

1

ABCDE

次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

比例と反比例

hakken. の法則 

★**座標軸**…右の図のように、点 O で垂直に交わる2つの数直線を考える。このとき横の数直線を **x 軸**、縦の数直線を **y 軸** という。 **x 軸** と **y 軸** を合わせて **座標軸** という。

また、座標軸の交点 O を **原点** という。

★**座標**…右の図 P 点を表す数の組 $(-2, 3)$ を点 P の **座標** といい、 -2 を **x 座標**、 3 を **y 座標** という。

★**変数**…いろいろな値をとる文字を **変数** という。

★**関数**…ともなって変わる2つの変数 x 、 y があり、 x の値を決めると、それに対応して y の値がただ1つ決まるとき y は x の **関数** であるという。

★**定数**…変数に対して、 $y = 2x$ の 2 のように決まった数のことを **定数** という。

★**比例の式**…ともなって変わる変数 x 、 y があり、その関係が、 **$y = ax$** で表されるとき、 y は x に **比例** するという。 a は 0 ではない **定数** であり、**比例定数** という。

★**反比例の式**…ともなって変わる変数 x 、 y があり、その間の関係が、 **$y = \frac{a}{x}$** (a は定数) で表されるとき、 y は x に **反比例** するという。また、定数 a ($a \neq 0$ 、 a は 0 ではない数) を **比例定数** という。 **$y = \frac{a}{x}$** は、 **$xy = a$** と変形できる。

例 y を x の式で表しなさい。

① y は x に比例し、 $x = 1$ のとき $y = 2$ である。

[解き方] $y = ax$ に $x = 1$ 、 $y = 2$ を代入する。

$$2 = 1 \times a \quad a = 2$$

$$\text{よって } y = 2x$$

$$\text{[答]} \quad y = 2x$$

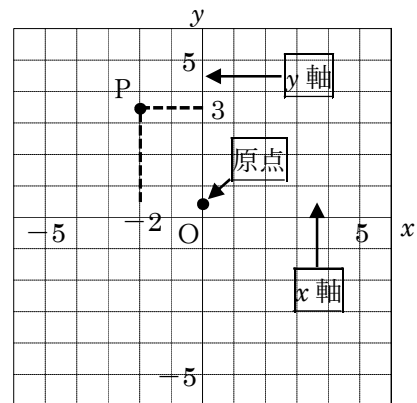
② y は x に反比例し、 $x = -5$ のとき $y = 4$ である。

[解き方] $xy = a$ に $x = -5$ 、 $y = 4$ を代入する。

$$a = -5 \times 4 = -20$$

$$\text{これを } y = \frac{a}{x} \text{ に代入する。 } y = \frac{-20}{x} = -\frac{20}{x}$$

$$\text{[答]} \quad y = -\frac{20}{x}$$



2 y を x の式で表しなさい。

ABCDE ① y が x に比例し, $x=2$ のとき
 $y=-6$ である。

② y が x に反比例し, $x=-1$ のとき
 $y=-24$ である。

3 y を x の式で表しなさい。

ABCDE ① y が x に反比例し, $x=-6$ のとき
 $y=8$ である。

② y が x に比例し, $x=-16$ のとき
 $y=-24$ である。

4 次の問いに答えなさい。

ABCDE ① y は x に比例し, $x=1$ のとき $y=2$ である。このとき, $x=3$ のときの y の値を求めなさい。

② y は x に反比例し, $x=7$ のとき $y=4$ である。 $x=-2$ のとき y の値を求めなさい。

5 次の hakken.の法則を読んで解き方を覚えなさい。

ABCDE

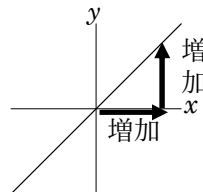
比例のグラフ



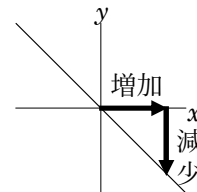
★比例のグラフ… $y=ax$ のグラフは原点を通る直線である。

比例定数 a が正のとき右上がりのグラフになり
 a が負のとき右下がりのグラフになる。

$a > 0$ のとき
 右上がりのグラフ



$a < 0$ のとき
 右下がりのグラフ



★比例のグラフのかき方

- ① 原点に点をとる。
- ② 比例定数を分数の形に書きかえ、原点から分母の数だけ右へ分子の数だけ上へ移動した点をとる。
 (比例定数が負の場合は分子の数だけ下へ移動した点をとる。)
- ③ ①と②を通る直線をグラフ用紙いっぱいにかき、 x 座標、 y 座標がともに整数のところに点をかく。
- ④ グラフのそばに問題の番号を書く。

例 次の関数のグラフをかきなさい。

(1) $y = \frac{1}{3}x$

(2) $y = -5x$

(3) $y = 0.8x$

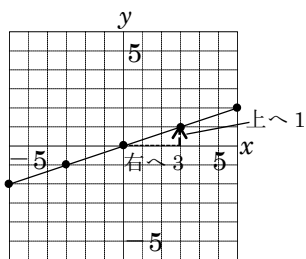
[解き方]

(1) 比例定数は $\frac{1}{3}$

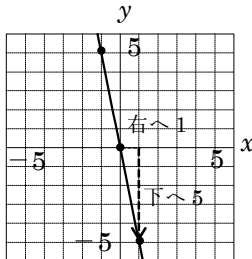
(2) 比例定数は $-5 = \frac{-5}{1}$

(3) 比例定数は $0.8 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

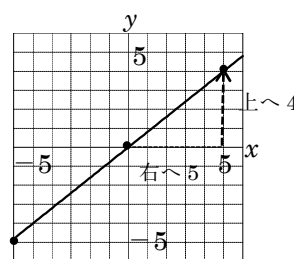
原点から右へ3, 上へ1
 移動したところに点をとる



原点から右へ1, 下へ5
 移動したところに点をとる

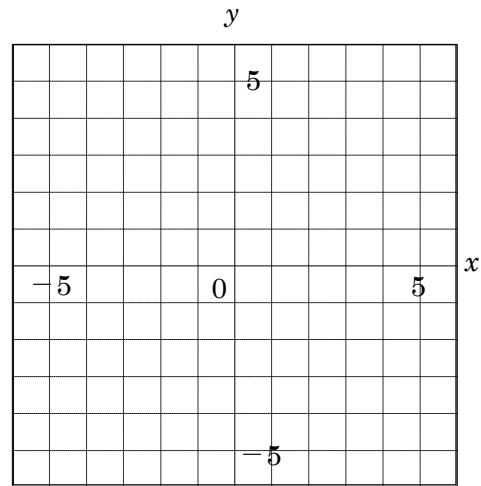


原点から右へ5, 上へ4
 移動したところに点をとる



6 次の式のグラフをかきなさい。

- ABCDE ① $y = 4x$
 ② $y = -0.2x$



7 次の hakken.の法則を読んで解き方を覚えなさい。

ABCDE

反比例のグラフ

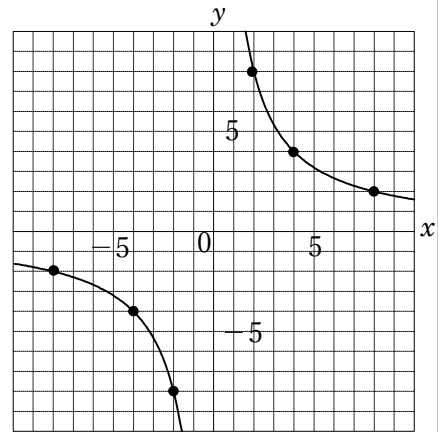
hakken.の法則

例 次の表を完成させて $y = \frac{16}{x}$ のグラフをかきなさい。

x	-8	-4	-2	-1	0	1	2	4	8
y	-2	-4	-8	-16	×	16	8	4	2

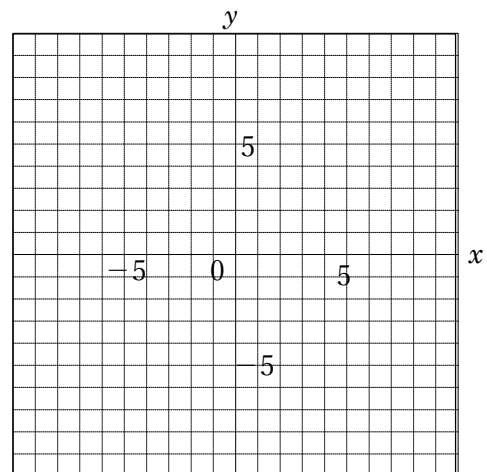
表の x , y の値の組を座標とする点を取り、
なめらかな曲線で結ぶ。

◎ 反比例の関係では、 $x=0$ のときの y の値はない。



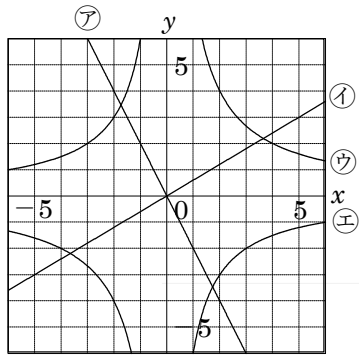
8 次の式のグラフをかきなさい。

- ABCDE ① $y = \frac{15}{x}$
 ② $y = -\frac{8}{x}$



9 下の㉠～㉡の式を求めなさい。

ABCDE



㉠ _____ ㉡ _____

㉢と㉣は比例定数をグラフから読み取る。

㉣ _____ ㉤ _____

10 次のことから y を x の式で表し、 y が x に比例するもの、反比例するものをすべて選び、記号で答えなさい。

BCDE

㉠ 200km の道のりを、時速 x km で進むとき y 時間かかる。

式 _____

㉡ 底辺が x cm、高さが 15cm の三角形の面積は y cm² である。

式 _____

㉢ 所持金が 1600 円で、300 円のシャープペンシルを x 本買ったときの残金は y 円である。

式 _____

㉣ 分速 120m の速さで図書館に向かった。図書館までは、 x 分かかり、進んだ道のりは y m である。

式 _____

㉤ 周の長さが 36cm の長方形の縦の長さが x cm、横の長さが y cm である。

式 _____

㉥ 面積が 24cm² の長方形の縦が x cm、横が y cm である。

式 _____

比例 _____ 反比例 _____

11 次の①～②について表の空らん㉞, ㉟をうめ, y を x の式で表しなさい。また, y が x に比例するものには○, 反比例するものには△と書きなさい。

BCDE

①

x	1	2	3	4
y	12	6	㉞	3

㉞ _____ 式 _____ 記号 _____

②

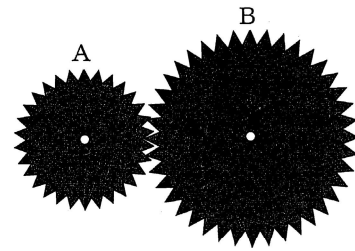
x	1	2	3	4
y	-4	㉟	-12	-16

㉟ _____ 式 _____ 記号 _____

12 歯の数が 30 の歯車 A が 1 秒間に 4 回転する。また, 歯の数が x の歯車 B は 1 秒間に y 回転する。これについて次の各問いに答えなさい。

BCDE

① y を x の式で表しなさい。



② 歯車 B の歯の数が 40 のとき, 歯車 B は 1 秒間に何回転するか。 _____

③ 歯車 B が 1 秒間に 2 回転しているとき, 歯車 B の歯の数はいくつか。 _____

13 3 人がボールを 1 人 100 個磨く^{みが}ことにしたが, 1 人あたりの磨く数が多いので, 人数を増やして 1 人あたりの磨く数を 30 個にしたい。このとき次の問いに答えなさい。

CDE

① 1 人あたりの磨く数を x 個, 人数を y 人とするとき, y を x の式で表しなさい。

② 何人で磨けばよいか答えなさい。 _____

14 体育館で、いすを1列に20脚ずつ、18列に並べた。このとき、次の問いに答えなさい。

DE ① いすを1列に x 脚ずつ、 y 列に並べるとして、 y を x の式で表しなさい。

② このいすを並べかえて、1列に15脚ずつにするとき、列の数を求めなさい。

15 3人でポスターを1人30枚ずつかく。このとき、次の問いに答えなさい。

DE ① 1人あたりのかく枚数を x 枚、かく人数を y 人とするとき、 y を x の式で表しなさい。

② 1人あたりのかく枚数が多いので、人数を増やして1人あたりのかく枚数を最初の $\frac{1}{6}$ にしたい。何人でかけばよいか求めなさい。

16

ABCDE

次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

変域

hakken. の法則 ★^{へんいき}変域…変数のとる値の範囲を、その変数の変域という。★変域の数直線上での表し方…『以上』『以下』のときは (\geq , \leq) それ以外は ($>$, $<$) で表す。

例 ① 次のような変域を不等号を使って表しなさい。

(1) x は 5 より小さい

$$x < 5$$

(2) x は -1 未満

$$x < -1$$

(3) x は 2 より大きく 6 以下

$$2 < x \leq 6$$

(4) x は -3 以上 0 未満

$$-3 \leq x < 0$$

② y は x に比例し、 $x=3$ のとき $y=-5$ である。 x の変域が $-2 \leq x \leq 3$ のとき、 y の変域を求めなさい。[解き方] $y=ax$ に $x=3$, $y=-5$ を代入する。 $-5=3 \times a$, $\frac{-5}{3} = \frac{3a}{3}$, $a = -\frac{5}{3}$ よって、求める式は $y = -\frac{5}{3}x$ $y = -\frac{5}{3}x$ に $x = -2, 3$ を代入する。

$$x = -2 \text{ のとき, } y = -\frac{5}{3} \times (-2), \quad x = 3 \text{ のとき, } y = -\frac{5}{3} \times 3$$

$$= \frac{10}{3}$$

$$= -5$$

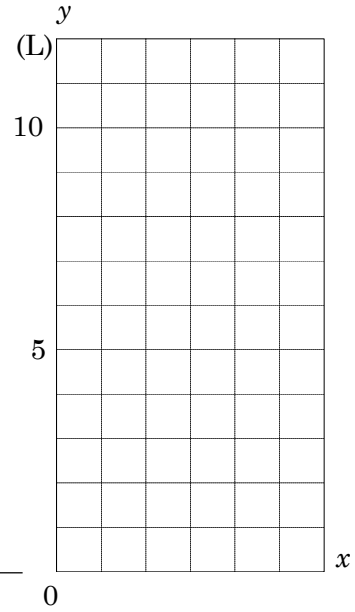
よって、求める変域は、 $-5 \leq y \leq \frac{10}{3}$ [答] $-5 \leq y \leq \frac{10}{3}$

17

ABCDE

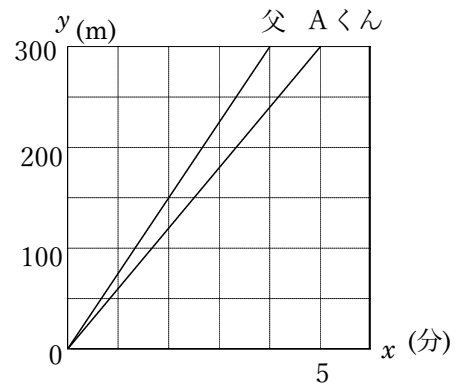
 y は x に反比例し、 $x=4$ のとき、 $y=-3$ である。 x の変域が $3 \leq x \leq 6$ のとき、 y の変域を求めなさい。

- 18 10L 入る容器に、毎分 2L の割合で水を入れる。このとき、水を入れる時間 x 分と、
BCDE 水の量入った y L の関係を、式とグラフに表しなさい。



- 19 父とAくんが同時に家を出発し、家から図書館に行った。
CDE 右のグラフはその様子を表したものです。

① 父とAくんの速さを求めなさい。



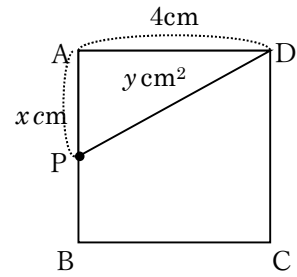
父 _____ Aくん _____

② 父とAくんそれぞれについて、 y を x の式で表しなさい。また、 x の変域も答えなさい。

父 _____ Aくん _____

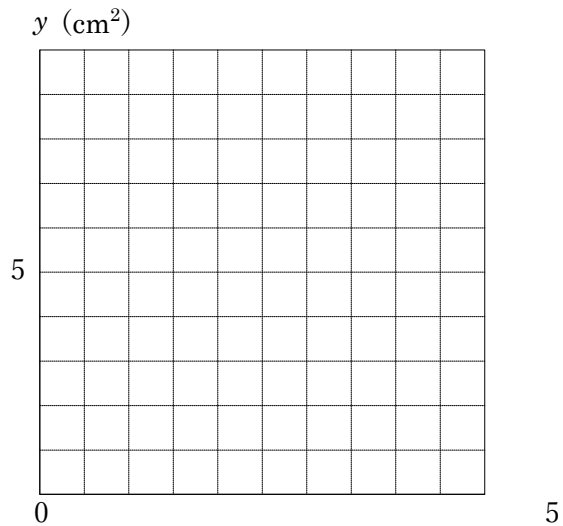
③ 父とAくんが 30mはなれるのは、家を出発してから何分後か答えなさい。

- 20 点 P は、右の図のような正方形 ABCD の辺 AB, BC 上を A から B, B から C の順に C まで動く。点 P が $x\text{cm}$ 動いたときの三角形 APD の面積を $y\text{cm}^2$ として、次の①～③に答えなさい。



- ① 点 P が辺 AB 上にあるとき、 y を x の式で表しなさい。
- 式 _____ x の変域 _____
- ② 点 P が辺 BC 上にあるとき、 y は常に同じ値をとる。この y の値を求めなさい。また、このときの x の変域を答えなさい。

- y の値 _____ x の変域 _____
- ③ ①, ②のグラフをかきなさい。



- 21 太さが一定の針金が 40m ある。この針金 3m の重さをはかると 135g であった。この針金 $x\text{m}$ の重さを $y\text{g}$ として、次の①～③に答えなさい。

- ① y を x の式で表しなさい。
- ② この針金 6m の重さは何 g か。 _____
- ③ x の変域は $0 \leq x \leq 40$ である。このときの y の変域を求めなさい。 _____

22 毎分 6L ずつ水を入れると、60 分間でいっぱいになる水そうがある。毎分 x L ずつ水を入れると y 分間でいっぱいになるとして、次の①～④に答えなさい。

DE

① 水そうに入れることができる水全体の量は何 L か。

② y を x の式で表しなさい。

③ 毎分 15L ずつ水を入れるとすると、いっぱいになるまでに何分間かかるか。

④ x の変域が $3 \leq x \leq 20$ のときの y の変域を求めなさい。

23 あるバネは、100g 以下のおもりをつるすとき、のびる長さはおもりの重さに比例する。このバネに 30g のおもりをつるしたら、6cm のびた。 x g のおもりをつるすと y cm のびるとして、次の①～③に答えなさい。ただし、つるすおもりは 100g までとする。

DE

① y を x の式で表しなさい。

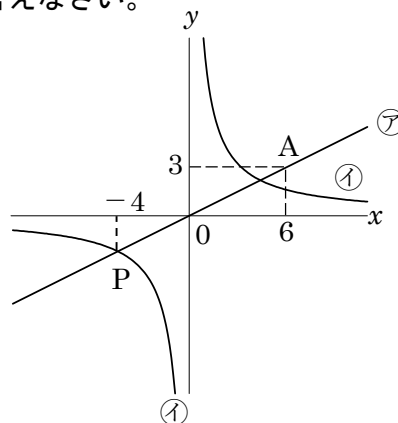
② 25g のおもりをつるすと、バネは何 cm のびるか。

③ x , y の変域をそれぞれ求めなさい。

x の変域 _____ y の変域 _____

24 右の図において、 $A(6, 3)$ は㉞のグラフ上の点である。また、点Pは㉞と㉟のグラフの
CDE 交点で、Pの x 座標は -4 である。このとき、次の①～④に答えなさい。

① ㉞の式を求めなさい。



② 点Pの座標を求めなさい。

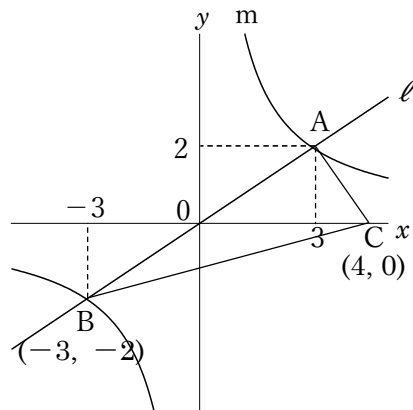
③ ㉟の式を求めなさい。

④ ㉟のグラフ上にあって、 x 座標が -1 である点の y 座標を求めなさい。

25 右の図で ℓ は直線で、 m は双曲線である。直線 ℓ と曲線 m は点 A 、 B で交わり、点 A の座標は $(3, 2)$ 、点 B の x 座標は -3 である。このとき、次の問いに答えなさい。

DE

① 直線 ℓ と曲線 m の式を求めなさい。

直線 ℓ 曲線 m

② 点 B の座標を求めなさい。

③ x 軸上に点 $C(4, 0)$ をとるとき、三角形 ABC の面積を求めなさい。

26

DE

右の図は反比例 $y = \frac{15}{x}$ のグラフ上にかいた2つの四角形です。四角形 ABCD の面積が 10cm^2 のとき、四角形 CEFG の面積を求めなさい。

