個別指導の学習塾 hakken.

**1** 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

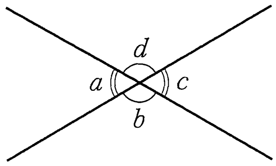
ABCDE

## 対頂角・同位角・錯角

hakken.の法則

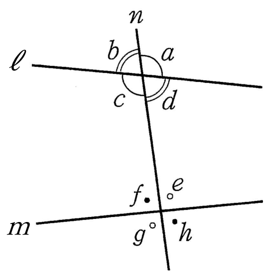
★**対頂角**(たいちょうかく)…右の図で$\angle a$，と$\angle c$，$\angle b$と$\angle d$のように向かい合った角を**対頂角**という。**対頂角は等しい。**

$\angle a=\angle c$，$\angle b=\angle d$




★**同位角**(どういかく)…右の図のように，2つの直線$\ell$，$m$に，1つの直線$n$が交わってできる角のうち，$\angle a$と$\angle e$のような位置にある角を**同位角**という。

例　$\angle b$と$\angle f$，$\angle c$と$\angle g$，$\angle d$と$\angle h$も同位角である。



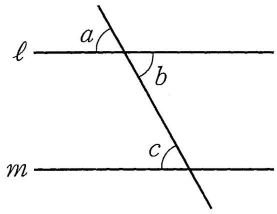

★**錯角**(さっかく)…右の図で，$\angle c$と$\angle e$のような位置にある角を**錯角**という。

例　$\angle d$と$\angle f$も錯角である。

★平行線の性質…2直線に1つの直線が交わるとき

2直線が平行ならば，同位角（$\angle a=\angle c$），

錯角（$\angle b=\angle c$）は等しい。




★平行線になるための条件…2直線に1つの直線が交わるとき，同位角（$\angle a=\angle c$）か錯角（$\angle b=\angle c$）が成り立てば，その2直線は平行である。

※まとめ　対頂角は常に等しい$\angle a=\angle b$，同位角と錯角は$\ell$と$m$が平行なら等しい。

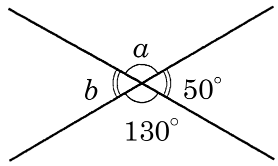
例　(1)　右の図で，$\angle a$，$\angle b$の角度を求めなさい。

［解き方］　対頂角は等しいから

$\angle a$の対頂角は130°だから　$\angle a=130°$

$\angle b$の対頂角は50°だから　$\angle b=50°$

［答］　$\angle a=130°$，$\angle b=50°$

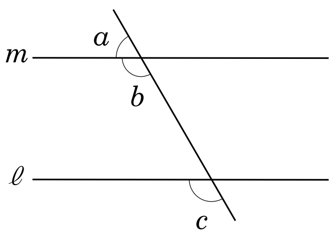



例　(2)　右の図で，$\ell /\!/ m$，$\angle b=140°$のとき$\angle a$，$\angle c$の大きさを求めなさい。

［解き方］　$\angle b=140°$だから$\angle a=180°-140°=40°$

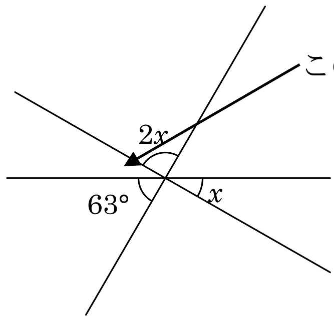
$\angle b$と$\angle c$は，同位角だから$\angle c=140°$

［答］　$\angle a=40°$，$\angle c=140°$




**2** 次の図で$\angle x$の大きさを求めなさい。

ABCDE




この角は$x$と等しいので，$2x+x+63=180$

$2x+x=117$

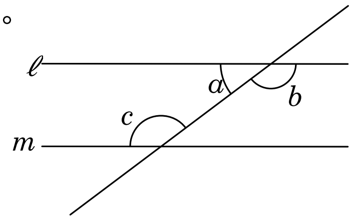
$3x=117$

$x=39°$

$\angle x=39°$

3 右の図で，$\ell /\!/ m$，$\angle a=35°$のとき$\angle b$，$\angle c$の大きさを求めなさい。

ABCDE




$\angle a=35°$だから$\angle b=180°-35°=145°$

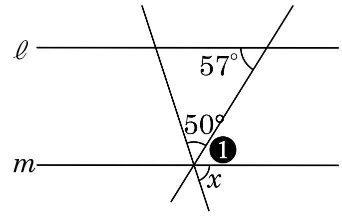
$\angle c$は$\angle b$と錯角だから$\angle c=145°$

**$\angle b=145°$，$\angle c=145°$**

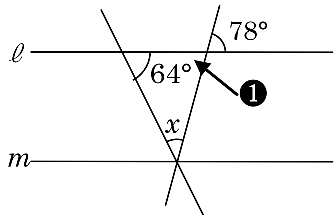
4 $\ell /\!/ m$のとき$\angle x$の大きさを求めなさい。

BCDE

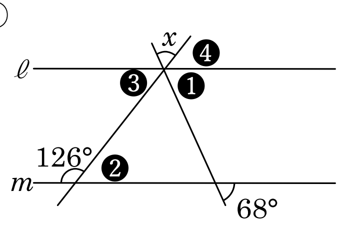
①




②




③




① ❶$=57°$(錯角)

$x=180-(50+57)=73$

**$\angle x=73°$**

② ❶$=78°$(対頂角)

$x=180-(78+64)=38$

**$\angle x=38°$**

③ ❶$=68°$(同位角)

❷$=180-126=54$

❸$=54$(錯角)，

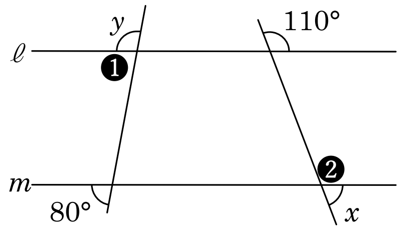
❹$=$❸$=54$(対頂角)

$x=180-(68+54)=58$

**$\angle x=58°$**

5 $\ell /\!/ m$のとき$\angle x$，$\angle y$の大きさを求めなさい。

BCDE



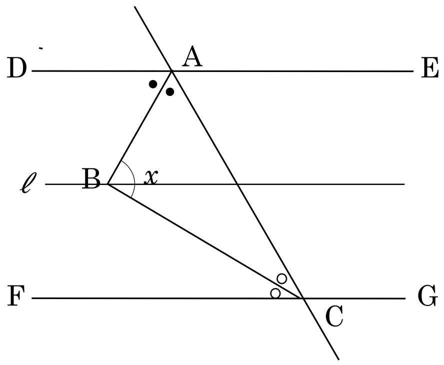

❶$=80$(同位角)，$y=180-80=100$

❷$=110$(同位角)，$x=180-110=70$

**$\angle x=70°$，$\angle y=100°$**

6 DE$/\!/$FGのとき$\angle x$の大きさを求めなさい。

BCDE




DE$/\!/$FG$/\!/\ell$になる平行線$\ell$を弾く

$\angle x=$●$+$○…①

△ABCで，●$+$○$+\angle x=180°$…②

②に①を代入，

$\angle x+\angle x=180°$

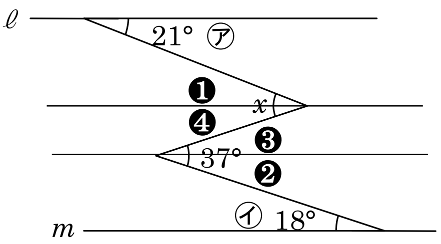
$\angle x=90°$

**$\angle x=90°$**

7 BCDE

$\ell /\!/ m$ のとき $\angle x$ の大きさを求めなさい。

①



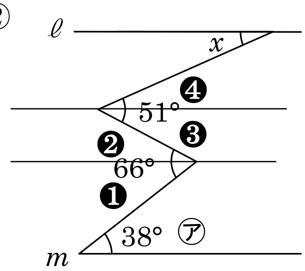

㋐＝❶＝21°（錯角），㋑＝❷＝18°（錯角）

❸＝37－18＝19°，❸＝❹＝19°（錯角）

$\angle x$＝❶＋❹＝21＋19＝40

**$\angle x = 40°$**

②




㋐＝❶＝38°（錯角），❷＝66－38＝28°

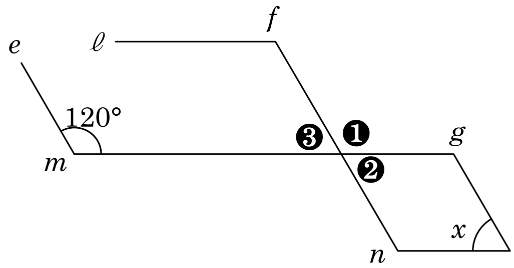
❸＝❷＝28°（錯角），❹＝51－28＝23°

$\angle x$＝❹

**$\angle x = 23°$**

8 BCDE

$\ell /\!/ m /\!/ n$，$e /\!/ f /\!/ g$ のとき $\angle x$ の大きさを求めなさい。




❶＝120°(同位角)

❷＝180－120＝60°

❸＝$\angle x$＝60°(同位角)

**$\angle x = 60°$**

9 ABCDE

次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

## 三角形の角の性質　hakken.の法則

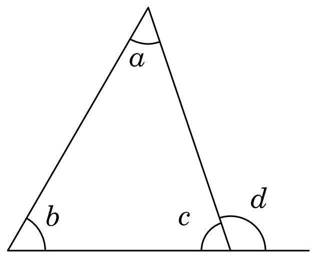
★三角形の内角・外角の性質

① 三角形の 3 つの内角の和は 180°である。

$\angle a + \angle b + \angle c = 180°$

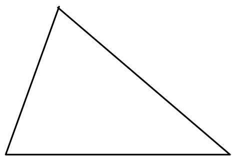
② 三角形の 1 つの外角は，そのとなりにない 2 つの内角の和に等しい。

$\angle d = \angle a + \angle b$

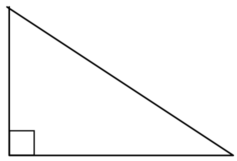



★鋭角(えいかく)・鈍角(どんかく)…0° より大きく 90° より小さい角を**鋭角**，90° より大きく 180° より小さい角を**鈍角**という。

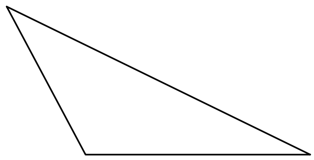
★三角型の分類



**鋭角三角形**
3 つの角がすべて鋭角



**直角三角形**
1 つの角が直角

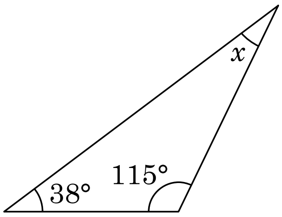


**鈍角三角形**
1 つの角が鈍角

hakken.

10 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

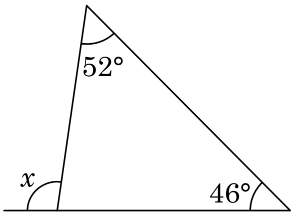
ABCDE

① 



$x=180-(38+115)$

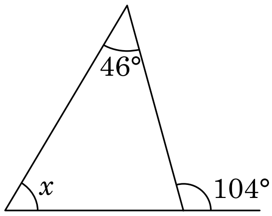
**$\angle x=27°$**

② 



$x=52+46$

**$\angle x=98°$**

③ 



$x=104-46$

**$\angle x=58°$**

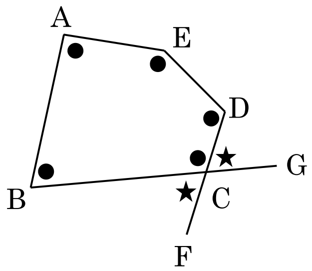
11 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

**多角形の内角と外角** hakken.の法則

★多角形の内角と外角…右の図で∠BCF，∠DCG のように1つの辺と隣の辺の延長とが作る角をその頂点における外角（★印の角）という。

また∠BCD，∠AED などを内角（●印の角）という。





★多角形の内角の和と外角の和

○$n$ 角形の内角の和は，$180°\times(n-2)$

○$n$ 角形の外角の和は，$360°$

○$n$ 角形の1つの内角は，180°−(1つの外角)

○正 $n$ 角形の1つの外角は，$\dfrac{360°}{n}$

内角の和から求めても良いが、外角を利用する方が簡単

12 次の問いに答えなさい。

ABCDE

① 十四角形の内角の和を求めなさい。

内角の和は＝$180°\times(n-2)$より

$180°\times(14-2)$

**2160°**

② 六角形の外角の和を求めなさい。

外角の和は 360°

**360°**

13 次の問いに答えなさい。

BCDE ① 内角の和が 540°になる多角形は何角形か答えなさい。

内角の和は＝$180°\times(n-2)$より

$180\times(n-2)=540$

$(n-2)=540\div180$

$n-2=3$

$n=3+2$ 『5 角形』ではなく，『五角形』

$n=5$

五角形

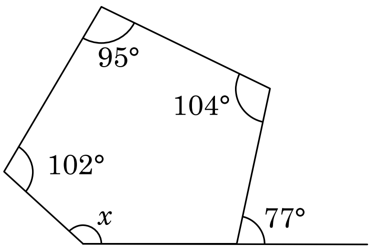
② 1 つの外角が 30°になるのは正何角形か。

$360\div30=12$

正十二角形

14 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

BCDE ①



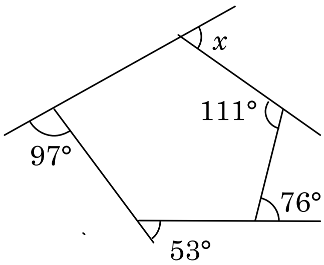

1 つの内角＝180°－(１つの外角)より

$180-77=103$

$540-(102+95+104+103)=136$

$\angle x=136°$

②




1 つの内角＝180°－(１つの外角)より

$180-111=69$

外角の和は 360°より

$360-(97+53+76+69)=65$

$\angle x=65°$

15 次の各問いに答えなさい。
BCDE

① 正十八角形の１つの内角の大きさを求めなさい。

**180×(18－2)＝2880　2880÷18＝160**

**160°**

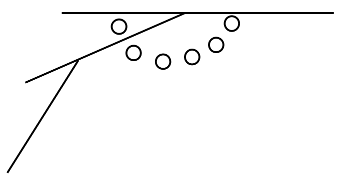
② 正五角形の１つの外角の大きさを求めなさい。

**360°÷5＝72**

**72°**

③ １つの内角が，その外角の **5** 倍である正多角形の辺の数を答えなさい。

**○×6＝180°**
**○＝30°**
**360÷30＝12**　よって正十二角形　辺の数は，**12**



**12**

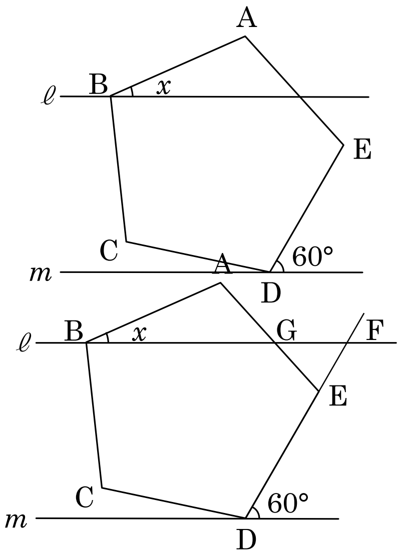
16 １つの頂点における内角と外角の大きさの比が 3：1 である正多角形は正何角形か求めなさい。
BCDE

内角＋外角＝**180°**　なので，　**3＋1＝4，180÷4＝45**
よって，**1** つの外角が **45°**の正多角形を求めればよい。**360÷45＝8**

正八角形

17 次の∠$x$の大きさを求めなさい。ただし，五角形 ABCDE は正五角形で，2 直線 $\ell$ と $m$ は平行である。
BCDE

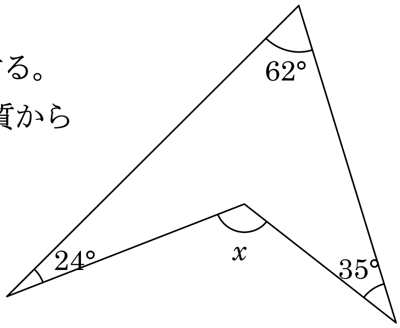
辺 **DE** の延長線と $\ell$ との交点を点 **F**，
直線 $\ell$ と辺 **AE** の交点を **G** とする
$\ell$ と $m$ は平行だから，∠**GFE＝60°**
正五角形の１つの内角は、**180°×(5－2)÷5＝108°**
だから，∠**GED＝108°**
∠**FGE＝108°－60°＝48°＝**∠**AGB**
∠**BAG＝108°**なので
∠$x$＝　**180°－108°－48°＝24°**




**∠$x$＝24°**

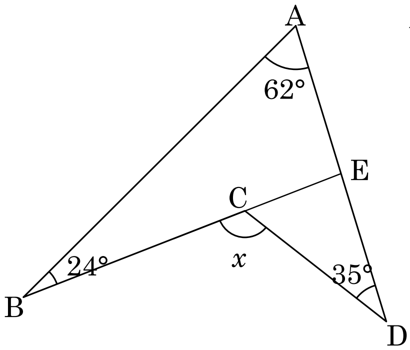
**18** 右の図で，∠$x$ を求めなさい。

BCDE




下の図のように辺 BC を延長し，AD との交点を E とする。

△ABE において，三角形の内角と外角の性質から




∠BED＝62°＋24°

＝86°

△CDE において

∠$x$＝86°＋35°

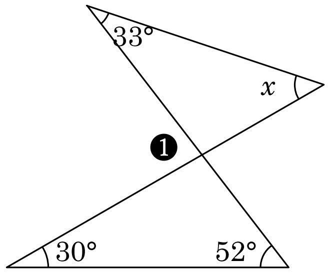
＝121°

**∠$x$＝121°**

**19** ∠$x$ の大きさを求めなさい。

BCDE

①




内角と外角の性質から

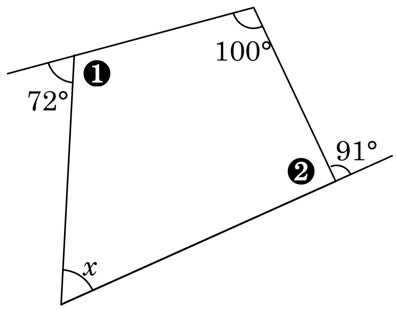
❶＝30＋52＝82

$x$＋33＝82

$x$＝49

**∠$x$＝49°**

②




❶＝180－72＝108，❷＝180－91＝89

$x$＝360－(108＋100＋89)＝63

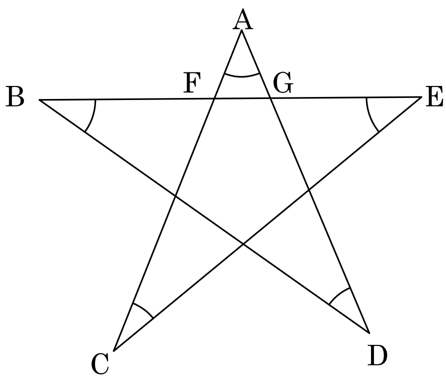
**∠$x$＝63°**

**20** 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

**応用（１）** hakken.の法則

例 右の図で，印のついた角の和を求めなさい。




［解き方］ 三角形の外角は，それと隣り合わない2つの内角の和に等しいから

△BDG おいて，∠B＋∠D＝∠AGF…①

△CEF おいて，∠C＋∠E＝∠AFG…②

△AFG おいて，∠A＋∠AGF＋∠AFG＝180° …③

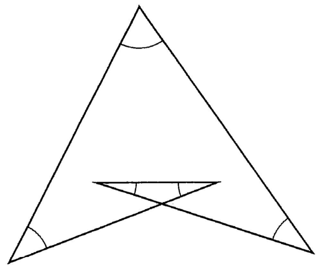
①②③より，∠A＋∠B＋∠C＋∠D＋∠E＝180°

［答］ 180°

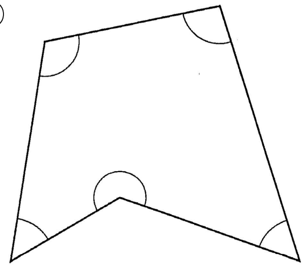
21 次の図で，印のついた角の和を求めなさい。

BCDE

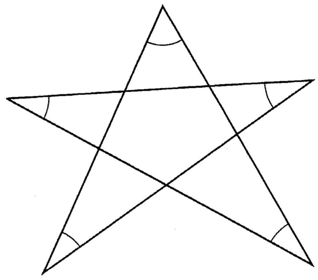
①



②



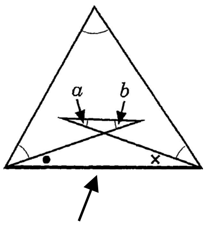
③



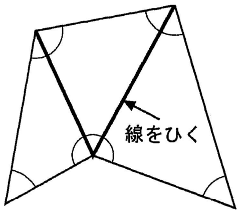
① **180°**

② **540°**

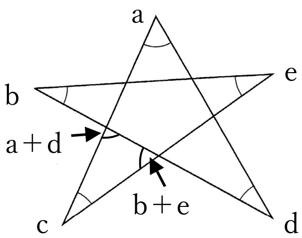
③ **180°**




$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\bullet+\times$ となるので
三角形の内角の和を求めるのと
同じことになるから 180°




三角形が **3** つできるので
**180°×3＝540°**



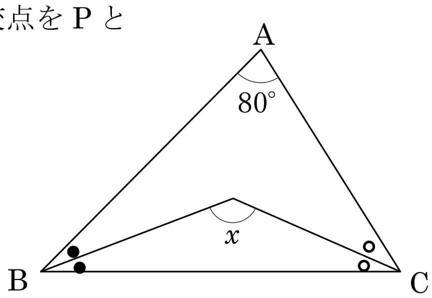

**c** がある三角形に全ての角を
集めることができる。よって
三角形の内角の和になる。

22 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

**応用（２）** hakken.の法則

例 右の図のように△ABC の∠B，∠C の二等分線の交点を P と
するとき，∠BPC の大きさを求めなさい。




●$=a$，○$=b$

［解き方］

∠PBC＝$a$，∠BCP＝ $b$ とする。

△ABC において

$2a+2b+80°=180°$だから，両辺を 2 で割って

$a+b+40°=90°$

$a+b=90°-40°$

$a+b=50°$ …①

△PBC において，$a+b+x=180°$

①より $50°+x=180°$

$x=180°-50°$

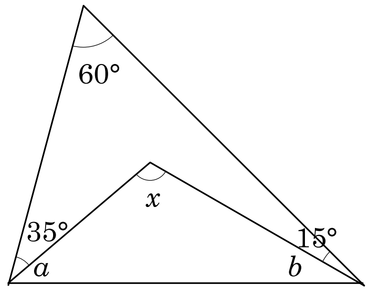
$x=130°$

［答］ 130°

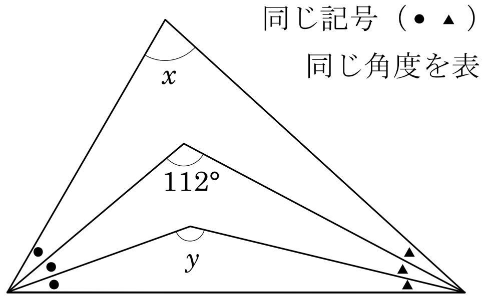
23 $\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めなさい。

BCDE

①




②




同じ記号（● ▲）は同じ角度を表す

$60° + 35° + 15° + a + b = 180°$

$a + b = 180° - (60 + 35 + 15)°$

$a + b = 70°$ …①

$a + b + x = 180°$ …②

①を②に代入，$70° + x = 180°$

$x = 180° - 70°$

$x = 110°$

$\angle x$ **110°**

$2 \times (● + ▲) + 112° = 180°$

$2 \times (● + ▲) = 180° - 112°$

$2 \times (● + ▲) = 68°$

$● + ▲ = 34°$

$y = 180° - 34°$

$y = 146°$

$x = 180° - 3 \times 34°$

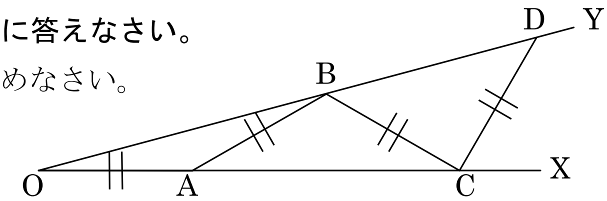
$x = 180° - 102°$

$x = 78°$

$\angle x$ **78°** $\angle y$ **146°**

24 ∠XOY があり，右の図のように OA＝AB＝BC＝CD となる点 A，B，C，D を OX，OY 上に交互にとる。このとき次の各問いに答えなさい。

CDE

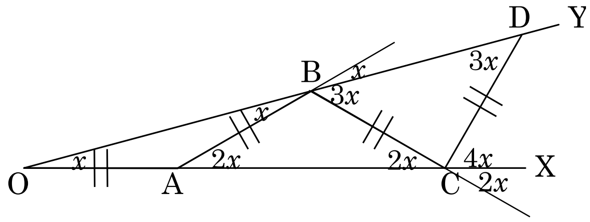



① ∠XOY＝25°のとき，∠YDC の大きさを求めなさい。

$x = 25°$だから $3x = 75°$

よって$\angle YDC = 180° - 75°$

**105°**

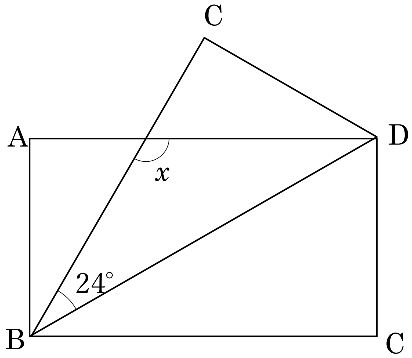



② ∠DCX＝72°のとき，∠XOY の大きさを求めなさい。

$\angle DCX = 4x = 72°$だから $x = 18°$

**18°**

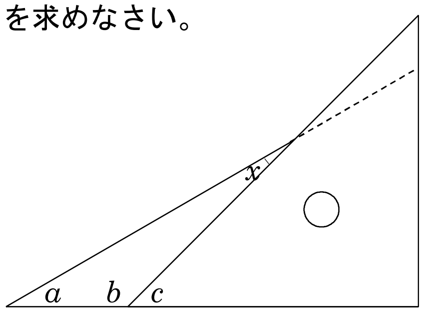
25 BCDE
右の図は長方形 ABCD を，対角線 BD を折り目として折った図である。$\angle x$ の大きさを求めなさい。




折り曲げた角だから　**∠CBD＝∠DBC＝24°**
**∠DBC** と **∠ADB** は錯角だから
**∠DBC＝∠ADB＝24°**
$\boldsymbol{x=180°-(24°+24°)=132°}$

**132°**

26 BCDE
右の図は、１組の三角定規を重ねたものです。$\angle x$ の大きさを求めなさい。

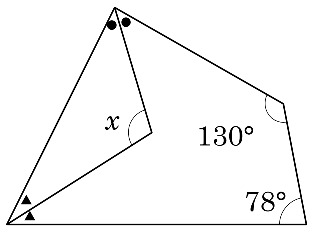



三角定規だから，$\angle a=30°$，$\angle c=45°$
$\angle b$ は $\angle c$ の外角だから，$\angle b=180°-45°=135°$
$\angle a+\angle b+\angle x=180°$
$30°+135°+\angle x=180°$
$\angle x=180°-(30°+135°)$
$\angle x=15°$

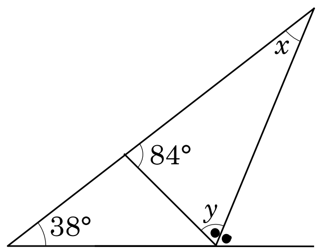
**15°**

27 BCDE
$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めなさい。同じ記号(●，▲)は同じ角度を表す。

①




②




①
**2×(●＋▲)＋130°＋78°＝360°**
**2×(●＋▲)＝360°－(130°＋78°)**
**2×(●＋▲)＝152°**
**●＋▲＝76°**
**●＋▲＋*x*＝180°**
**76°＋*x*＝180°**
**x＝180°－76°**
**x＝104°**

②
三角形の内角と外角の関係から，

$$\begin{cases} 38°+x=y & \cdots① \\ 84°+x+y=180° & \cdots② \end{cases}$$

①より，$x-y=-38°$ 　…①'
②より，$x+y=180°-84°$
$x+y=96°$ 　…②'
①'＋②'，

$$\begin{array}{r} x-y=-38° \\ +)\ \underline{x+y=96°} \\ 2x\ \ \ \ =58° \\ x=29° \end{array}$$

$x=29°$ を①に代入，$38°+29°=y$，$y=67°$

$x$ **104°**

$x$ **29°**　$y$ **67°**