

1 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

合同な図形の性質 啓 P.108~109

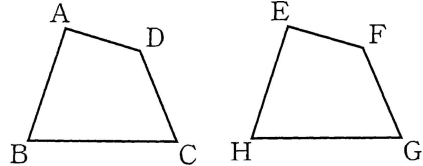
hakken.の法則 

★合同…平面上の2つの図形で、一方が他方にぴったり重なるとき、2つの図形は合同であるという。

◎ 一方を裏返して他方にぴったり重なるときも、2つの図形は合同であるという。

★合同な図形の性質

① 合同な図形では、対応する線分の長さはそれぞれ等しい。



② 合同な図形では、対応する角の大きさはそれぞれ等しい。

★合同な図形の表し方…2つの図形が合同であることを表すのに、記号≡を使う。

例 (1) 右上の2つの四角形は合同である。このとき、次の辺や角に対応する辺や角を書きなさい。

AB = (), BC = (), CD = (), DA = ()

∠A = (), ∠B = (), ∠C = (), ∠D = ()

[解き方] 対応する辺の長さ、対応する角の大きさは等しいから

[答] AB = EH, BC = HG, CD = GF, DA = FE

∠A = ∠E, ∠B = ∠H, ∠C = ∠G, ∠D = ∠F

(2) 右上の2つの四角形が合同であるとき、()に記号を書きなさい。

四角形 ABCD () 四角形 EFGH

[解き方] 合同を表す記号を書けばよい。 [答] 四角形 ABCD ≡ 四角形 EFGH

2 右の図の2つの三角形は合同である。次の問いに答えなさい。

ABCDE ① 合同な三角形の組を記号≡を使って答えなさい。

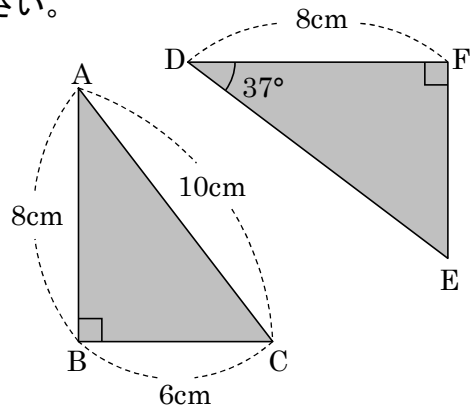
$$\underline{\underline{\triangle ABC \equiv \triangle DFE}}$$

② 辺 DE の長さを求めよ。

$$\underline{\underline{10\text{cm}}}$$

③ ∠BCA の大きさを求めよ。

$$180 - (90 + 37) = 53 \quad \underline{\underline{53^\circ}}$$



3 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

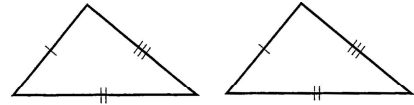
ABCDE

三角形の合同条件

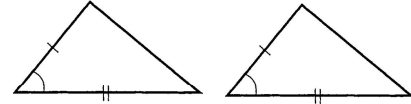
hakken. の法則 

★三角形の合同条件…2つの三角形は、次のどれかが成り立つとき合同である。

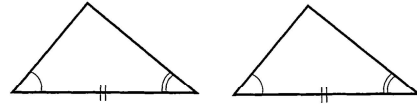
- ① 3組の辺がそれぞれ等しい
(3辺相等)



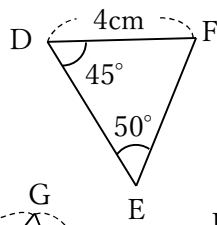
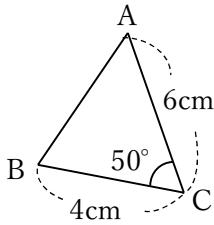
- ② 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい



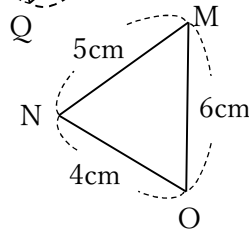
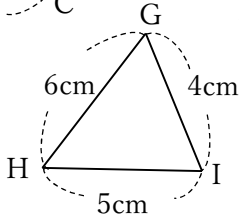
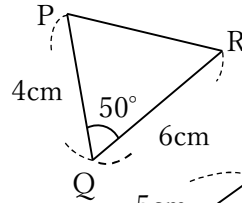
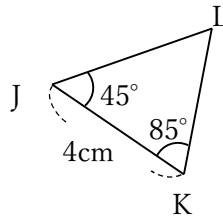
- ③ 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい



例 下の図で、合同な三角形はどれとどれか。3組みつけて、記号≡を使って表しなさい。また、そのときに使った合同条件を答えなさい。



△DEFで、
∠F=85°となる。

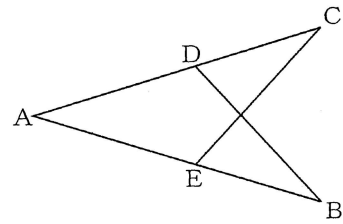


- | | | | |
|-----|-----------|------|---------------------|
| [答] | △ABC≡△RPQ | 合同条件 | 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい |
| | △DEF≡△JLK | 合同条件 | 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい |
| | △GHI≡△OMN | 合同条件 | 3組の辺がそれぞれ等しい |

4 右の図で、 $AB=AC$ 、 $AD=AE$ のとき次の各問いに答えなさい。

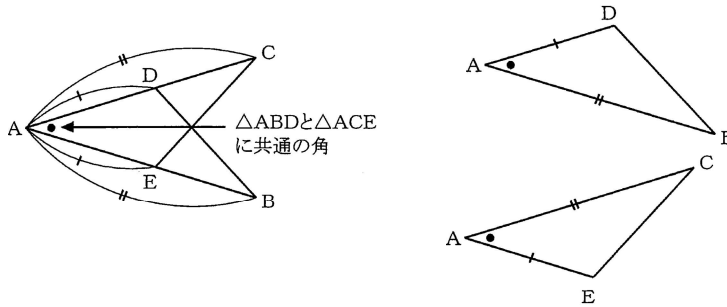
ABCDE ① 合同な三角形の組を記号 \equiv を使って答えなさい。

$$\underline{\underline{\triangle ABD \equiv \triangle ACE}}$$



② ①のときに使った合同条件を書きなさい。

2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい



5 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

証明とそのしくみ

hakken.の法則

★**仮定・結論**…「 $\bullet\bullet\bullet$ ならば (のとき) , $\blacksquare\blacksquare\blacksquare$ である」の形で表されることがらの、
 $\bullet\bullet\bullet$ の部分を**仮定**、 $\blacksquare\blacksquare\blacksquare$ の部分を**結論**という。

★**証明**…すでに正しいと認められていることがらを根拠として、仮定から結論を導くことを**証明**という。

例 右の図で、 $AO=DO$ 、 $BO=CO$ ならば、
 $\angle ABO = \angle DCO$ となることを証明しなさい。

[証明] $\triangle AOB$ と $\triangle DOC$ において

仮定より $AO=DO$ …①

$BO=CO$ …②

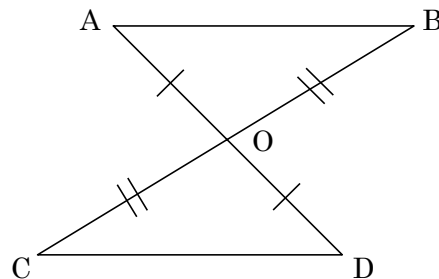
対頂角は等しいから、

$\angle AOB = \angle DOC$ …③

①②③から、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle AOB \equiv \triangle DOC$

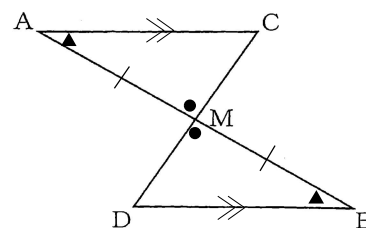
合同な図形では、対応する角は等しいので、

$\angle ABO = \angle DCO$



6 右の図で、 $AC \parallel DB$, $AM=BM$ ならば $AC=BD$ であることを証明しなさい。

ABCDE



$\triangle AMC$ と $\triangle BMD$ において

$AC \parallel DB$ の錯角は等しいから

$$\angle CAM = \angle DBM \quad \dots \textcircled{1}$$

仮定より $AM=BM \dots \textcircled{2}$

対頂角は等しいから、 $\angle AMC = \angle BMD \dots \textcircled{3}$

①, ②, ③から、

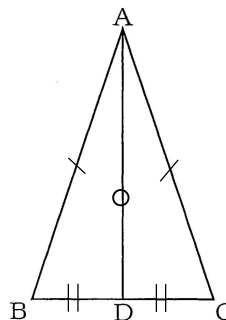
1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle AMC \cong \triangle BMD$$

合同な図形の対応する辺は等しいので $AC=BD$

7 右の図で、 $AB=AC$, 点DがBCの中点ならば、 $\angle BAD = \angle CAD$ であることを証明しなさい。

BCDE



$\triangle ABD$ と $\triangle ACD$ において

仮定より $AB=AC \dots \textcircled{1}$

$$BD=CD \dots \textcircled{2}$$

共通だから $AD=AD \dots \textcircled{3}$

①, ②, ③から、3組の辺がそれぞれ等しいから

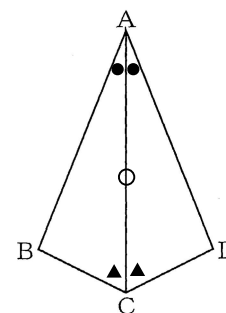
$$\triangle ABD \cong \triangle ACD$$

合同な図形の対応する角は等しいから

$$\angle BAD = \angle CAD$$

8 右の図で、ACが $\angle BAD$, $\angle BCD$ それぞれの二等分線ならば、 $BC=DC$ であることを証明しなさい。

BCDE



$\triangle ABC$ と $\triangle ADC$ において

仮定より、 $\angle BAC = \angle DAC \dots \textcircled{1}$

$$\angle ACB = \angle ACD \dots \textcircled{2}$$

共通だから、 $AC=AC \dots \textcircled{3}$

①, ②, ③から、

1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABC \cong \triangle ADC$$

合同な図形の対応する辺は等しいから $BC=DC$

9 次の図で、 $\triangle ABC$ と $\triangle BDA$ は直角三角形です。 $\angle C = \angle ABD$ であることを証明しなさい。

BCDE

$\triangle ABC$ で、

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

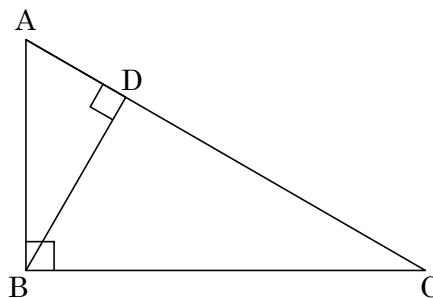
$\angle B = 90^\circ$ だから、

$$\angle A + \angle C = 90^\circ \dots \textcircled{1}$$

$\triangle BDA$ で、 $\angle A + \angle ABD + \angle BDA = 180^\circ$

$$\angle BDA = 90^\circ \text{ だから、} \angle A + \angle ABD = 90^\circ \dots \textcircled{2}$$

①, ②より、 $\angle C = \angle ABD$



10 次の図で、線分 AB の垂直二等分線 ℓ 上の点 P は、2 点 A, B から等しい距離にあることを証明しなさい。

BCDE

$\triangle AMP$ と $\triangle BMP$ において、

二等分しているから、

$$AM = BM \dots \textcircled{1}$$

垂直だから、

$$\angle AMP = \angle BMP = 90^\circ \dots \textcircled{2}$$

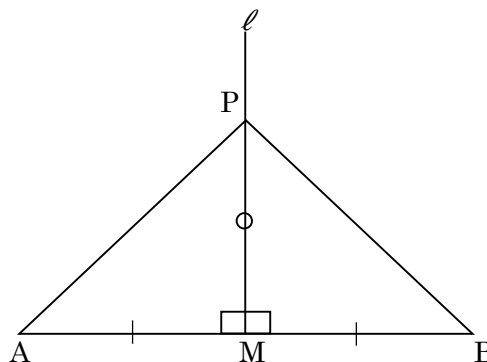
共通だから、 $PM = PM \dots \textcircled{3}$

①, ②, ③から、

2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから、

$$\triangle AMP \cong \triangle BMP$$

合同な図形の対応する辺は等しいから、 $AP = BP$



11 右の図で、 $AD \parallel BC$ 、 $AD=CB$ ならば、 $AE=CE$ であることを証明しなさい。

BCDE

$\triangle ADE$ と $\triangle CBE$ において
 $AD \parallel BC$ の錯角は等しいから、
 $\angle DAE = \angle BCE \cdots \textcircled{1}$
 $\angle ADE = \angle CBE \cdots \textcircled{2}$

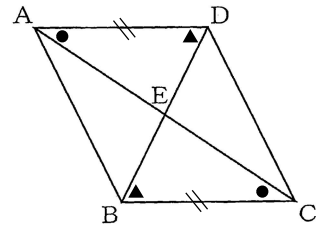
仮定から、 $AD=CB \cdots \textcircled{3}$

①, ②, ③から、

1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから、

$\triangle ADE \cong \triangle CBE$

合同な図形の対応する辺は等しいから、 $AE=CE$



★結論が $AE=CE$ なので AE , CE を 1 辺とする合同な三角形を見つける。

★ $\triangle ADE$ と $\triangle CBE$, $\triangle AEB$ と $\triangle CED$ の 2 通りの三角形での証明が考えられるが、
 $\triangle AEB$ と $\triangle CED$ では条件が足りないので証明できない。

12 右の図は、 $AD \parallel CB$ の台形 $ABCD$ である。辺 AD , CB 上に $AE=CF$ となる点 E , F をとり、
 対角線 AC と EF の交点 M とするとき、 $\triangle AME \cong \triangle CMF$ となることを証明しなさい。

BCDE

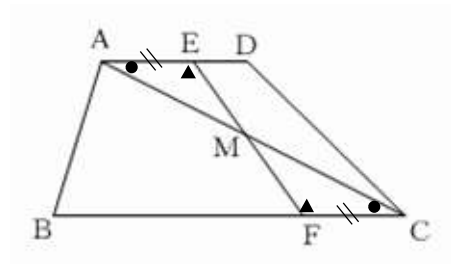
$\triangle AME$ と $\triangle CMF$ において
 $AD \parallel CB$ の錯角は等しいから
 $\angle AEM = \angle CFM \cdots \textcircled{1}$
 $\angle EAM = \angle FCM \cdots \textcircled{2}$

仮定より、 $AE=CF \cdots \textcircled{3}$

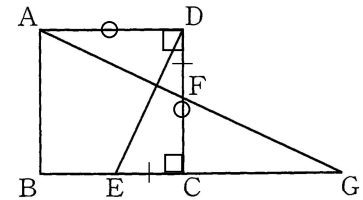
①, ②, ③から、

1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$\triangle AME \cong \triangle CMF$



- 13 右の図のように正方形 ABCD の辺 BC, CD 上に, $CE=DF$ となる点 E, F をそれぞれとる。また, 直線 AF と BC の延長との交点を G とする。このとき, $\angle CDE = \angle CGF$ となることを証明しなさい。



$\triangle CDE$ と $\triangle DAF$ において,

仮定より, $CE=DF$ …①

正方形だから, $CD=DA$ …②

$\angle DCE = \angle ADF = 90^\circ$ …③

①, ②, ③より,

2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle CDE \cong \triangle DAF$

合同な図形の対応する角は等しいから

$\angle CDE = \angle DAF$ …④

また, $AD \parallel CG$ より錯角は等しいから,

$\angle DAF = \angle CGF$ …⑤

④, ⑤から, $\angle CDE = \angle CGF$