PA, PB とする。このとき PA＝PB ならば∠AOP＝∠BOP であることを証明しなさい。



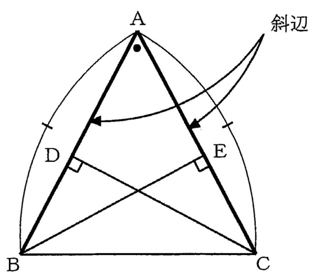
［証明］ △AOP と△BOP において,
仮定より, ∠PAO＝∠PBO＝90° …①
PA＝PB …②
共通だから, OP＝OP …③
①②③より直角三角形の斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しい, よって△AOP≡△BOP
合同な図形の対応する角は等しいから, ∠AOP＝∠BOP

17 ABCDE 右の図で, **△ABC** は **BC** を底辺とする二等辺三角形である。**AB⊥CD**, **AC⊥BE** ならば **AE＝AD** であることを証明しなさい。

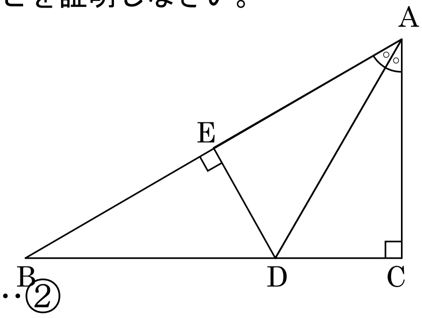


△**ABE** と△**ACD** において,
仮定より, ∠**AEB**＝∠**ADC**＝**90°**…①
△**ABC** は二等辺三角形より,
2 つの辺は等しいから, **AB**＝**AC**…②
共通だから, ∠**BAE**＝∠**CAD**…③
①②③より,
直角三角形の斜辺と **1** つの鋭角がそれぞれ等しい
よって, △**ABE**≡△**ACD**
合同な図形の対応する辺は等しいから, **AE**＝**AD**

AE＝**AD** を証明するので
△**ABE** と△**ACD** を使う



18
BCDE
右の図の直角三角形 ABC において∠A の二等分線と BC との交点を D とし，D から AB にひいた垂線を DE とします。このとき，ED＝CD であることを証明しなさい。



△AED と **△ACD** において，

仮定より，

∠AED＝∠ACD＝90°　…①

∠A の二等分線より，**∠EAD＝∠CAD**　…②

共通だから，**AD＝AD**　…③

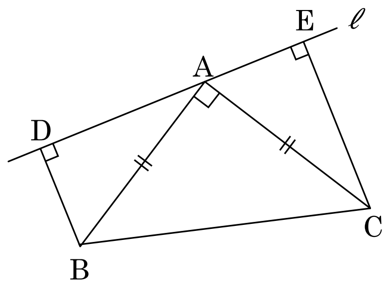
①②③より，

直角三角形の斜辺と **1** つの鋭角がそれぞれ等しいから，

△AED≡△ACD

合同な図形の対応する辺は等しいから，**ED＝CD**

19
BCDE
右の図のように，**AB＝AC**，**∠A＝90°**の直角二等辺三角形 **ABC** の頂点 **A** を通る直線 ℓ に **B**，**C** から垂線 **BD**，**CE** をひくとき，**DE＝DB＋EC** であることを，次のように証明した。＿＿＿にあてはまるものを答えなさい。



△ABD と **△CAE** において

仮定より，∠ADB＝ **∠CEA** ＝90°　…①

AB＝ **CA** …②

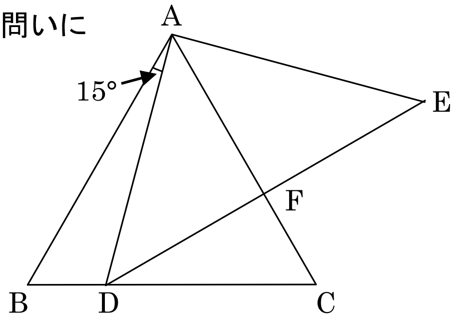
∠ABD＝90°－ **∠BAD** ＝ **∠CAE** …③

①②③より，2 つの直角三角形で， **斜辺と 1 つの鋭角** がそれぞれ等しい

よって，　△ABD≡ **△CAE**

したがって，DB＝ **EA** ， **EC＝DA** だから，DE＝DB＋EC

20
BCDE
右の図で，△ABC は正三角形，△ADE は∠DAE が直角で AD=AE の直角二等辺三角形である。∠BAD=15°であるとき，次の問いに答えなさい。



① ∠ADB の大きさを求めなさい。

∠ADB＋60°＋15°＝180°

∠ADB＝105° **105°**

② AC と DE との交点を F としたときの∠CFE の大きさを求めなさい。

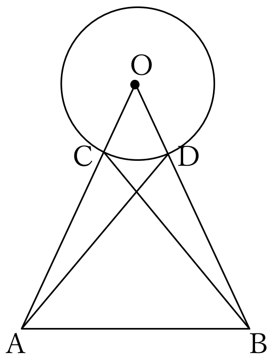
△ADE は直角二等辺三角形だから，**∠DAE＝90°**，**∠ADF＝(180°－90°)÷2＝45°**
∠DAF＝60°－15°＝45°

∠DFA＝180°－45°－45°＝90°＝∠CFE **90°**

③ △ADF と合同な三角形を答えなさい。

△AEF

21
BCDE
右の図のように，点 O を中心とする円と OA＝OB となる△OAB がある。
△OAD≡△OBC であることを証明しなさい。



△OAD と **△OBC** において，

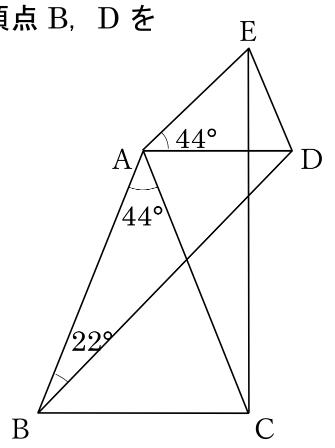
仮定より，**OA＝OB** …①
円 **O** の半径だから，**OC＝OD** …②
共通だから，**∠AOD＝∠BOC** …③
①②③より，**2** 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
△OAD≡△OBC

hakken.

22

BCDE

右の図のような二等辺三角形 ABC と ADE があり、頂点 C，E と頂点 B，D をそれぞれ結ぶ。次の問いに答えなさい。



① AD//BC のとき，∠ADB を求めなさい。

二等辺三角形 ABC で，∠ABC＝(180°－44°)÷2

＝68°

錯角だから，

∠ADB＝∠DBC＝∠ABC－∠ABD＝68°－22°＝46°

46°

② BD＝CE であることを証明しなさい。

△ABD と△ACE において，仮定より，AB＝AC …①

AD＝AE …②

∠BAD＝44°＋∠CAD …③

∠CAE＝44°＋∠CAD …④ ③④より，∠BAD＝∠CAE …⑤

①②⑤より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，

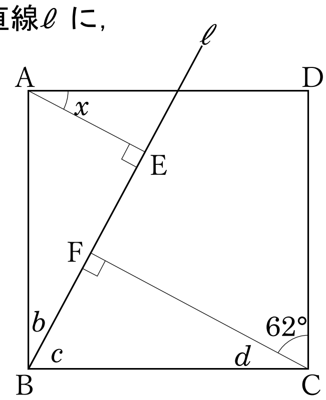
△ABD≡△ACE よって，BD＝CE

23

BCDE

右の図のように，正方形 ABCD の頂点 B を通り，辺 AD と交わる直線ℓ に，A,C から垂線をひき，ℓ との交点をそれぞれ E,F とする。

△ABE≡△BCF を証明しなさい。



△ABE と△BCF において，

仮定より，AB＝BC …①

∠AEB＝∠BFC＝90°…②

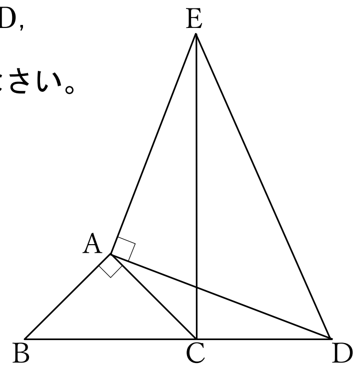
∠ABE＝90°－∠CBF＝∠BCF…③

①②③より，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいから，

△ABE≡△BCF

24
CDE

右の図のように，直角二等辺三角形 ABC，ADE があり，頂点 C,D，頂点 C,E をそれぞれ結ぶ。△ABD≡△ACE であることを証明しなさい。



△**ABD** と△**ACE** において，

仮定より，**AB**＝**AC**　…①

AD＝**AE**　…②

∠**BAD**＝**90°**＋∠**CAD**　…③

∠**CAE**＝**90°**＋∠**CAD**　…④

③④より，∠**BAD**＝∠**CAE**…⑤

①②⑤より，**2** 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，

△**ABD**≡△**ACE**