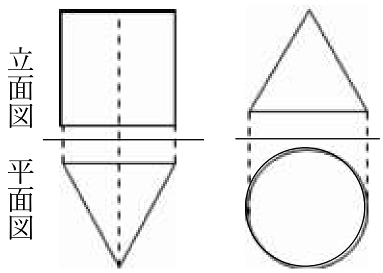
1 次の hakken.の法則を読んで解き方を覚えなさい。

ABCDE

投影図 啓 P.182 hakken.の法則

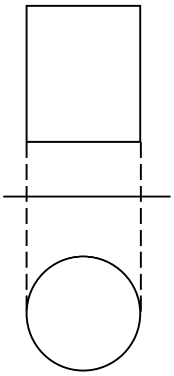
★**投影図**(とうえいず)…立体をある方向から見て平面に表した図を**投影図**という。立体を**投影図**で表すときは，真上から見た図（**平面図**(へいめんず)）と，真正面から見た図（**立面図**(りつめんず)）を使って表すことが多い。

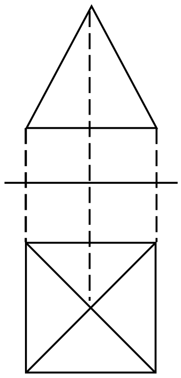


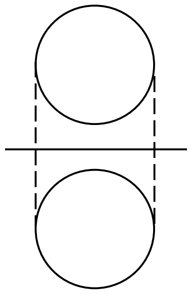
三角柱　円錐

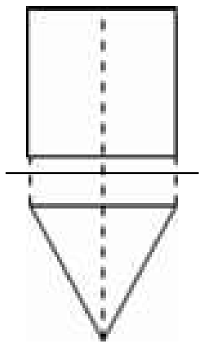
2 次の①～③の投影図で表された立体の名前を答えなさい。

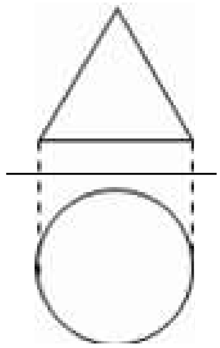
ABCDE

①


②


③


④


⑤


① 円柱　② 四角錐　③ 球　④ 三角柱　⑤ 円錐

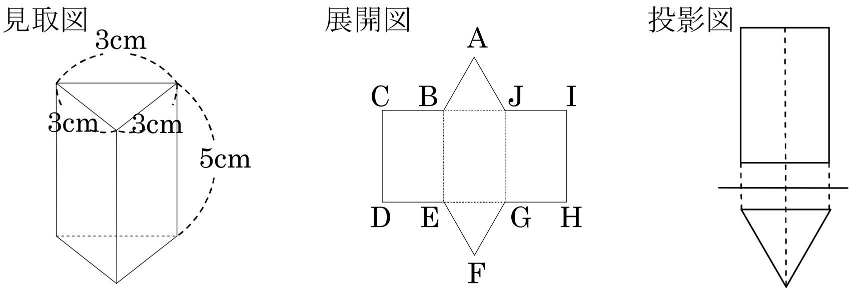
3 次の hakken.の法則を読んで解き方を覚えなさい。

ABCDE

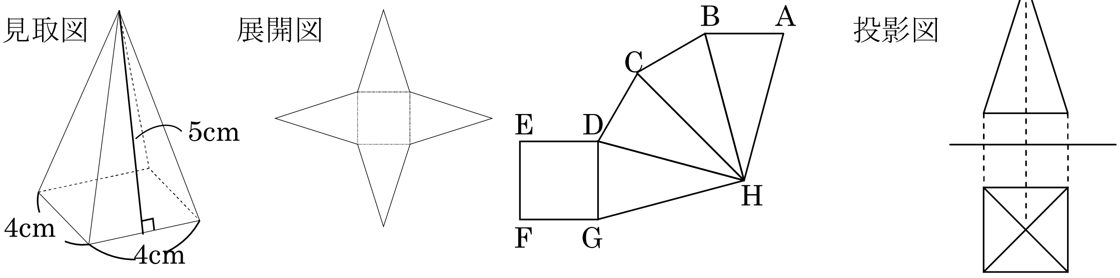
見取図，展開図，投影図

hakken.の法則

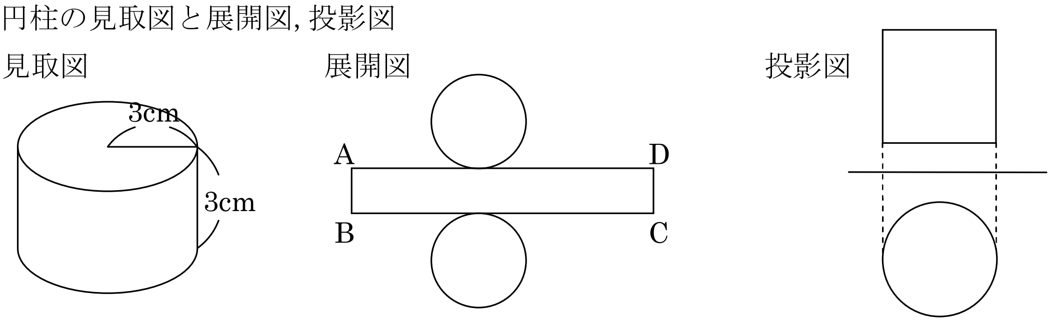
★角柱の見取図，展開図，投影図



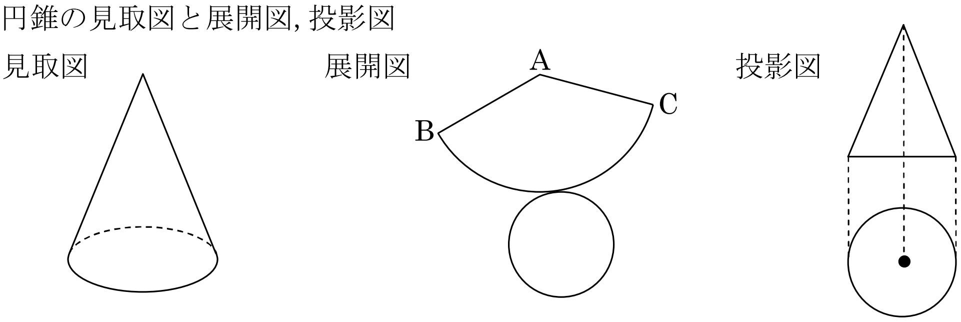
★角錐の見取図と展開図，投影図



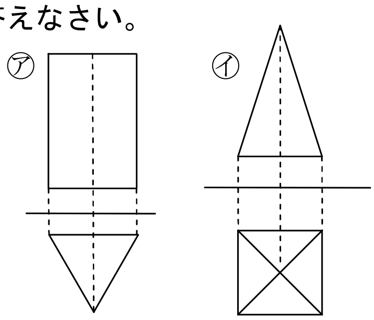
★円柱の見取図と展開図，投影図



★円錐の見取図と展開図，投影図



4 ABCDE 右の投影図㋐，㋑で表されている立体について，次の問いに答えなさい。



① 頂点の数

㋐ 6つ　㋑ 5つ

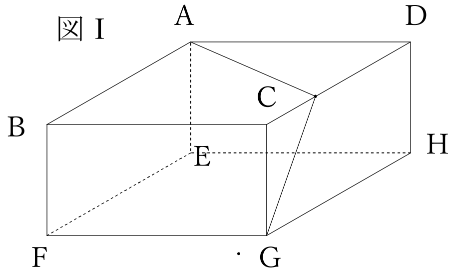
② 辺の数

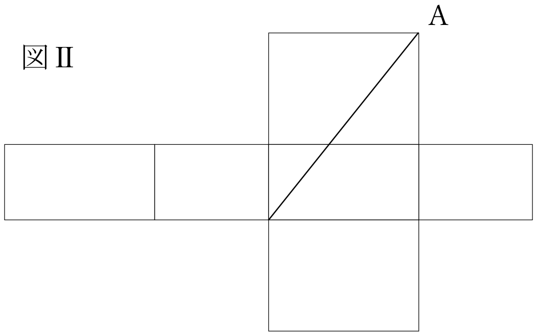
㋐ 9つ　㋑ 8つ

5 ABCDE 次の hakken.の法則を読んで解き方を覚えなさい。

いろいろな立体 hakken.の法則

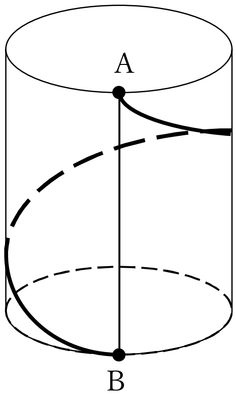
例 図Ⅰのように，直方体の頂点 A から G にひもをかける。ひもの長さがもっとも短くなるようにかけるとき，ひもの様子を図Ⅱの展開図に書き入れなさい。

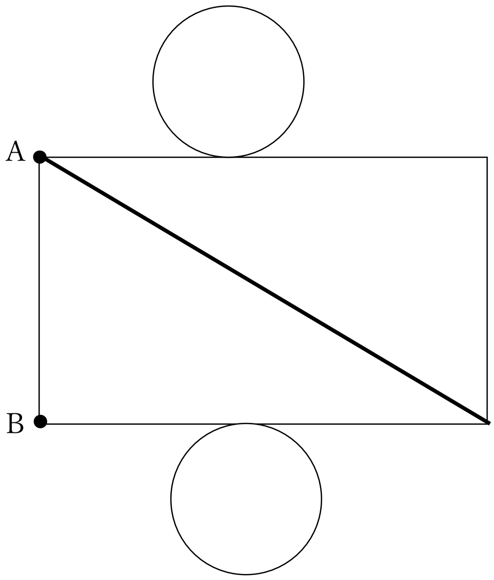




[解き方]
ひもの長さが最も短くなるとき，ひものようすは，
展開図のうえでは，A と G を結ぶ線分になる。

6 ABCDE 次の図のように，ひもの長さがもっとも短くなるように，円柱の側面の点 A から B までひもをかけた。このときのひものようすを，展開図にかき入れなさい。



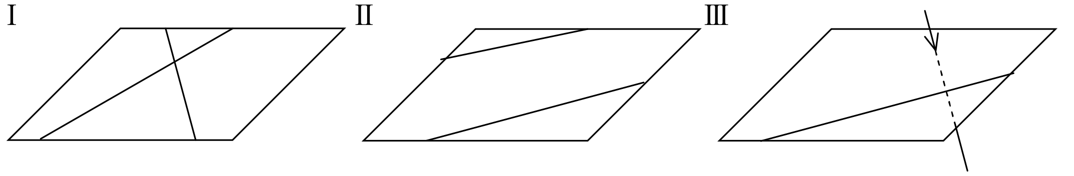


7 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

位置関係　hakken.の法則

★**2 直線の位置関係**…空間内の 2 直線の位置関係は，**交わる**，**平行である**，**ねじれの位置にある**，の 3 つの場合がある。交わる角度が 90°のとき，2 つの直線は**垂直である**という。

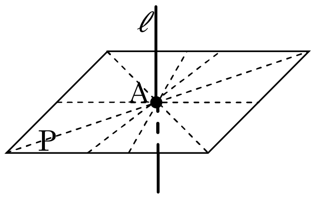


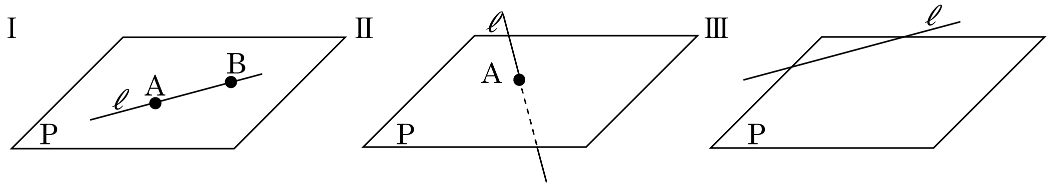
交わる　　平行である　　ねじれの位置にある(交わらない)

└──同じ平面上にある場合──┘　　同じ平面上にない場合

★**直線と平面の位置関係**…直線ℓと平面 P が交わらないとき，直線ℓと平面 P は，**平行であるという**。直線ℓと平面 P の位置関係は，**直線は平面上にある**，**交わる**，**平行である**の 3 つの場合がある。

直線ℓと平面 P が点 A で交わっていて，点 A を通る平面 P 上の全ての直線と垂直であるとき，直線ℓと平面 P は**垂直**(すいちょく)**である**という。このとき，直線ℓを平面 P の**垂線**(すいせん)という。

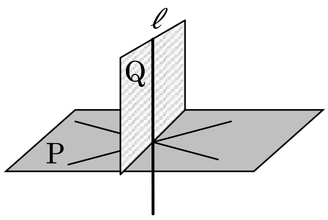


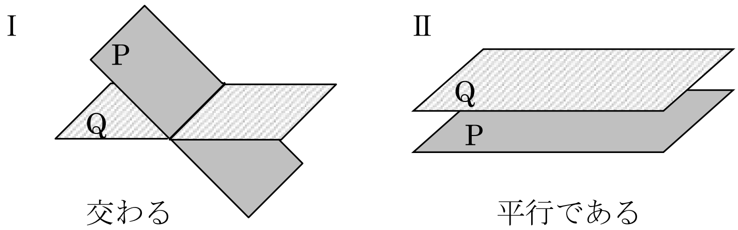


直線は平面上にある　　交わる　　平行である

★**2 平面の位置関係**…2 つの平面 P,Q が交わらないとき，平面 P と平面 Q は，**平行であるという**。平面 P と平面 Q の位置関係は，**交わる**，**平行である**の 2 つの場合がある。

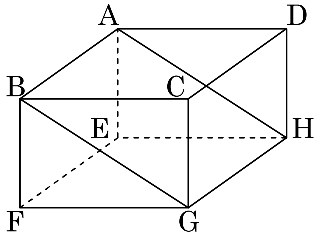
右の図のように平面 P と平面 Q が交わっていて，平面 Q が平面 P に垂直な直線ℓをふくんでいるとき，2 つの平面 P,Q は**垂直**(すいちょく)**である**という。





交わる　　平行である

8 右の図は，直方体を 2 つに分けてできた三角柱である。次の問いに答えなさい。
ABCDE ① 直線 AB と平行な直線はどれか。



直線 DC，直線 EF，直線 HG

② 直線 BG とねじれの位置にある直線はどれか。

直線 AD，直線 DH，直線 DC

直線 AE，直線 EF，直線 EH

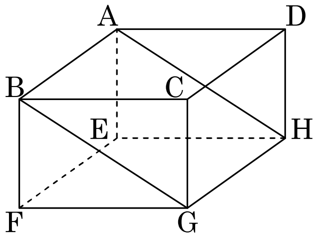
③ 直線 AB と平行な平面はどれか。

平面 DCGH，平面 EFGH

④ 直線 GH が含まれる平面はどれか。

平面 ABGH，平面 EFGH，平面 DCGH

9 右の図は，直方体を 2 つに分けてできた三角柱である。次の問いに答えなさい。
BCDE ① 直線 DH と垂直な直線はどれか。



直線 AD，直線 CD

直線 GH，直線 EH

② 直線 DH と垂直な平面はどれか。

平面 ABCD，平面 EFGH

③ 平面 BCG と平行な直線はどれか。

直線 AD，直線 EH，直線 AH，直線 AE，直線 DH

④ 平面 ABGH と垂直な平面はどれか。

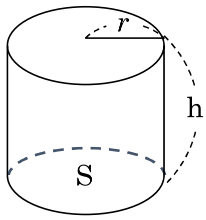
平面 AEHD，平面 BFGC

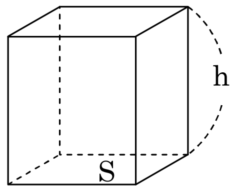
10 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

体積 hakken.の法則

★角柱や円柱の体積…底面積を S，高さを h
体積を Vとすると
$\boldsymbol{V=Sh}$

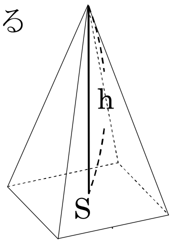


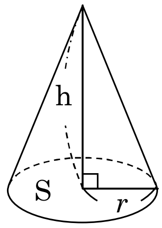


★円柱の体積…底面の半径を r，高さを h
体積を Vとすると
$\boldsymbol{V=\pi r^2 h}$

★角錐や円錐の体積…底面積を S，高さを h，体積を Vとする

$$\boldsymbol{V=\frac{1}{3}Sh}$$



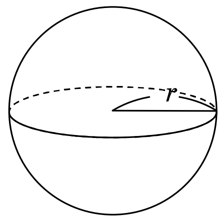


★円錐の体積…底面の半径を r，高さを h，体積を Vとする

$$\boldsymbol{V=\frac{1}{3}\pi r^2 h}$$

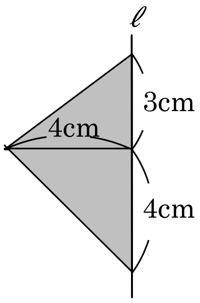
★球の体積…球の半径を $\boldsymbol{r}$，体積を $\boldsymbol{V}$とすると

$$\boldsymbol{V=\frac{4}{3}\pi r^3}$$



11 次の図形を直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

ABCDE



体積　　**2** つの円錐の体積の和を求める。

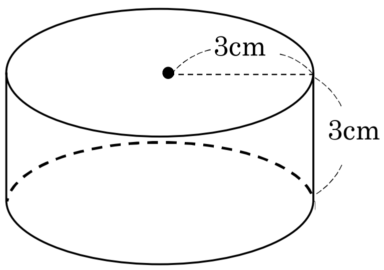
$$\boldsymbol{\frac{1}{3}\times\pi\times4^2\times3+\frac{1}{3}\times\pi\times4^2\times4=\frac{112}{3}\pi\,(cm^3)}$$

$$\boldsymbol{\frac{112}{3}\pi\ cm^3}$$

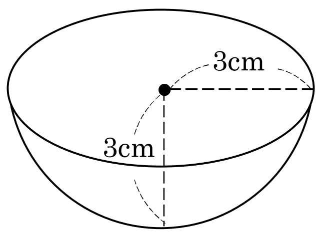
12 次の㋐，㋑について，㋐の体積は㋑の体積の何倍ですか。

BCDE

㋐



㋑



㋐　$\boldsymbol{(\pi\times3^2)\times3=27\pi\,(cm^3)}$

㋑　$\boldsymbol{\frac{4}{3}\times(\pi\times3^3)\times\frac{1}{2}=18\pi\,(cm^3)}$　　　$\boldsymbol{27\pi\div18\pi=\frac{3}{2}}$

$\boldsymbol{\frac{3}{2}}$倍

13 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

表面積　hakken.の法則

★**表面積**(ひょうめんせき)…立体の表面全体の面積を**表面積**という。また，側面全体の面積を**側面積**(そくめんせき)，1 つの底面の面積を**底面積**(ていめんせき)という。

★**角柱や円柱の表面積**…(表面積)＝(側面積)＋(底面積)×2 で求められる。

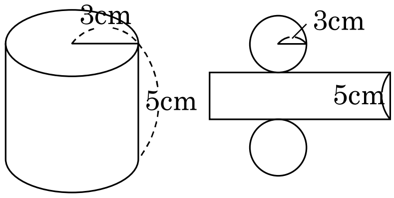
例　底面の半径が 3cm，高さが 5cm の円柱の表面積を求めなさい。

［解き方］　側面積の横の長さ＝底面の円周

側面積…$5\times(2\pi\times3)=30\pi$ (cm^2)

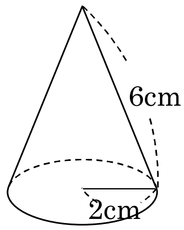
底面積…$\pi\times3^2=9\pi$ (cm^2)

表面積…$30\pi+9\pi\times2=48\pi$ (cm^2)



［答］ $48\pi\ \mathrm{cm}^2$

★**角錐や円錐の表面積**…(表面積)＝(側面積)＋(底面積)で求められる。



例　底面の半径が 2cm，母線が 6cm の円錐の側面積を求めなさい。

［解き方 1］　側面のおうぎ形の中心角を求める。

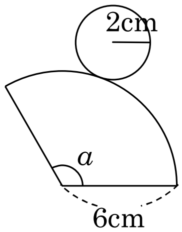
側面のおうぎ形の中心角を a とすると，

弧の長さ：円周の長さ＝a：360　より，$4\pi:12\pi=a:360$

$12\pi\times a=4\pi\times360$

$$a=360\times\frac{4\pi}{12\pi}$$

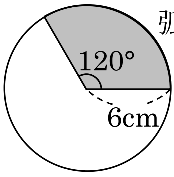
$a=120$　　したがって，側面積は $6^2\times\pi\times\dfrac{120}{360}=12\pi$ (cm^2)



［解き方 2］

(おうぎ形の面積)：(円の面積)

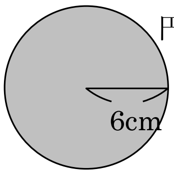
＝(おうぎ形の弧の長さ)：(円の周の長さ)



$S:(\pi\times6^2)=(2\pi\times2):(2\pi\times6)$

$S\times(2\pi\times6)=(\pi\times6^2)\times(2\pi\times2)$　　両辺÷$(2\pi\times6)$

$$\frac{S\times(2\pi\times6)}{(2\pi\times6)}=\frac{(\pi\times\cancel{6^2})\times(2\cancel{\pi}\times2)}{(2\cancel{\pi}\times\cancel{6})}$$

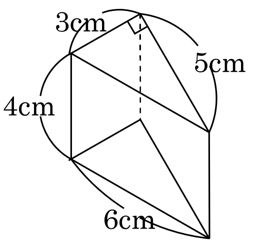


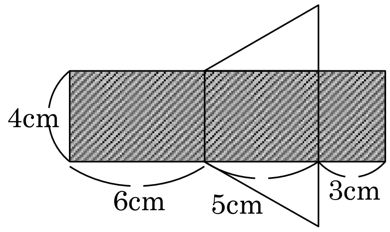
$S=(\pi\times6)\times2$

$S=12\pi$ (cm^2)　　　［答］ $12\pi\ \mathrm{cm}^2$

★**球の表面積**…球の半径を $\boldsymbol{r}$，表面積を $\boldsymbol{S}$ とすると，$\boldsymbol{S=4\pi r^2}$

14
ABCDE 次の角柱の表面積を求めなさい。 角柱の表面積 啓 P.205





$$3\times5\times\frac{1}{2}\times2+(3+5+6)\times4$$
$$=15+56$$
$$=71(\mathrm{cm}^2)$$

$71\mathrm{cm}^2$

15
BCDE 底面の直径が 8cm，高さが 10cm の円柱の表面積を求めなさい。

側面積　$10\times(2\pi\times4)=80\pi(\mathrm{cm}^2)$

底面積　$\pi\times4^2=16\pi(\mathrm{cm}^2)$

表面積　$80\pi+16\pi\times2=80\pi+32\pi$

$=112\pi(\mathrm{cm}^2)$

$112\pi\,\mathrm{cm}^2$

16
CDE 底面の半径が 8cm，母線が 12cm の円錐の表面積を求めなさい。

側面のおうぎ形の中心角を求める。

側面のおうぎ形の中心角を a とすると，弧の長さ：円周の長さ＝a：360　より，

$16\pi:24\pi=a:360$

$24\pi\times a=16\pi\times360$

$a=360\times\frac{16\pi}{24\pi}$

$a=240$　　したがって，側面積は $12^2\times\pi\times\frac{240}{360}=96\pi(\mathrm{cm}^2)$

底面積は，$8^2\times\pi=64\pi(\mathrm{cm}^2)$，　表面積は，$96\pi+64\pi=160\pi(\mathrm{cm}^2)$

［別解］ (おうぎ形の面積)：(円の面積)

＝(おうぎ形の弧の長さ)：(円の周の長さ)

$S:(\pi\times12^2)=(2\pi\times8):(2\pi\times12)$

$S\times(2\pi\times12)=(\pi\times12^2)\times(2\pi\times8)$　　両辺÷$(2\pi\times12)$

$$\frac{S\times(2\pi\times12)}{(2\pi\times12)}=\frac{(\pi\times12^{\cancel{2}})\times(\cancel{2}\pi\times8)}{(\cancel{2}\pi\times\cancel{12})}$$

$S=(\pi\times12)\times8$

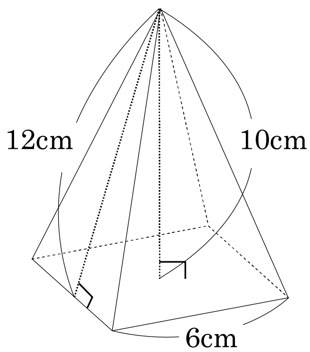
$S=96\pi(\mathrm{cm}^2)$

底面積は，$8^2\times\pi=64\pi(\mathrm{cm}^2)$，　表面積は，$96\pi+64\pi=160\pi(\mathrm{cm}^2)$

$160\pi\,\mathrm{cm}^2$

17 次の図の正四角錐の体積と表面積を求めなさい。

BCDE



体積　$6\times6\times10\times\frac{1}{3}=120(\mathrm{cm}^3)$

側面積　$\left(\frac{1}{2}\times6\times12\right)\times4=144(\mathrm{cm}^2)$

底面積　$6\times6=36(\mathrm{cm}^2)$

表面積　$144+36=180(\mathrm{cm}^2)$

体積 $120\mathrm{cm}^3$　表面積 $180\mathrm{cm}^2$

18 直径 6cm の球の体積と表面積を求めなさい。

BCDE

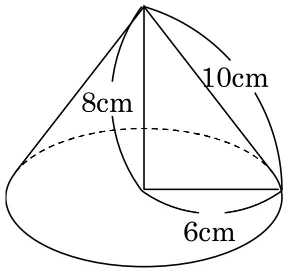
体積　$\frac{4}{3}\pi\times3^3=36\pi$ (cm^3)

表面積　$4\pi\times3^2=36\pi$ (cm^2)

体積 $36\pi\,\mathrm{cm}^3$　表面積 $36\pi\,\mathrm{cm}^2$

19 次の図の体積と表面積を求めなさい。

CDE



体積　$\pi\times6^2\times8\times\frac{1}{3}=96\pi(\mathrm{cm}^3)$

底面積　$\pi\times6^2=36\pi$

側面のおうぎ形の中心角を a とすると,

弧の長さ：円周の長さ＝a：360　より,

$12\pi:20\pi=a:360$

$20\pi\times a=12\pi\times360$

$a=360\times\frac{12\pi}{20\pi}$

$a=216$　したがって,

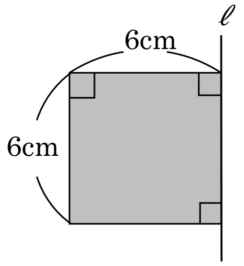
側面積　$10^2\times\pi\times\frac{216}{360}=60\pi(\mathrm{cm}^2)$

表面積　$36\pi+60\pi=96\pi(\mathrm{cm}^2)$

体積 $96\pi\,\mathrm{cm}^3$　表面積 $96\pi\,\mathrm{cm}^2$

20 次の図形を直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体の体積と表面積を求めなさい。

BCDE



体積　$\pi\times6^2\times6=216\pi$ (cm³)

側面積　$6\times2\pi\times6=72\pi$ (cm²)

底面積　$6^2\times\pi\times2=72\pi$ (cm²)

表面積　$72\pi+72\pi=144\pi$ (cm²)

体積 **216π cm³**　　表面積 **144π cm²**

21 空間に直線や平面があるとき，これらの直線や平面について述べた次の㋐～㋔について，正しいものをすべて選びなさい。

DE

㋐　1 つの直線 ℓ に平行な 2 つの直線 m，n は平行である。

㋑　1 つの直線 ℓ に平行な 2 つの平面 Q，R は平行である。

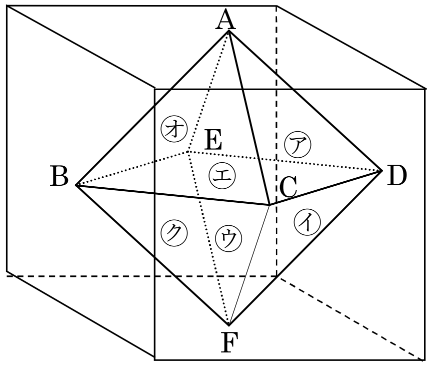
㋒　1 つの平面 P に垂直な 2 つの直線 m，n は平行である。

㋓　1 つの平面 P に垂直な 2 つの平面 Q，R は平行である。

㋔　1 つの直線 ℓ に垂直な 2 つの平面 Q，R は平行である。

㋐，㋒，㋔

22 DE 右の図は 1 辺が 4cm の立方体の各面の対角線の交点を結んでできる立体 ABCDEF である。次の問いに答えなさい。



① 立体 ABCDEF の名前を答えなさい。

正八面体

② 立体 ABCDEF の体積を求めなさい。

四角形 BCDE の面積は，対角線×対角線÷2

$=4^2\div2=8(\mathrm{cm}^2)$

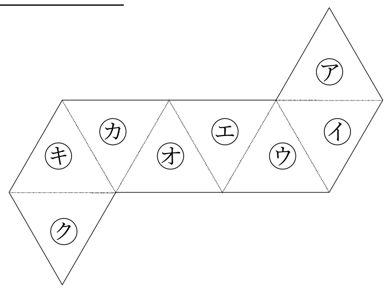
求める体積は，四角錐 ABCDE の体積×2$=\frac{1}{3}$×底面積×高さ×2

$=\frac{1}{3}\times8\times2\times2$

$=\frac{32}{3}(\mathrm{cm}^3)$

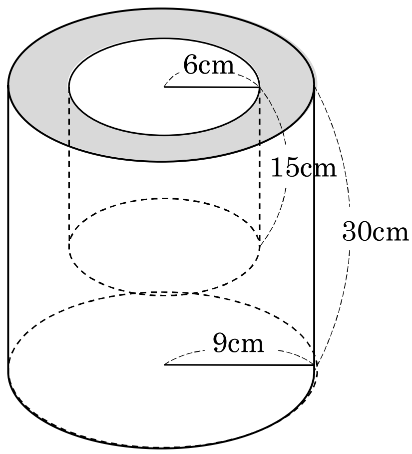
$\frac{32}{3}\mathrm{cm}^3$

③ 右の図は立体 ABCDEF の展開図である。
㋐，㋑と平行になる面をそれぞれ答えなさい。



㋐ ㋗ ㋑ ㋔

23 DE 右の立体は大きい円柱から，小さい円柱をくりぬいたものである。立体の体積と表面積を求めなさい。



体積は，半径 **9cm** の円柱の体積－半径 **6cm** の円柱の体積

$\pi\times9^2\times30-\pi\times6^2\times15=2430\pi-540\pi$

$=1890\pi(\mathrm{cm}^3)$

表面積は，

$\pi\times9^2+2\times9\pi\times30+\pi\times6^2+2\times6\pi\times15$

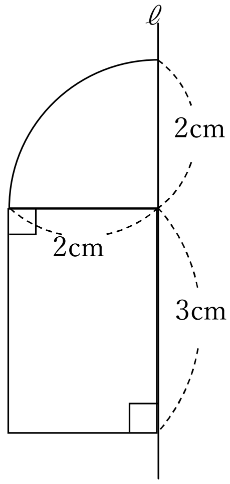
$+(\pi\times9^2-\pi\times6^2)$

$=81\pi+540\pi+36\pi+180\pi+45\pi$

$=882\pi(\mathrm{cm}^2)$

体積 $1890\pi\,\mathrm{cm}^3$ 表面積 $882\pi\,\mathrm{ccm}^2$

24 次の図について，直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる回転体の体積と表面積を求めなさい。
CDE

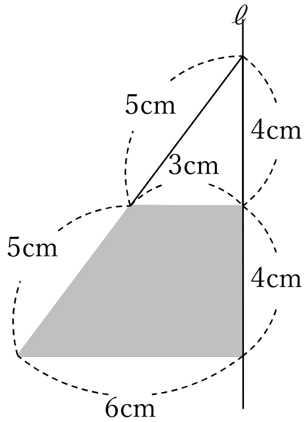


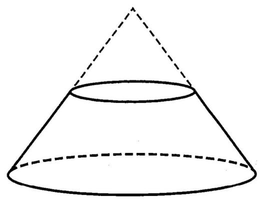
体積 $\frac{4}{3}\pi\times2^3\times\frac{1}{2}+2^2\pi\times3=\frac{52}{3}\pi\,(\mathrm{cm}^3)$

表面積 $4\pi\times2^2\times\frac{1}{2}+2\times2\pi\times3+2^2\pi=\ 24\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

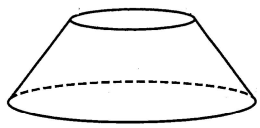
体積 $\frac{52}{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$ 表面積 $24\pi\,\mathrm{cm}^2$

25 右のような台形について，直線 ℓ を軸として回転させてできる立体の見取図をかきなさい。
DE また，その体積と表面積を求めなさい。





別解



体積 $\frac{1}{3}\times\pi\times6^2\times(4+4)-\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times4=84\pi\,(\mathrm{cm}^3)$

側面積 大きい円錐の側面のおうぎ形の面積
－小さい円錐の側面のおうぎ形の面積

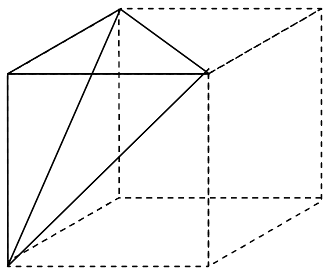
$\pi\times10^2\times\frac{3}{5}-\pi\times5^2\times\frac{3}{5}=45\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

底面積 $\pi\times6^2+\pi\times3^2=45\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

表面積 $45\pi+45\pi=90\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

体積 $84\pi\,\mathrm{cm}^3$ 表面積 $90\pi\,\mathrm{cm}^2$

26 次の立体は立方体の一部である。この立体の体積は立方体の体積の何倍かを求めなさい。
DE



立方体の 1 辺を $a$cm とすると

$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times a\times a\right)\times a=\frac{1}{6}a^3$

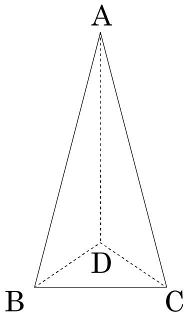
立方体の体積は a^3 だから

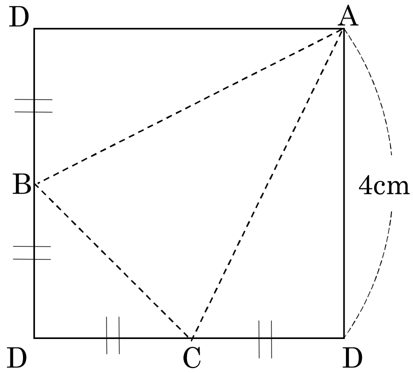
$\frac{1}{6}$倍

27 CDE

正方形の厚紙を折って，右の図のような三角錐をつくった。次の問いに答えなさい。

① 右の三角錐で，辺 AD と垂直な辺をすべて答えなさい。





辺 DB，辺 CD

② 三角錐の高さを求めなさい。

4cm

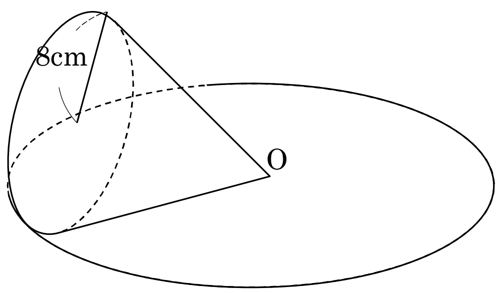
③ 三角錐の体積を求めなさい。

$\frac{1}{3}\times2^2\times\frac{1}{2}\times4=\frac{8}{3}$(cm³)

$\frac{8}{3}$cm³

28 DE

右の図は，円錐を頂点 O を中心として平面上で転がしたところ，図で示した円 O の上を 1 周して元の位置に戻るまでに，3 周回転した。円錐の母線と側面積を求めなさい。



円 O の円周は，$8\times2\pi\times3=48\pi$ (cm)

母線＝円 O の半径だから，母線を x とすると

$2x\pi=48\pi$

$x=24$(cm)

側面積　おうぎ形(側面積)の中心角を a とすると，

$16\pi:48\pi=a:360$

$48\pi\times a=16\pi\times360$

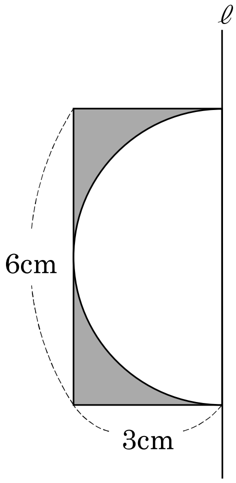
$a=360\times\frac{16\pi}{48\pi}$

$a=120$　　側面積は，$24^2\pi\times\frac{120}{360}=192\pi$ (cm²)

母線 **24cm**　　側面積 **192π cm²**

29 下のような図形を，直線ℓを軸として１回転させてできる立体の体積と表面積を求めなさい。

DE



体積は，半径 3cm の円柱の体積－半径 3cm の球の体積

$$\pi \times 3^2 \times 6 - \frac{4}{3}\pi \times 3^3 = 54\pi - 36\pi$$

$$= 18\pi\ (\mathrm{cm}^3)$$

表面積は，半径 3cm の円柱の表面積＋半径 3cm の球の表面積

$$\pi \times 3^2 \times 2 + 2 \times 3\pi \times 6 + 4\pi \times 3^2 = 18\pi + 36\pi + 36\pi$$

$$= 90\pi\ (\mathrm{cm}^2)$$

体積 $18\pi\,\mathrm{cm}^3$　　表面積 $90\pi\,\mathrm{cm}^2$