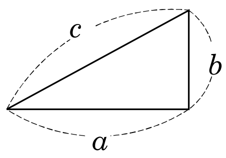
1
CDE

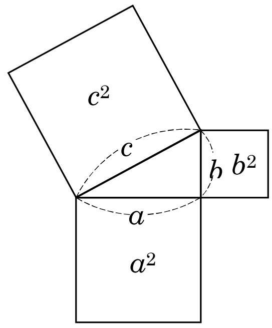
次の hakken.の法則を読んで解き方を覚えなさい。

三平方の定理（１）　啓 P.182～184　　hakken.の法則

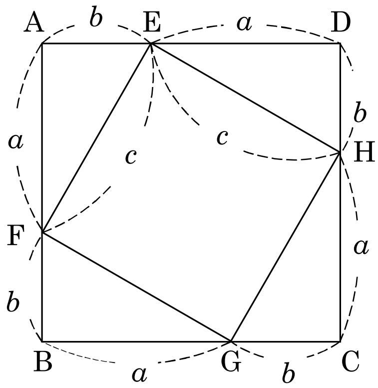
★三平方（さんへいほう）の定理…直角三角形の直角をはさむ 2 辺の長さを a，b，斜辺の長さを c とすると，次の関係が成り立つ。

$$a^2+b^2=c^2$$





例　右の図のように正方形 ABCD の中に正方形 EFGH がある。
$a^2+b^2=c^2$ が成り立つことを証明しなさい。



［証明］
正方形 EFGH の面積＝正方形 ABCD の面積
　　　　　　　－4 つの合同な直角三角形の面積

したがって，$c^2=(a+b)^2-4\times\frac{1}{2}ab$

$=(a^2+2ab+b^2)-2ab$

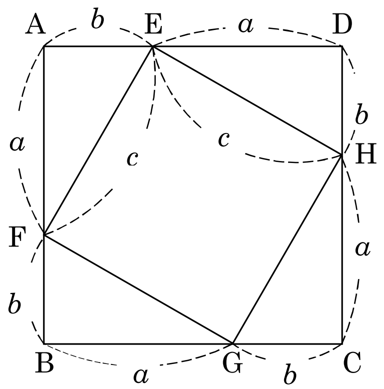
$=a^2+b^2$

よって，$a^2+b^2=c^2$

2
CDE

三平方の定理　啓 P.182～184

右の図のように正方形 ABCD の中に正方形 EFGH がある。
$a^2+b^2=c^2$ が成り立つことを証明しなさい。



正方形 **EFGH** の面積＝正方形 **ABCD** の面積
　　　－**4** つの合同な直角三角形の面積

したがって，$\boldsymbol{c^2=(a+b)^2-4\times\frac{1}{2}ab}$

$\boldsymbol{=(a^2+2ab+b^2)-2ab}$

$\boldsymbol{=a^2+b^2}$

よって，$\boldsymbol{a^2+b^2=c^2}$

3

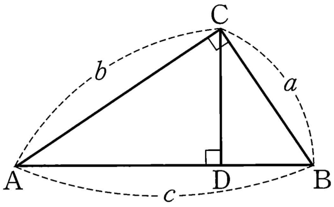
CDE

三平方の定理 啓 P.182～184

三平方の定理について，次のように証明した。＿＿＿にあてはまるものを答えなさい。

［証明］ ∠C＝90°の直角三角形 ABC において

点 C から辺 AB に垂線 CD をひく。



△ABC∽ __△CBD__ より AB : CB＝BC : BD

BC^2＝AB×BD　　　つまり $a^2=c\times BD$ …①

△ABC∽ __△ACD__ より AB : AC＝AC : __AD__

__AC^2__ ＝AB×AD　　つまり　　__b^2__ ＝$c\times AD$…②

①＋②より

$a^2+b^2=c\times BD+c\times$ __AD__ $=c\times(BD+$ __AD__ $)=c^2$

4

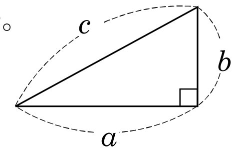
ABCDE

次の hakken.の法則を読んで解き方を覚えなさい。

三平方の定理（２） 啓 P.182～184　　hakken.の法則

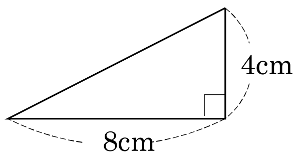
★直角三角形の辺の長さ…直角三角形において、次の関係が成り立つ。

$$a^2+b^2=c^2$$

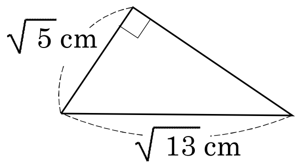


例　次の図の直角三角形で，残りの辺の長さを求めなさい。

(1)



(2)



［解き方］ 残りの辺の長さを x cm として，三平方の定理を使う。

(1)

斜辺は x cm だから，

$8^2+4^2=x^2$

$64+16=x^2$

$x^2=80$

$x=\pm\sqrt{80}$

$x=\pm4\sqrt{5}$

$x>0$ だから，$x=4\sqrt{5}$

［答］ $4\sqrt{5}$ cm

(2)

斜辺は $\sqrt{13}$ cm だから，

$(\sqrt{5})^2+x^2=(\sqrt{13})^2$

$5+x^2=13$

$x^2=8$

$x=\pm\sqrt{8}$

$x=\pm2\sqrt{2}$

$x>0$ だから，$x=2\sqrt{2}$

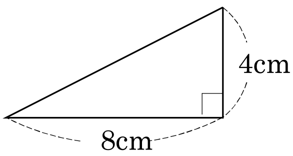
［答］ $2\sqrt{2}$ cm

5

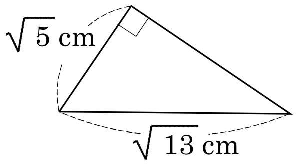
三平方の定理 啓 P.182～184

ABCDE 次の図の直角三角形で，残りの辺の長さを求めなさい。

①



②



残りの辺の長さを x cm として，三平方の定理を使う。

斜辺は x cm だから，

$8^2+4^2=x^2$

$64+16=x^2$

$x^2=80$

$x=\pm\sqrt{80}$

$x=\pm4\sqrt{5}$

$x>0$ だから，$x=4\sqrt{5}$

$4\sqrt{5}$ cm

斜辺は $\sqrt{13}$ cm だから，

$(\sqrt{5})^2+x^2=(\sqrt{13})^2$

$5+x^2=13$

$x^2=8$

$x=\pm\sqrt{8}$

$x=\pm2\sqrt{2}$

$x>0$ だから，$x=2\sqrt{2}$

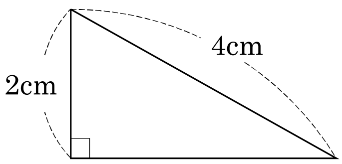
$2\sqrt{2}$ cm

6

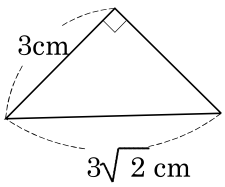
三平方の定理 啓 P.182～184

ABCDE 次の図の直角三角形で，残りの辺の長さを求めなさい。

①



②



$2^2+x^2=4^2$

$4+x^2=16$

$x^2=12$

$x=\pm\sqrt{12}$

$x=\pm2\sqrt{3}$　　$x>0$ だから，$x=2\sqrt{3}$

$2\sqrt{3}$ cm

$3^2+x^2=(3\sqrt{2})^2$

$9+x^2=18$

$x^2=9$

$x=\pm3$　　$x>0$ だから，$x=3$

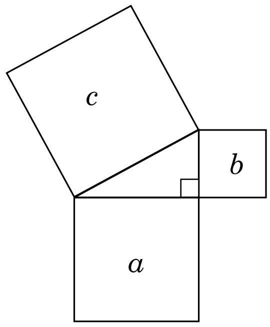
3cm

7

三平方の定理 啓 P.182～184

CDE 右の図は直角三角形の各辺を 1 辺とする正方形をかいたものです。

a の面積が 46cm²，c の面積が 72cm² のとき，b の面積を求めなさい。



a の正方形の 1 辺を **A**，***b*** の正方形の 1 辺を **B**，

c の正方形の 1 辺を **C** とすると，三平方の定理より，

$A^2+B^2=C^2$ …①

b の面積 $=B^2$ …②　　①，②より，$B^2=C^2-A^2$

$=72-46$

$=26$

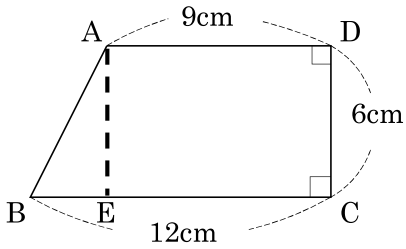
26cm²

8

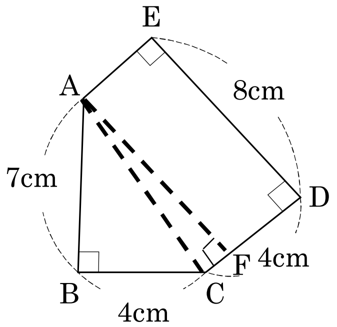
三平方の定理 啓 P.182～184

DE 次の図の台形と五角形で，残りの辺の長さを求めなさい。

①



②



A から辺 **BC** に垂直に線分 **AE** をひく

直角三角形 **ABE** で，

$BE=12-9=3$，　$AE=6$

$3^2+6^2=AB^2$

$9+36=AB^2$

$AB^2=45$

$AB=\pm\sqrt{45}=\pm3\sqrt{5}$

$AB>0$ だから，$AB=3\sqrt{5}$

$3\sqrt{5}$ cm

A から辺 **CD** に垂直に線分 **AF** をひき

線分 **AC** をひく

直角三角形 **ABC** で，

$7^2+4^2=AC^2$

$49+16=AC^2$

$AC^2=65$

$AC=\pm\sqrt{65}$

$AC>0$ だから，$AC=\sqrt{65}$

直角三角形 **ACF** で，$AF=8$

$8^2+CF^2=(\sqrt{65})^2$

$64+CF^2=65$

$CF^2=65-64$

$CF^2=1$

$CF=\pm1$　　$CF>0$ だから，$CF=1$

$AE=4-1=3$

3cm

9
ABCDE

三平方の定理 啓 P.182～184

直角三角形の直角をはさむ 2 辺の長さをそれぞれ a, b とし，斜辺の長さを c とする。このとき，次の表の空らんをうめなさい。

a	5	$2\sqrt{10}$	8
b	12	3	15
c	13	7	17

$\boldsymbol{a^2+b^2=c^2}$ **(*a*>0，*b*>0，*c*>0)より**

$\boldsymbol{5^2+12^2=25+144=169}$　　$\boldsymbol{c^2=169}$

$\boldsymbol{c=\pm 13}$　　$\boldsymbol{c>0}$ **より，** $\boldsymbol{c=13}$

$\boldsymbol{a^2+3^2=7^2}$　　$\boldsymbol{a^2=7^2-3^2}$

$\boldsymbol{=49-9}$

$\boldsymbol{=40}$

$\boldsymbol{a=\pm\sqrt{40}=\pm 2\sqrt{10}}$　　$\boldsymbol{a>0}$ **より，** $\boldsymbol{a=2\sqrt{10}}$

$\boldsymbol{8^2+b^2=17^2}$　　$\boldsymbol{b^2=17^2-8^2}$

$\boldsymbol{=289-64}$

$\boldsymbol{=225}$

$\boldsymbol{b=\pm 15}$　　$\boldsymbol{b>0}$ **より，** $\boldsymbol{b=15}$

10
ABCDE

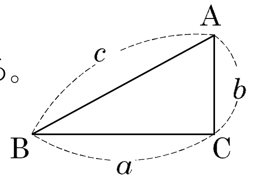
次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

三平方の定理の逆 啓 P.185～187　　hakken.の法則

★三平方の定理の逆

△ABC で BC＝a，CA＝b，AB＝c とするとき，次のことがいえる。

$\boldsymbol{a^2+b^2=c^2}$ ならば，その三角形は，長さ $\boldsymbol{c}$ の辺を斜辺とする直角三角形である。



例　次の長さを 3 辺とする三角形のうち，直角三角形となるものを選びなさい。

㋐　5cm，6cm，8cm　　　㋑　20cm，21cm，29cm

㋒　$\sqrt{15}$ cm，$2\sqrt{6}$ cm，3cm　　　㋓　0.8m，1.5m，1.6m

［解き方］　$a^2+b^2=c^2$ を使って解く，

㋐　$5^2+6^2=61$，$8^2=64$

㋑　$20^2+21^2=841$，$29^2=841$ だから，$20^2+21^2=29^2$ が成り立つ。

㋒　$(\sqrt{15})^2+3^2=24$，$(2\sqrt{6})^2=24$ だから，　$(\sqrt{15})^2+3^2=(2\sqrt{6})^2$ が成り立つ。

㋓　各辺の長さを 10 倍して得られる相似な三角形で調べてもよい。

$8^2+15^2=289$，$16^2=256$　　　　［答］ ㋑，㋒

11

ABCDE

三平方の定理の逆 啓 P.185～187

次の長さを 3 辺とする三角形のうち，直角三角形となるものを選びなさい。

㋐ 5cm，6cm，8cm　　㋑ 20cm，21cm，29cm

㋒ $\sqrt{15}$ cm，$2\sqrt{6}$ cm，3cm　　㋓ 0.8m，1.5m，1.6m

㋐ $5^2+6^2=61$，$8^2=64$

㋑ $20^2+21^2=841$，$29^2=841$ だから，

$20^2+21^2=29^2$ が成り立つ。

㋒ $(\sqrt{15})^2+3^2=24$，$(2\sqrt{6})^2=24$ だから，

$(\sqrt{15})^2+3^2=(2\sqrt{6})^2$ が成り立つ。

㋓ 各辺の長さを 10 倍して得られる相似な三角形で調べてもよい。

$8^2+15^2=289$，$16^2=256$

㋑，㋒

12

CDE

三平方の定理の逆 啓 P.185～187

2 辺の長さが 3cm，9cm の長方形の対角線を求めなさい。

直角三角形の斜辺を x cm とすると，三平方の定理より

$3^2+9^2=x^2$

$9+81=x^2$

$x^2=90$

$x=\pm\sqrt{90}=\pm3\sqrt{10}$　　$x>0$ だから，$x=3\sqrt{10}$ (cm)

$3\sqrt{10}$ cm

13

CDE

三平方の定理の逆 啓 P.185～187

2 辺の長さが 6cm，8cm の三角形がある。この三角形が直角三角形であるには，残りの 1 辺の長さは，何 cm であればよいか求めなさい。

直角三角形の斜辺を x cm とすると，三平方の定理より

$6^2+8^2=x^2$

$x^2=100$

$x=\pm10$　　$x>0$ だから，$x=10$(cm)

直角三角形の斜辺を 8cm とすると，三平方の定理より

$6^2+x^2=8^2$

$x^2=28$

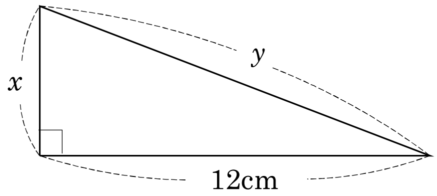
$x=\pm\sqrt{28}=\pm2\sqrt{7}$　　$x>0$ だから，$x=2\sqrt{7}$ (cm)

10cm[$2\sqrt{7}$ cm]

14
DE

三平方の定理の逆 啓 P.185～187

周の長さが 30cm の右のような三角形がある。
1 辺の長さが 12cm のとき，x, y の長さを求めなさい。



仮定より，$12+\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y}=30$

$\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y}=18$ …①

直角三角形の三平方の定理より

$\boldsymbol{x}^2+12^2=\boldsymbol{y}^2$

$\boldsymbol{x}^2+144=\boldsymbol{y}^2$

$\boldsymbol{y}^2-\boldsymbol{x}^2=144$ …②

$\begin{cases} x+y=18 & \cdots ① \\ y^2-x^2=144 & \cdots ② \end{cases}$

①より，$\boldsymbol{y}=18-\boldsymbol{x}$ …①'

②より，$(\boldsymbol{y}+\boldsymbol{x})(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{x})=144$ …②'

①'を②'に代入，$(18-\boldsymbol{x}+\boldsymbol{x})(18-\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x})=144$

$18(18-2\boldsymbol{x})=144$

$36(9-\boldsymbol{x})=144$

両辺÷36

$9-\boldsymbol{x}=4$

$\boldsymbol{x}=5$ これを①に代入

$5+\boldsymbol{y}=18$

$\boldsymbol{y}=13$

x **5cm** y **13cm**

15
CDE

次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

三平方の定理の利用 啓 P.189～190 hakken.の法則

例 右のような半径 6cm の円がある。x を求めなさい。

［解き方］ OC は半径だから，OB＝OC＝6cm

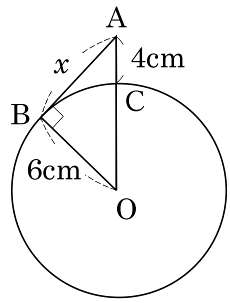
OA＝6＋4＝10 三平方の定理より，

$x^2=10^2-6^2$

$=100-36$

$=64$

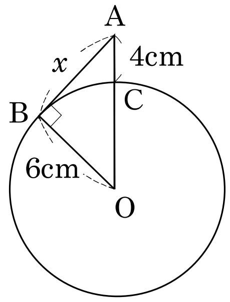
$x=\pm 8$ $x>0$ より，$x=8$ ［答］ 8cm



16
CDE

三平方の定理の利用 啓 P.189～190

右のような半径 6cm の円がある。x を求めなさい。



OC は半径だから，OB＝OC＝6cm

OA＝6＋4＝10　　三平方の定理より，

$x^2=10^2-6^2$

$=100-36$

$=64$

$x=\pm 8$　　$x>0$ より，$x=8$

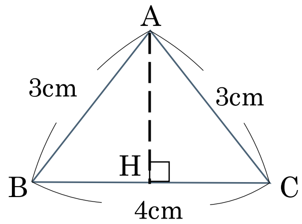
8cm

17
ABCDE

次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

平面における線分の長さや面積 啓 P.191　　hakken.の法則

例　右の図の二等辺三角形 ABC の面積を求めなさい。



［解き方］　頂点 A から底辺 BC に垂線 AH をひくと，
H は BC の中点となる。
AH＝$h$cm とすると，BH＝2cm だから，
直角三角形 ABH で，$2^2+h^2=3^2$

$h^2=5$

$h=\pm\sqrt{5}$　　$h>0$ だから，$h=\sqrt{5}$

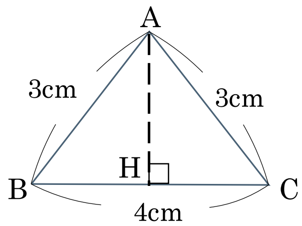
したがって，$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 4\times\sqrt{5}=2\sqrt{5}$

［答］ $2\sqrt{5}$ cm^2

18
ABCDE

平面における線分の長さや面積 啓 P.191

右の図の二等辺三角形 ABC の面積を求めなさい。



頂点 A から底辺 BC に垂線 AH をひくと，
H は BC の中点となる。
AH＝h cm とすると，BH＝2cm だから，
直角三角形 ABH で，$2^2+h^2=3^2$

$h^2=5$

$h=\pm\sqrt{5}$　　$h>0$ だから，$h=\sqrt{5}$

したがって，$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 4\times\sqrt{5}=2\sqrt{5}$

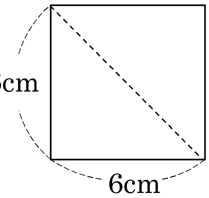
$2\sqrt{5}$ cm^2

19
A

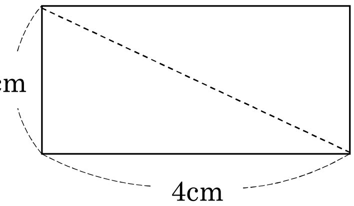
平面における線分の長さや面積 啓 P.191

下の正方形と長方形の対角線の長さを求めなさい。

①



②



対角線の長さを $x$cm とする。$x>0$

①

$x^2=6^2+6^2$

$=36+36$

$=72$

$x=\pm\sqrt{72}=\pm 6\sqrt{2}$ 　$x>0$ だから

$x=6\sqrt{2}$

$6\sqrt{2}$ cm

②

$x^2=4^2+2^2$

$=16+4$

$=20$

$x=\pm\sqrt{20}=\pm 2\sqrt{5}$ 　$x>0$ だから

$x=2\sqrt{5}$

$2\sqrt{5}$ cm

20
ABCDE

平面における線分の長さや面積 啓 P.191

1 辺が 10cm の正三角形の高さと面積を求めなさい。

高さは，$10^2-5^2=75$,

$\sqrt{75}=5\sqrt{3}$

面積は，$10\times5\sqrt{3}\div2=25\sqrt{3}$

高さ $5\sqrt{3}$ cm 　面積 $25\sqrt{3}$ cm²

21
ABCDE

平面における線分の長さや面積 啓 P.191

底辺が 4cm で，2 辺が 6cm の二等辺三角形の高さと面積を求めなさい。

高さは，$6^2-2^2=32$ より，

$\sqrt{32}=4\sqrt{2}$

面積は，$4\times4\sqrt{2}\div2=8\sqrt{2}$

高さ $4\sqrt{2}$ cm 　面積 $8\sqrt{2}$ cm²

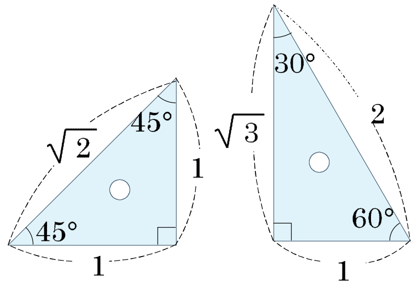
22 ABCDE

次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

三角定規の３辺の長さの割合 啓 P.192　　hakken.の法則

★3 つの角が，90°，30°，60°の直角三角形
　　　　　90°，45°，45°の直角二等辺三角形
の 3 辺の長さの割合は，右の図のようになる。

◎ 1 組の三角定規は，右の図のような，直角三角形，直角二等辺三角形である。



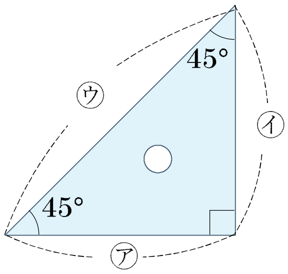
$1:1:\sqrt{2}$　　$1:2:\sqrt{3}$

23 ABCDE

三角定規の３辺の長さの割合 啓 P.192

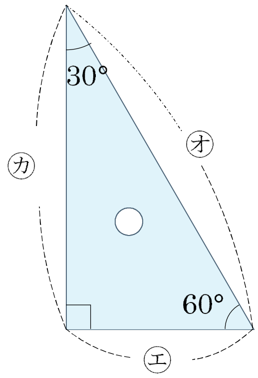
つぎの直角三角形の辺の比㋐～㋕をそれぞれ書きいれなさい。

①



㋐：㋑：㋒

②



㋓：㋔：㋕

㋐ **1**　㋑ **1**　㋒ $\sqrt{2}$　　㋓ **1**　㋔ **2**　㋕ $\sqrt{3}$

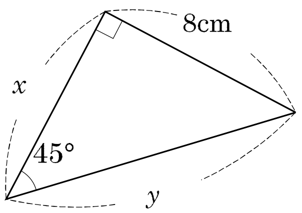
24

ABCDE

三角定規の３辺の長さの割合 啓 P.192

下の図で，x，y の値を求めなさい。

①



$8:y=1:\sqrt{2}$

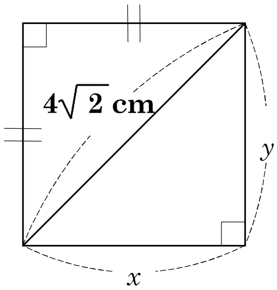
$y=8\times\sqrt{2}$

$=8\sqrt{2}$

x **8cm**

y **$8\sqrt{2}$ cm**

②



$x:4\sqrt{2}=1:\sqrt{2}$

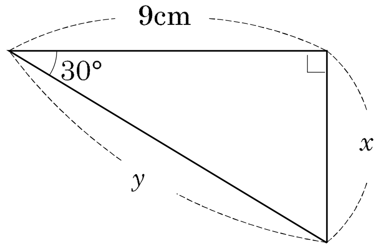
$\sqrt{2}\,x=4\sqrt{2}$

$x=4$

x **4cm**

y **4cm**

③



$x:9=1:\sqrt{3}$，

$\sqrt{3}\,x=9$

$x=3\sqrt{3}$

$3\sqrt{3}:y=1:2$

$y=6\sqrt{3}$

x **$3\sqrt{3}$ cm**

y **$6\sqrt{3}$ cm**

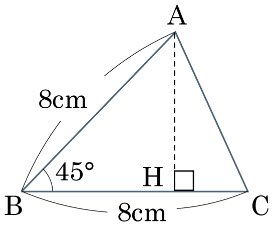
25

DE

三角定規の３辺の長さの割合 啓 P.192

下の図の△ABC の面積を求めなさい。

①



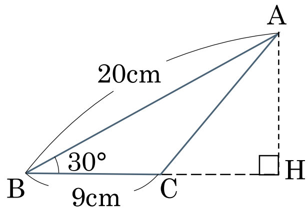
底辺を BC，高さを AH とする。

$AH=8\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}=4\sqrt{2}$ (cm)

面積は，$\dfrac{1}{2}\times8\times4\sqrt{2}=16\sqrt{2}$ (cm^2)

$16\sqrt{2}$ cm^2

②



$AH=20\times\dfrac{1}{2}=10$(cm)

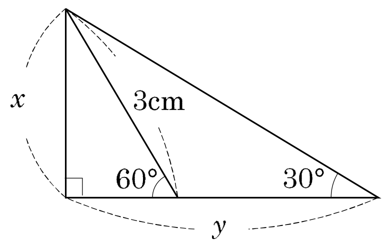
面積は，$\dfrac{1}{2}\times9\times10=45$(cm^2)

45cm^2

26
E

三角定規の３辺の長さの割合 啓 P.192

右の図で，x，y の値を求めなさい。



$x : 3 = \sqrt{3} : 2,$

$2x = 3\sqrt{3}$

$x = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

$\dfrac{3\sqrt{3}}{2} : y = 1 : \sqrt{3}$

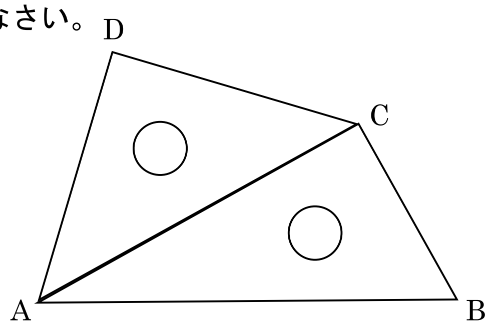
$y = \dfrac{9}{2}$

x $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$**cm** y $\dfrac{9}{2}$**cm**

27
CDE

三角定規の３辺の長さの割合 啓 P.192

１組の三角定規は，次の図のように，２辺がぴったり重なるように作られている。
AB＝10cm のとき，BC，CD の長さをそれぞれ求めなさい。



△**ABC** は，**30°**，**60°**，**90°**の直角三角形なので

AB：**BC**＝**2**：**1** より

BC＝**5cm**

BC：**AC**＝**1**：$\sqrt{3}$ より

AC＝$5\sqrt{3}$

△**ACD** は，**45°**，**45°**，**90°**の直角二等辺三角形なので

AC：**CD**＝$\sqrt{2}$：**1** より

CD＝$\dfrac{5\sqrt{6}}{2}$

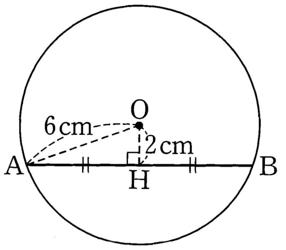
BC **5cm** CD $\dfrac{5\sqrt{6}}{2}$**cm**

28
BCDE

次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

弦の長さ 啓 P.193　　hakken.の法則

例　半径が 6cm の円 O で，中心 O からの距離が 2cm である弦 AB の長さを求めなさい。



［解き方］ 円の中心 O から弦 AB に垂線 OH をひく。H は AB の中点だから，AB＝2AH となる。

△OAH で，AH＝x cm とすると，

$x^2+2^2=6^2$

$x^2=32$

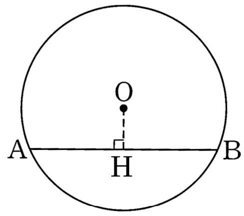
$x=\pm\sqrt{32}=\pm4\sqrt{2}$　　$x>0$ だから，$x=4\sqrt{2}$

よって，AB＝$2\times4\sqrt{2}=8\sqrt{2}$ (cm)　　［答］ $8\sqrt{2}$ cm

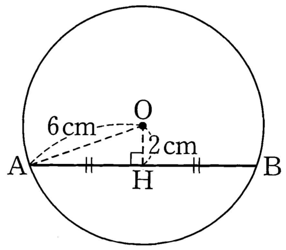
29
BCDE

弦の長さ 啓 P.193

半径が 6cm の円 O で，中心 O からの距離が 2cm である弦 AB の長さを求めなさい。



円の中心 O から弦 AB に垂線 OH をひく。
H は AB の中点だから，AB＝2AH となる。
△OAH で，AH＝x cm とすると，
$x^2+2^2=6^2$　したがって，$x^2=32$
$x=\pm\sqrt{32}=\pm4\sqrt{2}$　　$x>0$ だから，$x=4\sqrt{2}$
よって，AB＝$2\times4\sqrt{2}=8\sqrt{2}$ (cm)

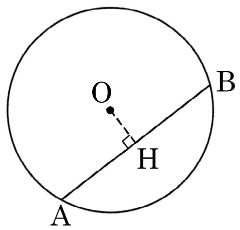


$8\sqrt{2}$ cm

30
CDE

弦の長さ 啓 P.193

右の図で，半径が 5cm の円 O で，弦 AB の長さが 8cm のとき，中心から AB までの距離を求めなさい。



AH＝8÷2＝4 だから，$5^2=4^2+OH^2$

$25=16+OH^2$

$OH^2=9$

OH＝±3　　OH＞0 より，

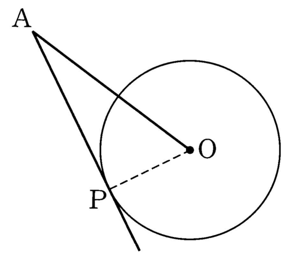
OH＝3(cm)

3cm

31 弦の長さ 啓 P.193

CDE 次の問いに答えなさい。

① 半径 5cm の円 O に，中心 O との距離が 11cm の点 A から接線をひき，接点を P とする。AP の長さを求めなさい。



△APO は，∠APO＝90°の直角三角形だから，

$AP^2=11^2-5^2$

$AP^2=121-25$

$AP^2=96$

$AP=\pm\sqrt{96}=\pm4\sqrt{6}$　　AP＞0 より，$AP=4\sqrt{6}$ (cm)

$4\sqrt{6}$ cm

② 円 O に，中心 O との距離が 8cm の点 A から接線をひき，接点を P とする。AP＝6cm のとき，円 O の半径を求めなさい。

$OP^2=8^2-6^2$

$OP^2=64-36$

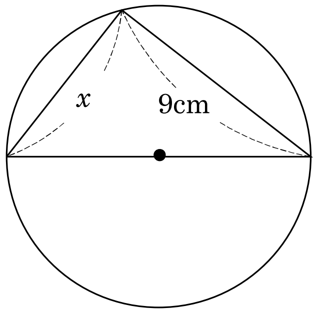
$OP^2=28$

$OP=\pm\sqrt{28}=\pm2\sqrt{7}$　　OP＞0 より，$OP=2\sqrt{7}$ (cm)

$2\sqrt{7}$ cm

32 弦の長さ 啓 P.193

E 右の図の半径 6cm の円 O で，x の値を求めなさい。



直径を斜辺とする直角三角形になる。

$x^2+9^2=12^2$

$x^2=63$

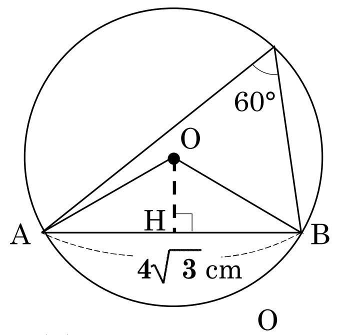
$x=\pm\sqrt{63}=3\sqrt{7}$　　$x>0$ より，$x=3\sqrt{7}$ (cm)

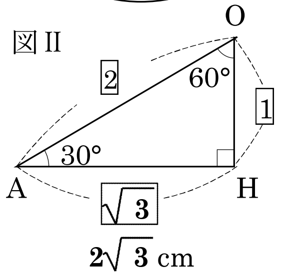
$3\sqrt{7}$ cm

33 DE

弦の長さ 啓 P.193

右の図で，$\overset{\frown}{AB}$ の円周角が 60°のとき半径を求めなさい。





中心 **O** から **AB** に垂線をひき，**AB** との交点を **H** とする。
円周角が **60°**だから，$\angle \mathbf{AOB}=\mathbf{120°}$，$\angle \mathbf{AOH}=\mathbf{60°}$
$\angle \mathbf{AHO}=\mathbf{90°}$，$\angle \mathbf{OAH}=\mathbf{30°}$
図 II より，$\mathbf{OH : OA : AH = 1 : 2 : \sqrt{3} = OH : OA : 2\sqrt{3}}$

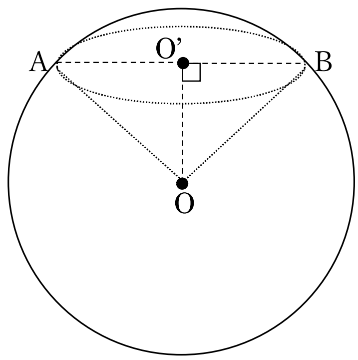
$$\mathbf{OA : AH = 2 : \sqrt{3} = OA : 2\sqrt{3}}$$
$$\mathbf{\sqrt{3}\,OA = 4\sqrt{3}}$$
$$\mathbf{OA = 4}$$

4cm

34 DE

弦の長さ 啓 P.193

次の図のように，半径が 8cm の球を，中心 O との距離が 6cm である平面で切った。
すると，その切り口は円となり，その中心を O’とすると，OO’=6cm となった。
切り口の円 O’の半径を求めなさい。



AO＝8cm，OO’＝6cm なので
三平方の定理より

$$\mathbf{8^2-6^2=AO'^2}$$
$$\mathbf{64-36=AO'^2}$$
$$\mathbf{AO'^2=28}$$
$$\mathbf{AO'=\pm 2\sqrt{7}}$$

AO’＞0 だから，

$$\mathbf{AO'=2\sqrt{7}}$$

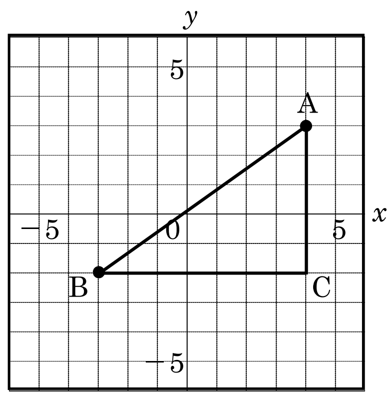
$\mathbf{2\sqrt{7}}$ **cm**

35 ABCDE

次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

2点間の距離 啓 P.194 hakken.の法則

例 2 点 A(4，3)，B(−3，−2)の間の距離を求めなさい。



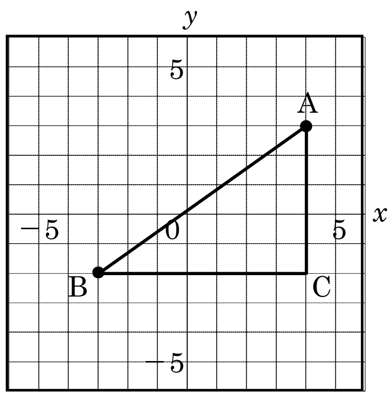
［解き方］ AB を斜辺として，座標軸に平行な 2 辺をもつ直角三角形を考える。
右の図のように，直角三角形 ABC をつくる。

$BC=4-(-3)=7$
$AC=3-(-2)=5$ だから，
$AB^2=7^2+5^2=74$
$AB=\pm\sqrt{74}$ $AB>0$ だから，
$AB=\sqrt{74}$ ［答］$\sqrt{74}$

36

2 点間の距離 啓 P.194

ABCDE 2 点 A(4, 3), B(−3, −2)の間の距離を求めなさい。



AB を斜辺として，座標軸に平行な 2 辺をもつ直角三角形を考える。

右の図のように，直角三角形 ABC をつくる。

$BC = 4 - (-3) = 7$

$AC = 3 - (-2) = 5$ だから，

$AB^2 = 7^2 + 5^2 = 74$

$AB = \pm\sqrt{74}$　　AB＞0 だから，

$AB = \sqrt{74}$

$\sqrt{74}$

37

2 点間の距離 啓 P.194

ABCDE 2 点 A(1, 2), B(8, 6)の間の距離を求めなさい。

$AB^2 = (8-1)^2 + (6-2)^2$

$AB^2 = 49 + 16$

$AB^2 = 65$

$AB = \pm\sqrt{65}$　　AB＞0 より，$AB = \sqrt{65}$

$\sqrt{65}$

38

2 点間の距離 啓 P.194

ABCDE 2 点 A(1, −1), B(5, 2)の間の距離を求めなさい。

$AB^2 = (5-1)^2 + \{2-(-1)\}^2$

$AB^2 = 16 + 9$

$AB^2 = 25$

$AB = \pm 5$　　AB＞0 より，$AB = 5$

5

39
BCDE

2点間の距離 啓 P.194

2点 A(−2, −9), B(−7, 3)の間の距離を求めなさい。

$AB^2=\{(-7)-(-2)\}^2+\{3-(-9)\}^2$

$AB^2=(-7+2)^2+(3+9)^2$

$AB^2=25+144$

$AB^2=169$

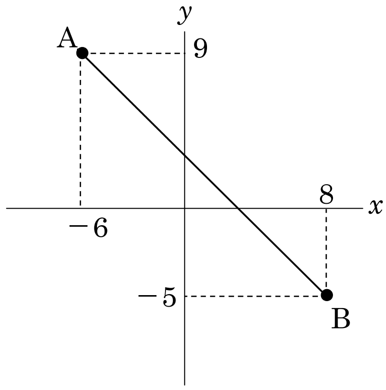
$AB=\pm13$ 　　$AB>0$ より，　$AB=13$

13

40
E

2点間の距離 啓 P.194

右の図の2点 A，B の距離を求めなさい。



A(−6, 9), B(8, −5)だから，

$AB^2=\{8-(-6)\}^2+\{9-(-5)\}^2$

$AB^2=14^2+14^2$

$AB^2=196+196$

$AB^2=392$

$AB=\pm\sqrt{392}=\pm14\sqrt{2}$ 　　$AB>0$ より，

$AB=14\sqrt{2}$

$14\sqrt{2}$

41
DE

2点間の距離 啓 P.194

3点 O(0, 0), A(4, 3), B(7, −1)を頂点とする△OAB について，次の問いに答えなさい。

① OA，OB，AB の長さを求めなさい。

$OA=\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}=5$

$OB=\sqrt{7^2+1^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

$AB=\sqrt{(7-4)^2+\{3-(-1)\}^2}=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{25}=5$

OA **5**　OB **$5\sqrt{2}$**　AB **5**

② △OAB はどんな三角形になるか答えなさい。

$OA:AB:OB=1:1:\sqrt{2}$ より

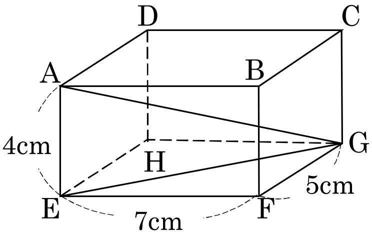
∠A＝90°の直角二等辺三角形

42
BCDE

次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

直方体の対角線 啓 P.195 　hakken.の法則

例 図のような直方体がある。対角線 AG の長さを求めなさい。



［解き方］ 底面の対角線 EG をひく。

△AEG は，∠AEG＝90°の直角三角形だから，

$AG^2=AE^2+EG^2$…①

△EFG は，∠EFG＝90°の直角三角形だから，

$EG^2=EF^2+FG^2$…②

①，②から， $AG^2=AE^2+EF^2+FG^2$

$=4^2+7^2+5^2=90$

$AG=\pm\sqrt{90}=\pm3\sqrt{10}$

AG＞0 だから，$AG=3\sqrt{10}$ (cm) 　［答］ $3\sqrt{10}$ (cm)

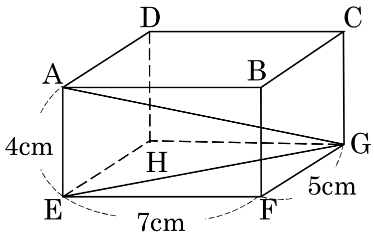
◎縦，横，高さがそれぞれ a，b，c である直方体では，対角線の長さは$\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

※直方体の対角線の長さはすべて等しい。

43
BCDE

直方体の対角線 啓 P.195

図のような直方体がある。 対角線 AG の長さを求めなさい。



底面の対角線 **EG** をひく。

△AEG は，**∠AEG＝90°**の直角三角形だから，

$\mathbf{AG^2=AE^2+EG^2}$…①

△EFG は，**∠EFG＝90°**の直角三角形だから，

$\mathbf{EG^2=EF^2+FG^2}$…②

①，②から， $\mathbf{AG^2=AE^2+EF^2+FG^2}$

$\mathbf{=4^2+7^2+5^2=90}$

$\mathbf{AG=\pm\sqrt{90}=\pm3\sqrt{10}}$

AG＞0 だから，$\mathbf{AG=3\sqrt{10}}$ **(cm)**

$\mathbf{3\sqrt{10}}$ **cm**

44

BCDE

直方体の対角線 啓 P.195

1 辺の長さが 4cm の立方体の対角線の長さを求めなさい。

$4^2+4^2+4^2=16+16+16$

$=48$

対角線は、$\sqrt{48}=4\sqrt{3}$

$4\sqrt{3}$

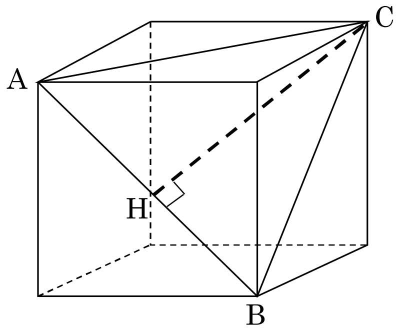
45

E

直方体の対角線 啓 P.195

立方体を頂点 A，B，C を通る平面で切る時，切り口の△ABC の面積を求めなさい。

① 1 辺 6cm



$AB^2=6^2+6^2$

$AB^2=36+36$

$AB^2=72$

$AB=\pm\sqrt{72}$

$AB=\pm6\sqrt{2}$

$AB>0$ より，$AB=6\sqrt{2}$

$HB=6\sqrt{2}\div2=3\sqrt{2}$

$CH^2=(6\sqrt{2})^2-(3\sqrt{2})^2$

$CH^2=72-18$

$CH^2=54$

$CH=\pm\sqrt{54}=\pm3\sqrt{6}$

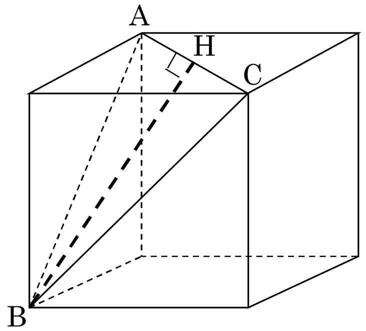
$CH>0$ より，$CH=3\sqrt{6}$

△ABC の面積$=6\sqrt{2}\times3\sqrt{6}\times\frac{1}{2}$

$=18\sqrt{3}$

$18\sqrt{3}$ cm²

② 1 辺 3cm



$AC^2=3^2+3^2$

$AC^2=9+9$

$AC^2=18$

$AC=\pm\sqrt{18}$

$AC>0$ より，$AC=3\sqrt{2}$

$HC=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

$BH^2=(3\sqrt{2})^2-(\frac{3\sqrt{2}}{2})^2$

$BH^2=18-\frac{9}{2}$

$BH^2=\frac{27}{2}$

$BH=\pm\frac{3\sqrt{6}}{2}$

$BH>0$ より，$BH=\frac{3\sqrt{6}}{2}$

△ABC の面積$=3\sqrt{2}\times\frac{3\sqrt{6}}{2}\times\frac{1}{2}$

$=\frac{9\sqrt{3}}{2}$

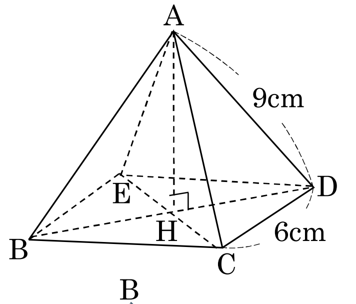
$\frac{9\sqrt{3}}{2}$cm²

 hakken.

46 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。
CDE

正四角錐の高さと体積 啓 P.196 hakken.の法則

例 次の正四角錐の高さと体積を求めなさい。



［解き方］ △BCD は直角二等辺三角形なので

$CD:DB=1:\sqrt{2}=6(cm):DB$

$DB=6\sqrt{2}$ (cm)

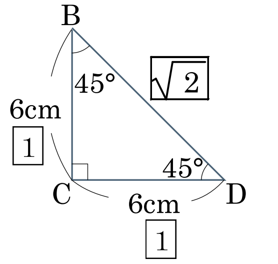
H は DB の中点だから，$DH=\frac{1}{2}DB=3\sqrt{2}$ (cm)

$AH^2=9^2-(3\sqrt{2})^2$

$AH^2=81-18$　　$\boxed{\sqrt{2}}$

$AH^2=63$

$AH=\pm 3\sqrt{7}$　　$AH>0$ より，$AH=3\sqrt{7}$

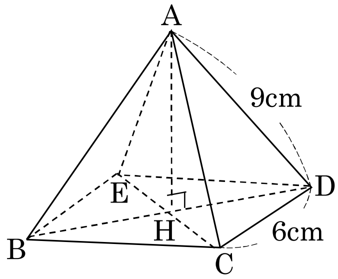


体積は，$6^2\times 3\sqrt{7}\times\frac{1}{3}=36\sqrt{7}$　　［答］ 高さ　$3\sqrt{7}$ cm　　体積　$36\sqrt{7}$ cm^3

47
CDE

正四角錐の高さと体積 啓 P.196

次の正四角錐の高さと体積を求めなさい。



△BCD は直角二等辺三角形なので

$\mathbf{CD:DB=1:\sqrt{2}=6(cm):DB}$

$\mathbf{DB=6\sqrt{2}\,(cm)}$

H は DB の中点だから，$\mathbf{DH=\frac{1}{2}DB=3\sqrt{2}\,(cm)}$

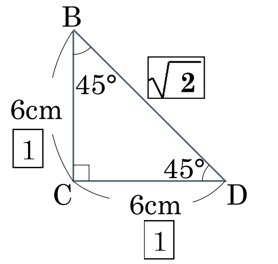
$\mathbf{AH^2=9^2-(3\sqrt{2})^2}$

$\mathbf{AH^2=81-18}$

$\mathbf{AH^2=63}$

$\mathbf{AH=\pm 3\sqrt{7}}$　　$\mathbf{AH>0}$ **より，**$\mathbf{AH=3\sqrt{7}}$

体積は，$\mathbf{6^2\times 3\sqrt{7}\times\frac{1}{3}=36\sqrt{7}}$

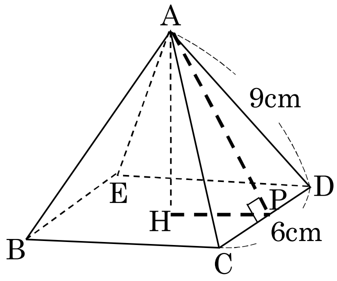


高さ **$3\sqrt{7}$ cm**　　体積 **$36\sqrt{7}$ cm^3**

48

正四角錐の高さと体積 啓 P.196

CDE 次の正四角錐の表面積を求めなさい。



$\mathbf{AP^2=9^2-3^2}$

$\mathbf{AP^2=81-9}$

$\mathbf{AP^2=72}$

$\mathbf{AP=\pm\sqrt{72}}$

$\mathbf{AP=\pm6\sqrt{2}}$　　$\mathbf{AP>0}$ だから，$\mathbf{AP=6\sqrt{2}}$

側面積は，$\mathbf{6\times6\sqrt{2}\times\frac{1}{2}\times4=72\sqrt{2}}$

底面積は，$\mathbf{6\times6=36}$

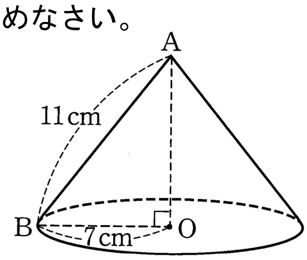
表面積は，$\mathbf{72\sqrt{2}+36}$

$\mathbf{72\sqrt{2}+36(cm^2)}$

49

正四角錐の高さと体積 啓 P.196

CDE 底面の半径が 7cm，母線の長さが 11cm の円錐の体積と表面積を求めなさい。



円錐の頂点 **A** と底面の中心 **O** を結ぶと，線分 **AO** が
この円錐の高さを表す。
母線の **1** つが **AB** のとき，△**ABO** は直角三角形となるから，
AO＝$\boldsymbol{h}$ **cm** とすると，

$\boldsymbol{h^2+7^2=11^2}$

$\boldsymbol{h^2=72}$

$\boldsymbol{h=\pm\sqrt{72}}$

$\boldsymbol{h=\pm6\sqrt{2}}$　　$\boldsymbol{h>0}$ だから，$\boldsymbol{h=6\sqrt{2}}$　　したがって，

体積は，$\mathbf{\frac{1}{3}\times\pi\times7^2\times6\sqrt{2}=98\sqrt{2}\pi}$ ←円錐の体積は，$\mathbf{\frac{1}{3}}\times$(底面積)$\times$(高さ)

底面積＝$\mathbf{7^2\pi=49\pi}$，側面席＝$\mathbf{11^2\pi\times\frac{7}{11}=77\pi}$

表面積＝$\mathbf{49\pi+77\pi=126\pi}$

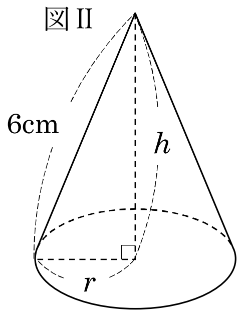
体積 $\mathbf{98\sqrt{2}\pi\ cm^3}$　　　表面積 $\mathbf{126\pi\ cm^2}$

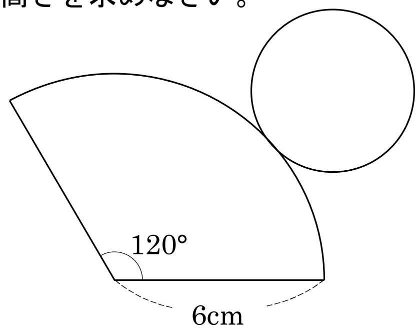
50

正四角錐の高さと体積 啓 P.196

DE

次の図は円錐の展開図です。これを組み立てたときの円錐の高さを求めなさい。





図Ⅱのような円錐になる。

底面の半径をr、高さをhとすると

$2\pi\times6\times\frac{120}{360}=2\pi\times r$

$4\pi=2\pi\times r$

$r=2$

$h^2=6^2-2^2$

$=36-4$

$=32$

$h=\pm\sqrt{32}$

$h=\pm4\sqrt{2}$ 　$h>0$ より，$h=4\sqrt{2}$ (cm)

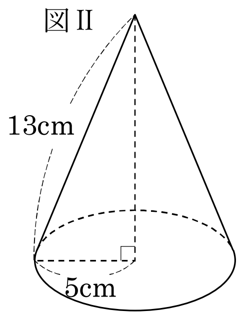
$4\sqrt{2}$ cm

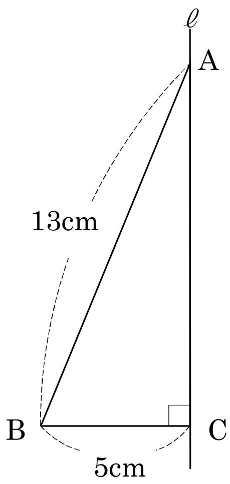
51

正四角錐の高さと体積 啓 P.196

DE

次の図で，直角三角形 ABC をℓ を回転軸として 1 回転してできた立体の体積を求めなさい。





図Ⅱのような円錐になる。

$AC^2=13^2-5^2$

$AC^2=169-25$

$AC^2=144$

$AC=\pm12$

$AC>0$ だから， $AC=12$

体積は，$5^2\pi\times12\times\frac{1}{3}=100\pi$

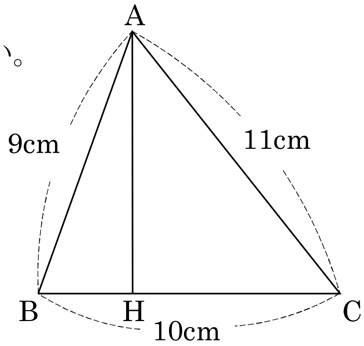
100π cm^3

52 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

学びを身につけよう（１） 啓 P.200～201 **hakken.の法則**

例 AB＝9cm，BC＝10cm，CA＝11cm の△ABC がある。
点 A から辺 BC に垂線 AH をひく。次の問いに答えなさい。



(1) BH，AH の長さを求めなさい。

［解き方］ 2 つの直角三角形△ABH，△ACH のそれぞれで三平方の定理を使い，AH^2 を 2 通りに表す。

BH＝x cm，AH＝h cm とすると，

△ABH で，$h^2=9^2-x^2$

△ACH で，$h^2=11^2-(10-x)^2$

よって，$9^2-x^2=11^2-(10-x)^2$

$81-x^2=121-(100-20x+x^2)$

$81-x^2=121-100+20x-x^2$

$-x^2+x^2-20x=121-100-81$

$20x=-60$

$x=3$

このとき，$h^2=9^2-3^2=72$

$h=\pm\sqrt{72}$

$h=\pm6\sqrt{2}$ $h>0$ だから，$h=6\sqrt{2}$

［答］ BH＝3cm，AH＝$6\sqrt{2}$ cm

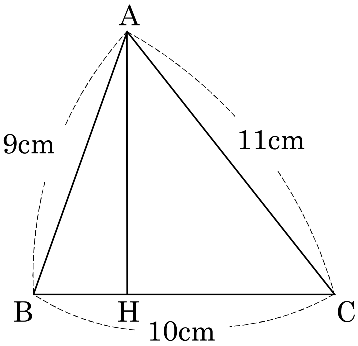
(2) △ABC の面積を求めなさい。

［解き方］ $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times10\times6\sqrt{2}=30\sqrt{2}\ (cm^2)$ ［答］ $30\sqrt{2}\ cm^2$

53
BCDE

学びを身につけよう 啓 P.200～201

AB＝9cm，BC＝10cm，CA＝11cm の△ABC がある。
点 A から辺 BC に垂線 AH をひく。次の問いに答えなさい。



① BH，AH の長さを求めなさい。

2 つの直角三角形△ABH，△ACH のそれぞれで
三平方の定理を使い，AH^2 を 2 通りに表す。
BH＝x cm，AH＝h cm とすると，
△ABH で，$h^2=9^2-x^2$　　△ACH で，$h^2=11^2-(10-x)^2$

よって，$9^2-x^2=11^2-(10-x)^2$

$81-x^2=121-(100-20x+x^2)$

$81-x^2=121-100+20x-x^2$

$-x^2+x^2-20x=121-100-81$

$20x=-60$

$x=3$

このとき，$h^2=9^2-3^2=72$

$h=\pm\sqrt{72}$

$h=\pm 6\sqrt{2}$　　$h>0$ だから，$h=6\sqrt{2}$

BH **3cm**　　AH **$6\sqrt{2}$ cm**

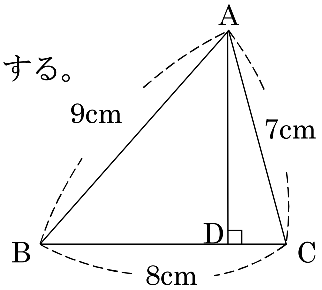
② △ABC の面積を求めなさい。

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 10\times 6\sqrt{2}=30\sqrt{2}\ (cm^2)$

$30\sqrt{2}\ cm^2$

54 学びを身につけよう 啓 P.200～201

CDE 3 辺の長さが 9cm，8cm，7cm の三角形の面積を，8cm の辺を底辺として求めなさい。



△ABC で，A から辺 BC に垂線を引き，BC との交点を D とする。
DC＝x とすると，三平方の定理から，
AD の長さは，$7^2-x^2=9^2-(8-x)^2$

$49-x^2=81-64+16x-x^2$
$49-x^2=17+16x-x^2$
$16x=49-17$
$16x=32$
$x=2$

$AD^2=7^2-2^2$
$=49-4$
$=45$
$AD=\sqrt{45}$
$AD=3\sqrt{5}$ AD＞0 だから，$AD=3\sqrt{5}$

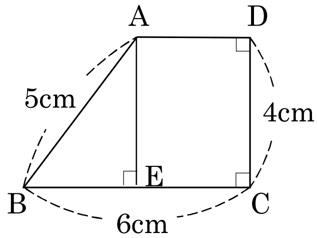
△ABC の面積$=\frac{1}{2}\times8\times3\sqrt{5}=12\sqrt{5}$(cm²)

$12\sqrt{5}$ (cm²)

55 学びを身につけよう 啓 P.200～201

CDE 次の図形の面積を求めなさい。

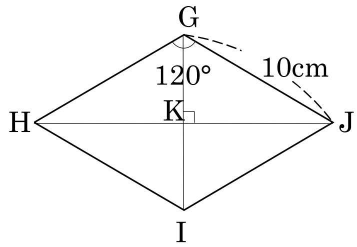
①



A から辺 BC にひいた垂線と
辺 BC との交点を E とする。
△ABE で，∠BEA＝90°
AB＝5cm, AE＝4cm だから，
$BE^2=5^2-4^2=25-16=9$ $BE=\pm3$
BE＞0 だから，BE＝3
台形の面積 ABCD＝△ABE＋四角形
$=\frac{1}{2}\times3\times4+4\times(6-3)$
$=6+12$
$=18$(cm²)

18cm²

② ひし形



頂点 G,I，頂点 H,J を結ぶ対角線をかき
その交点を K とする。
△GKJ で，∠GKJ＝90°,
∠JGK＝120°÷2＝60°
∠KJG＝180°－(90°＋60°)＝30°
よって，GK：JG：KJ＝1：2：$\sqrt{3}$
＝5：10：$5\sqrt{3}$
HJ＝$10\sqrt{3}$，GI＝10
ひし形 GHIJ の面積$=\frac{1}{2}\times10\sqrt{3}\times10$
$=50\sqrt{3}$ (cm²)

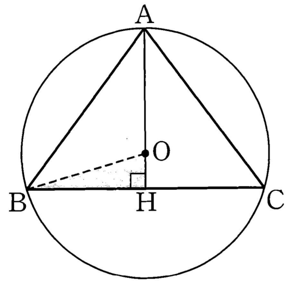
$50\sqrt{3}$ cm²

56

E

学びを身につけよう 啓 P.200～201

右の図で，A，B，C は円 O の周上の点であり，△ABC は AB＝AC＝5cm，BC＝6cm の二等辺三角形である。A から辺 BC にひいた垂線と BC との交点を H とすると，円の中心 O は線分 AH 上にある。



① AH の長さを求めなさい。

BH＝3cm だから，

$$AH^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$$

AH＝±4　　AH＞0 だから，AH＝4(cm)

4cm

② 円 O の半径を x cm として方程式をつくり，x の値を求めなさい。

OB＝AO＝x cm，BH＝3cm，

OH＝AH－AO＝$(4-x)$cm だから，

△OBH で，三平方の定理により，

$$3^2 + (4-x)^2 = x^2$$

$$9 + 16 - 8x + x^2 = x^2$$

$$8x = 9 + 16$$

$$8x = 25$$

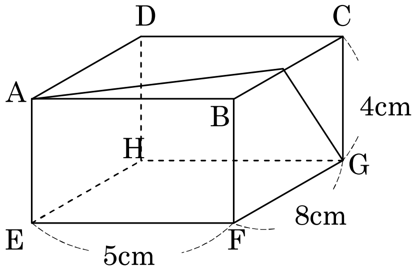
$$x = \frac{25}{8}$$

$$\frac{25}{8}$$

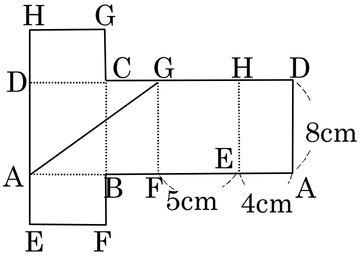
57 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。
DE

学びを身につけよう（2） 啓 P.200〜201 hakken.の法則

例 右の図のような直方体がある。この直方体に，点 A から辺 BC を通って点 G までもっとも短くなるようひもをかけたとき，かけたひもの長さを求めなさい。



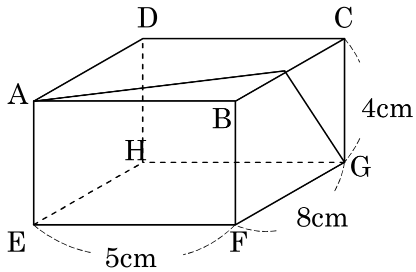
［解き方］ ひもの長さがもっとも短くなるとき，ひもは，展開図の上では，A と G を結ぶ線分になる。
右の図のように，辺 BC を通るとき，



$AG^2=(5+4)^2+8^2$
$=81+64$
$=145$
$AG=\pm\sqrt{145}$　　AG＞0 だから，
$AG=\sqrt{145}$　　［答］ $\sqrt{145}$ cm

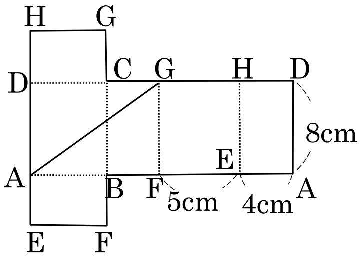
58
DE
学びを身につけよう 啓 P.200〜201

右の図のような直方体がある。この直方体に，A から辺 BC を通って点 G までもっとも短くなるようひもをかけたとき，かけたひもの長さを求めなさい。



ひもの長さがもっとも短くなるとき，
ひもは展開図の上では，**A と G を結ぶ線分になる。**
右の図のように，辺 **BC** を通るとき，

$\mathbf{AG^2=(5+4)^2+8^2}$
$\mathbf{=81+64}$
$\mathbf{=145}$
$\mathbf{AG=\pm\sqrt{145}}$
AG＞0 だから，$\mathbf{AG=\sqrt{145}}$



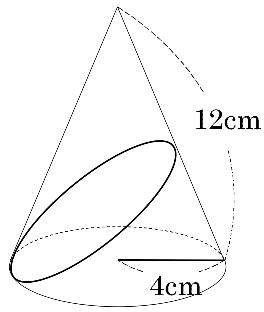
$\mathbf{\sqrt{145}}$ **cm**

59

DE

学びを身につけよう 啓 P.200〜201

右の図のように，母線が 12cm，底面の半径が 4cm の円錐がある。
底面の円周上の 1 点から，円錐の側面を 1 周して最短の長さで、
ひもをかけるとき，ひもの長さを求めなさい。



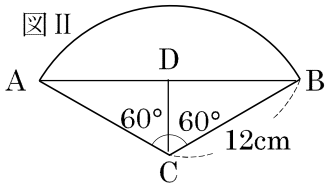
側面の展開図は，図Ⅱのようなおうぎ形になる。
中心角を $\boldsymbol{a}$ とすると，

中心角は，$2\pi\times12\times\frac{a}{360}=2\pi\times4$

$$\frac{a}{30}=4$$

$$a=120$$

図Ⅱ



△DCA≡△DCB で，**30°，60°，90°**の直角三角形である。

BC：BD＝2：$\sqrt{3}$＝12：BD

2BD＝12$\sqrt{3}$＝AB　…ひもの長さ

$12\sqrt{3}$ cm

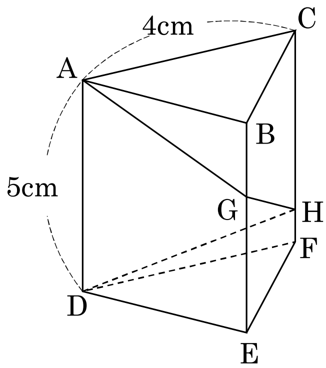
60

E

学びを身につけよう 啓 P.200〜201

右の図のように，底面の 1 辺が 4cm，高さが 5cm の正三角柱に，点 A から辺 BE，CF を通って点 D まで糸をまきつける。糸の長さがもっとも短くなるようにまきつけるとき，次の問いに答えなさい。

① 糸の長さを求めなさい。



図Ⅱより，$\mathbf{AD^2=5^2+(4\times3)^2=25+144}$

$$=169$$

$$AD=\pm13$$

AD＞0 だから，　**AD＝13(cm)**

13cm

② 糸と辺 BE，CF との交点をそれぞれ G，H とするとき，BG，CH の長さを求めなさい。

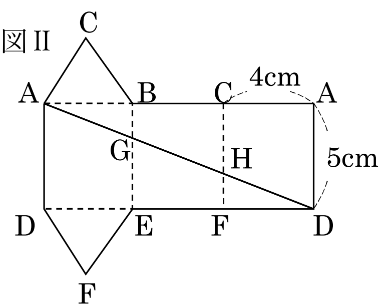
図Ⅱより，平行線と線分の比から，

BG：5＝1：3　　　**CH：5＝2：3**

3BG＝5　　　**3CH＝10**

$BG=\frac{5}{3}$(cm)　　　$CH=\frac{10}{3}$(cm)

図Ⅱ



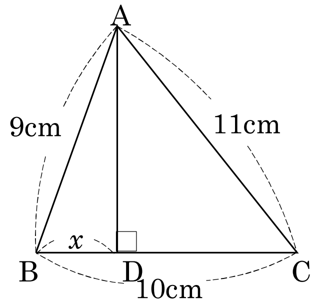
BG **$\frac{5}{3}$cm**　　CH **$\frac{10}{3}$cm**

61 DE 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

学びを身につけよう（３） 啓 P.200～201 hakken.の法則

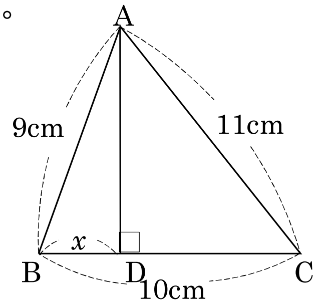
例 右の図で，$9^2-x^2=11^2-(10-x)^2$ が成り立つことを説明しなさい。

［説明］ △ABD と△ACD は、直角三角形である。
△ABD で，$9^2-x^2=AD^2$ …①
△ACD で，$11^2-(10-x)^2=AD^2$ …②
①，②より，$9^2-x^2=11^2-(10-x)^2$



62 DE 学びを身につけよう 啓 P.200～201

右の図で，$9^2-x^2=11^2-(10-x)^2$ が成り立つことを説明しなさい。

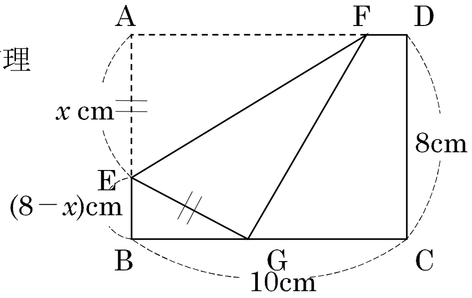


△ABD と△ACD は、直角三角形である。
△ABD で，$9^2-x^2=AD^2$ …①
△ACD で，$11^2-(10-x)^2=AD^2$ …②
①，②より，$9^2-x^2=11^2-(10-x)^2$

63 E 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

応用 hakken.の法則

例 AB＝8cm，AD＝10cm の長方形 ABCD がある。いま，この長方形を下の図のように，線分 EF を折り目として折ったら，頂点 A が辺 BC 上の点 G に重なった。
BG＝4cm のとき，AE の長さを求めなさい。



［解き方］ 直角三角形 EBG について，三平方の定理を利用して方程式をつくる。

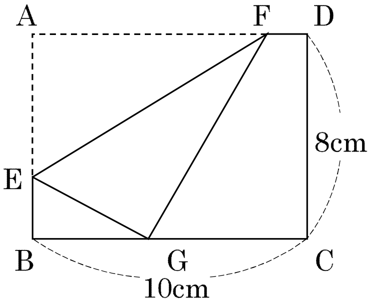
AE＝x cm とすると，△EGF は△EAF を折り返したものだから，EG＝AE＝x cm
また，EB＝AB－AE＝$(8-x)$cm
△EBG で，三平方の定理により，
$(8-x)^2+4^2=x^2$ ←$EB^2+BG^2=EG^2$
$64-16x+x^2+16=x^2$
$16x=80$
$x=5$

［答］ 5cm

64

応用

E　AB＝8cm，AD＝10cm の長方形 ABCD がある。いま，この長方形を下の図のように，線分 EF を折り目として折ったら，頂点 A が辺 BC 上の点 G に重なった。BG＝4cm のとき，AE の長さを求めなさい。



直角三角形 **EBG** について，三平方の定理を利用して方程式をつくる。

AE＝x cm とすると，

△**EGF** は△**EAF** を折り返したものだから，

EG＝AE＝x cm

また，**EB＝AB－AE＝(8－x)cm**

△**EBG** で，三平方の定理により，$EB^2+BG^2=EG^2$

$$(8-x)^2+4^2=x^2$$

$$64-16x+x^2+16=x^2$$

$$16x=80$$

$$x=5$$

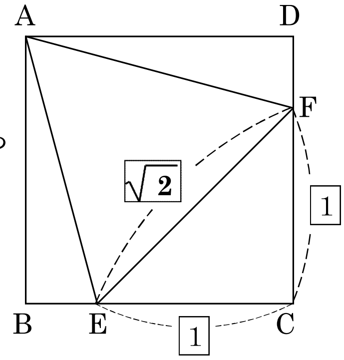
5cm

65

応用

E

右の図で，四角形 ABCD は正方形，△AEF は正三角形である。
AB＝3cm のとき，AE の長さを求めなさい。



斜辺(AE＝AF)と他の 1 辺(AB＝AD)がそれぞれ等しいから
△ABE≡△ADF よって，△CEF は直角二等辺三角形
EC＝x cm とすると，EF：EC＝$\sqrt{2}$：1

$$EF : x = \sqrt{2} : 1$$
$$EF = \sqrt{2}x$$

△AEF は正三角形だから，EF＝AE＝$\sqrt{2}x$

△ABE で，三平方の定理により$(\sqrt{2}x)^2 = 3^2 + (3-x)^2$

$$2x^2 = 9 + 9 - 6x + x^2$$
$$2x^2 = 18 - 6x + x^2$$
$$2x^2 - x^2 + 6x - 18 = 0$$
$$x^2 + 6x - 18 = 0$$
$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36+72}}{2\times1}$$
$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{108}}{2\times1}$$
$$x = \frac{-6 \pm 6\sqrt{3}}{2\times1}$$

$x > 0$ だから

$$x = -3 + 3\sqrt{3}$$

$$AE = \sqrt{2}x = \sqrt{2}(-3+3\sqrt{3})$$
$$= -3\sqrt{2} + 3\sqrt{6}\,(\mathrm{cm})$$

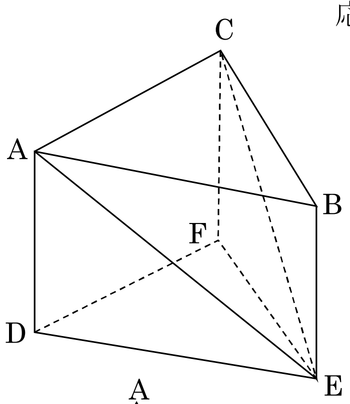
$-3\sqrt{2} + 3\sqrt{6}$ (cm)

66

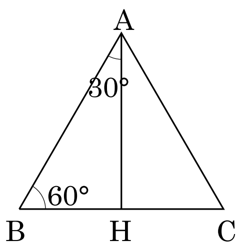
応用

E

右の図のような正三角柱 ABC - DEF があり，AD＝3cm，
AC＝4cm のとき，三角錐 ABCE の体積を求めなさい。



△ABC において，頂点 A から BC に垂線を引き，
その交点を H とする。BC を底辺とすると高さは
AB：AH＝2：$\sqrt{3}$＝4cm：$2\sqrt{3}$ cm
高さ＝$2\sqrt{3}$ cm，よって
△ABC の面積は $4\times2\sqrt{3}\div2=4\sqrt{3}$ cm²
体積は $4\sqrt{3}\times3\div3=4\sqrt{3}$ (cm³)



$4\sqrt{3}$ cm³

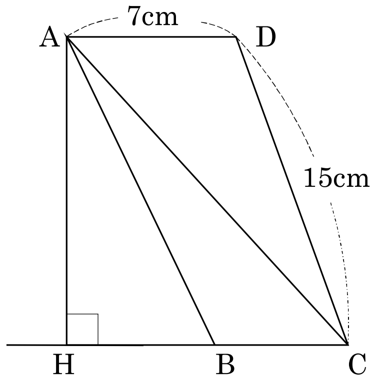
 hakken.

67

E

応用

右の図のように，平行四辺形 ABCD の頂点 A から辺 BC の延長におろした垂線を AH とする。平行四辺形 ABCD の面積が $84cm^2$，AD＝7cm，DC＝15cm のとき，次の問いに答えなさい。



① HB の長さを求めなさい。

平行四辺形 **ABCD＝84＝7×AH**

AH=84÷7＝12cm なので，三平方の定理より

HB＝x とすると，**$15^2=12^2+x^2$**

$x^2=225-144$

$x^2=81$

$x=\pm9$ $x>0$ だから

$x=9$，よって **HB＝9cm**

9cm

② 対角線 AC の長さを求めなさい。

AH＝12，HC＝16 なので，三平方の定理より，

AC＝x とすると，$x^2=12^2+16^2$

$x^2=144+256$

$x^2=400$

$x=\pm20$ $x>0$ だから

$x=20$，よって **AC＝20cm**

20cm

hakken.

68 啓林館　中３　７章　三平方の定理

１節　直角三角形の３辺の関係

２節　三平方の定理の利用