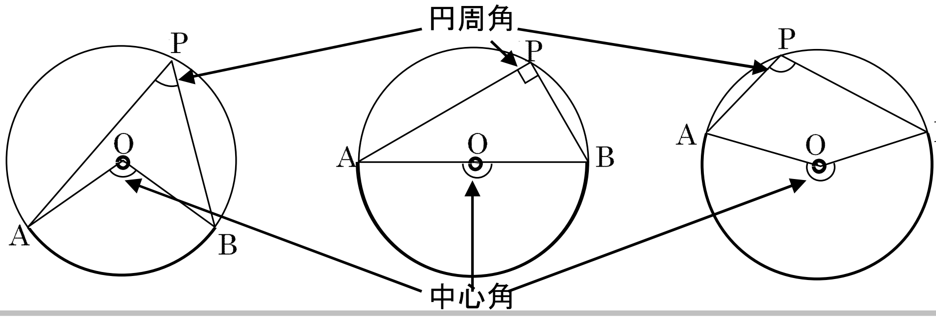
1 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

円周角と中心角 啓 P.162~163 　　**hakken.の法則**

★**円周角**(えんしゅうかく)…下の図の円 O で，∠APB を，$\overset{\frown}{AB}$ に対する**円周角**といい，

∠AOB を $\overset{\frown}{AB}$ に対する**中心角**(ちゅうしんかく)という。

また，$\overset{\frown}{AB}$(弧(こ)AB と読む)を，円周角∠APB に対する**弧**という。



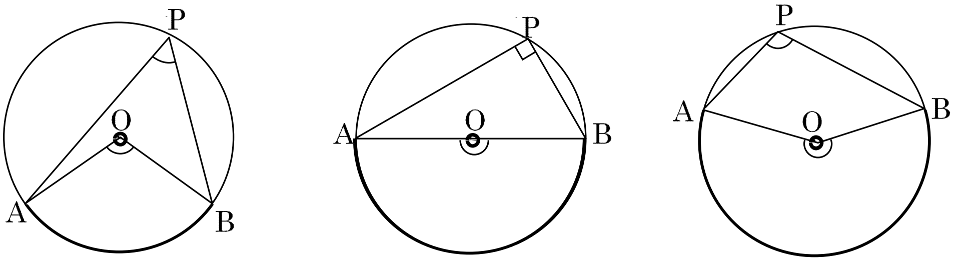
2 　　円周角と中心角 啓 P.162～163

空らんをうめなさい。

○ 下の図の円 O で，∠APB を，$\overset{\frown}{AB}$ に対する（ 円周角 ）といい，

∠AOB を $\overset{\frown}{AB}$ に対する（ 中心角 ）という。

また，$\overset{\frown}{AB}$ を，円周角∠APB に対する（ 弧 ）という。



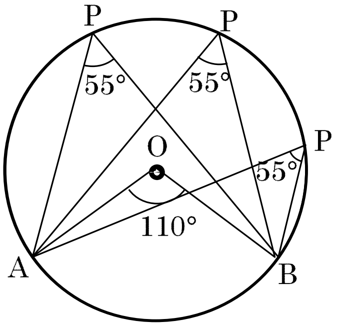
3 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

円周角の定理（１） 啓 P.164~165 hakken.の法則

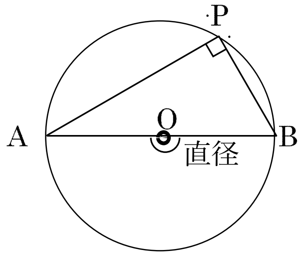
★円周角（えんしゅうかく）の定理

❶ 1 つの弧に対する円周角の大きさは，
その弧に対する**中心角の大きさの半分**である。

❷ **同じ弧に対する円周角の大きさは等しい。**



※ 半円の弧に対する円周角は 90°である。
つまり，**弦が直径のとき円周角は** 90°，
中心角は 180°である。



4 円周角の定理 啓 P.164~165

次の㋐～㋔に入る言葉を下の □ から選び記号で答えなさい。

○ 1 つの円において，同じ弧に対する円周角の大きさは(㋐)。

○ 1 つの円で，弧の長さと円周角の大きさは(㋑)する。

○ 1 つの弧に対する中心角の大きさは，その孤に対する円周角の(㋒)である。

○ 直径に対する円周角は(㋓)で，中心角は(㋔)ある。

① 小さい	② 等しい	③ 大きい	④ 比例	⑤ 反比例	⑥ 2 乗に比例
⑦ 半分	⑧ 2 倍	⑨ 2 乗	⑩ 90°	⑪ 180°	⑫ 45°

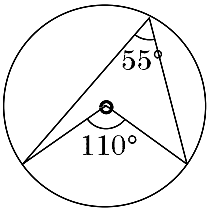
㋐ ② ㋑ ④ ㋒ ⑧ ㋓ ⑩ ㋔ ⑪

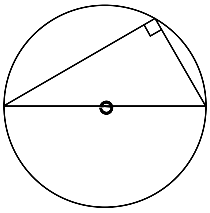
5　次の hakken.の法則を読んで解き方を覚えなさい。

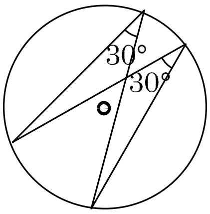
円周角の定理（２）啓 P.164~165　hakken.の法則

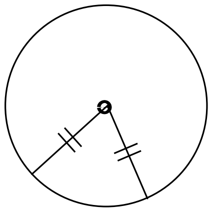
★この４つをおさえよう。

❶ 半分になる　❷ 90°になる　❸ 同じになる　❹ 二等辺三角形になる



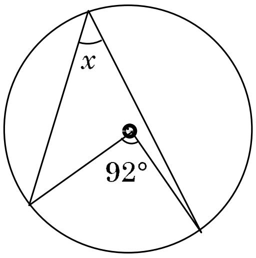




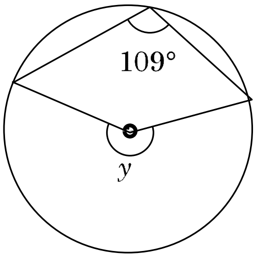


例　∠x，∠y，∠z の大きさを求めなさい。

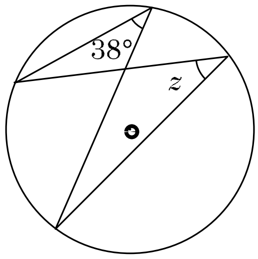
(1)



(2)



(3)



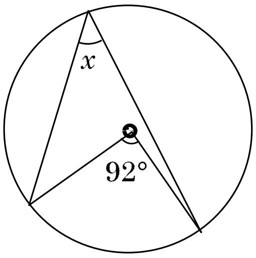
［解き方］　92°÷2＝46°　　109°×2＝218°　　同じ弧に対する円周角は等しい

［答］∠x＝46°　　∠y＝218°　　∠z＝38°

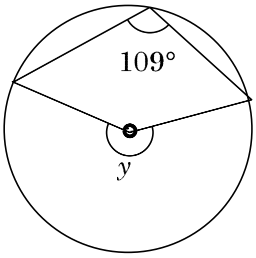
6　円周角の定理 啓 P.164~165

∠x，∠y，∠z の大きさを求めなさい。

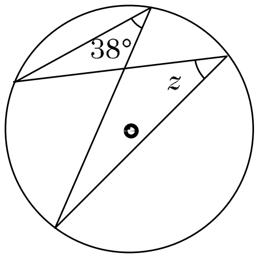
①



②



③



92°÷2＝46°　　**109°×2＝218°**　　同じ弧に対する円周角は等しい

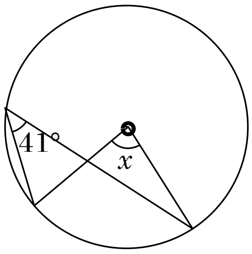
∠x＝**46°**　　∠y＝**218°**　　∠z＝**38°**

7

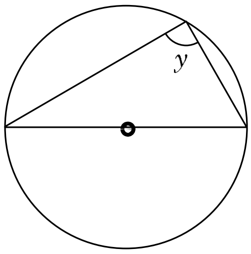
円周角の定理 啓 P.164~165

$\angle x$，$\angle y$，$\angle z$ の大きさを求めなさい。

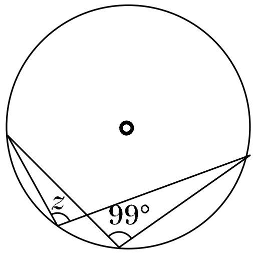
①



②



③



41×2＝82

$\angle x$＝**82°**

$\angle y$＝**90°**

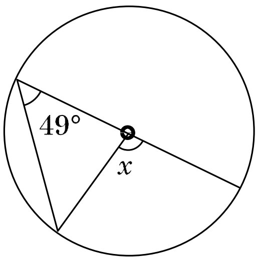
$\angle z$＝**99°**

8

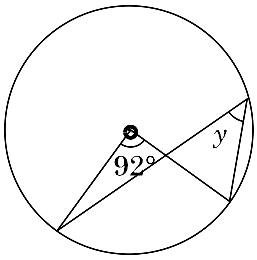
円周角の定理 啓 P.164~165

$\angle x$，$\angle y$，$\angle z$ の大きさを求めなさい。

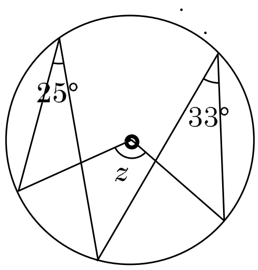
①



②



③



49×2＝98

$\angle x$＝**98°**

92÷2＝46

$\angle y$＝**46°**

(25＋33)×2＝116

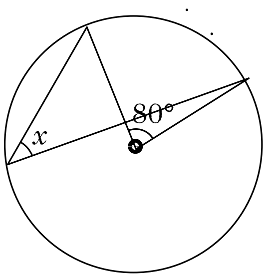
$\angle z$＝**116°**

9

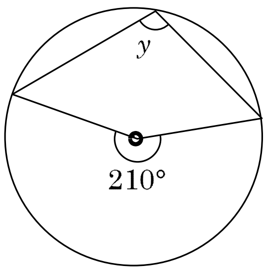
円周角の定理 啓 P.164~165

$\angle x$，$\angle y$，$\angle z$ の大きさを求めなさい。

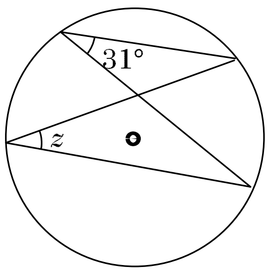
①



②



③



80÷2＝40

$\angle x$＝**40°**

210÷2＝105

$\angle y$＝**105°**

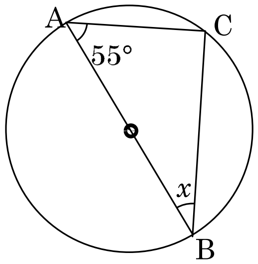
$\angle z$＝**31°**

10 次の hakken.の法則を読んで解き方を覚えなさい。

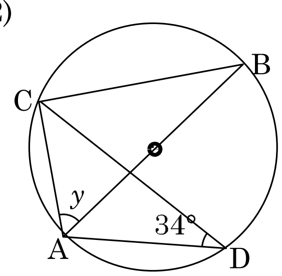
円周角の定理（３） 啓 P.164~165 hakken.の法則

例 AB が直径のとき，$\angle x$，$\angle y$，$\angle z$ の大きさを求めなさい。

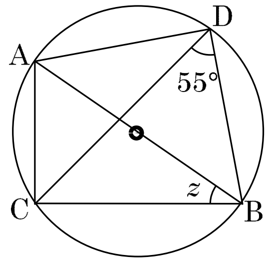
(1)



(2)



(3)



［解き方］ 半円の弧に対する
円周角は 90°
180°－(90°＋55°)＝35°

$\angle$B＝34°，$\angle$C＝90°
$\angle y$ ＝180°－(34＋90) °
＝56°

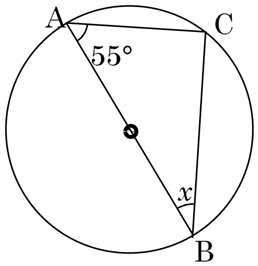
$\angle$ADB＝90°,
$\angle$ADC＝90°－55°
＝35°
$\angle$ADC＝$\angle z$

［答］ $\angle x$ =35°　　$\angle y$ =56°　　$\angle z$＝35°

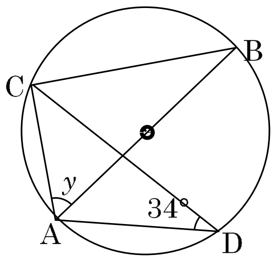
11 円周角の定理 啓 P.164~165

AB が直径のとき，$\angle x$，$\angle y$，$\angle z$ の大きさを求めなさい。

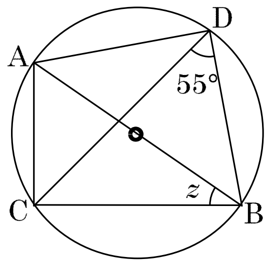
①



②



③



半円の弧に対する
円周角は **90°**
180°－(90°＋55°)＝35°

$\angle$B＝34°，$\angle$C＝90°
$\angle y$＝180°－(34°＋90°)
＝56°

$\angle$ADB＝90°,
$\angle$ADC＝90°－55°
＝35°
$\angle$ADC＝$\angle z$

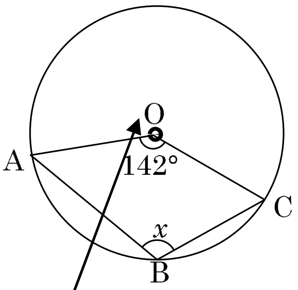
$\angle x$ =**35°**　　$\angle y$ =**56°**　　$\angle z$= **35°**

12

円周角の定理 啓 P.164~165

$\angle x$, $\angle y$, $\angle z$ の大きさを求めなさい。

①

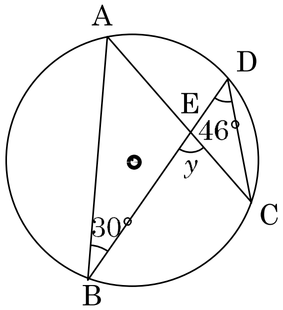


360°－142°＝218°

218°÷2＝109°

$\angle x$＝**109°**

②



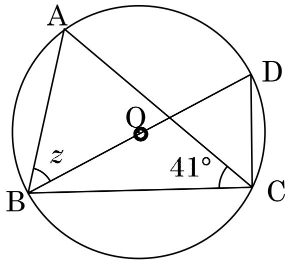
∠ABD＝∠ACD＝30°

∠D＋∠C＝$\angle y$

$\angle y$＝30°＋46°＝76°

$\angle y$＝**76°**

③ BD が直径



直径の弧に対する円周角より

∠BCD＝90°

$\angle z$＝∠ACD

＝∠BCD－∠ACB

＝90°－41°＝49°

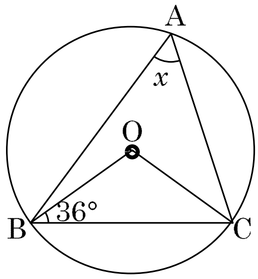
$\angle z$＝**49°**

13

円周角の定理 啓 P.164~165

$\angle x$, $\angle y$, $\angle z$ の大きさを求めなさい。

①



OB＝OC＝半径

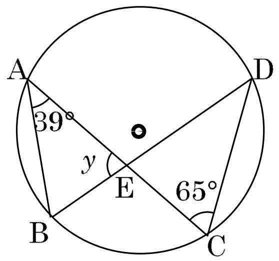
∠BOC＝180°－36°×2

＝108°

∠BAC＝108°÷2＝54°

$\angle x$＝**54°**

②



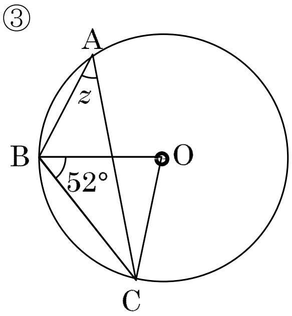
∠ACD＝∠ABD＝65°

$\angle y$＝180°－(65°＋39°)

＝76°

$\angle y$＝**76°**

③



OB＝OC＝半径

∠BOC＝180°－52°×2

＝76°

$\angle z$＝76°÷2＝38°

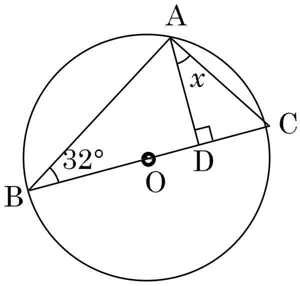
$\angle z$＝**38°**

14

円周角の定理 $\boxed{\text{啓}}$ P.164~165

$\angle x$, $\angle y$, $\angle z$ の大きさを求めなさい。

① BC は直径



$\angle$**BAC＝90°**

$\angle$**C＝180°－(32°＋90°)**

＝58°

$\angle \boldsymbol{x}$**＝180°－(58°＋90°)**

＝32°

$\boxed{\text{別解}}$ $\angle$**BAC＝90°**

$\angle$**BAD＝180°－(32°＋90°)**

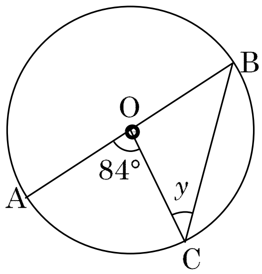
＝58°

$\angle \boldsymbol{x}$**＝90°－58°**

＝32°

$\angle x =$ **32°**

②



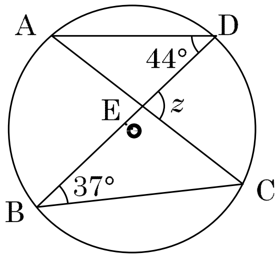
OC＝OB＝半径

$\angle$**B＝42°**

$\angle \boldsymbol{y}$**＝**$\angle$**B＝42°**

$\angle y =$ **42°**

③



$\angle$**DAC＝**$\angle$**DBC＝37°**

$\angle \boldsymbol{z}$**＝**$\angle$**DAE＋**$\angle$**ADE**

＝37°＋44°

＝81°

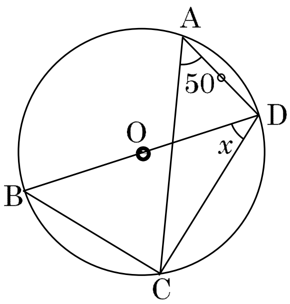
$\angle z =$ **81°**

15

円周角の定理 $\boxed{\text{啓}}$ P.164~165

$\angle x$, $\angle y$, の大きさを求めなさい。

① BD は直径



$\angle$**BCD＝90°**

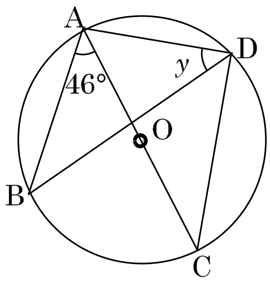
$\angle$**B＝**$\angle$**A＝50°**

$\angle \boldsymbol{x}$**＝180°－(50°＋90°)**

＝40°

$\angle x =$ **40°**

③ AC は直径



$\angle$**ADC＝90°**

$\angle$**BAC＝**$\angle$**BDC＝46°**

$\angle \boldsymbol{y}$**＝90°－46°**

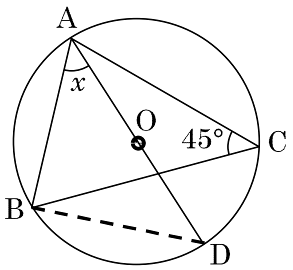
＝44°

$\angle y =$ **44°**

16 円周角の定理 啓 P.164~165

$\angle x$, $\angle y$, $\angle z$ の大きさを求めなさい。

① AD は直径



BD をひく

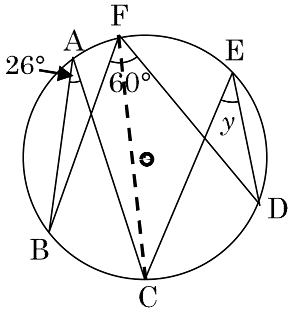
∠D＝45°, ∠ABD＝90°

∠x＝180°－(45°＋90°)

＝45°

∠x＝**45°**

②



FC をひく

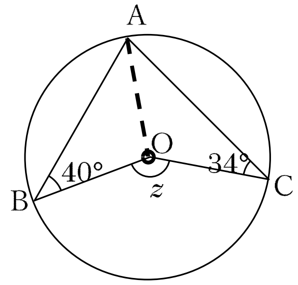
∠A＝∠BFC＝26°

∠y＝∠CFD＝60°－26°

＝34°

∠y＝**34°**

③



AO をひく

BO＝AO＝CO(半径)

△ABO,△ACO は

二等辺三角形

∠A＝40°＋34°＝74°

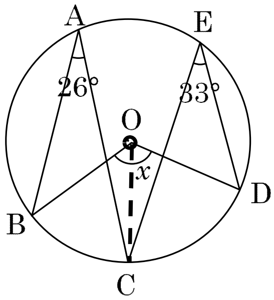
∠z＝74°×2＝148°

∠z＝**148°**

17 円周角の定理 啓 P.164~165

$\angle x$, $\angle y$, $\angle z$ の大きさを求めなさい。

①



OC をひく

∠BOC＝52°,

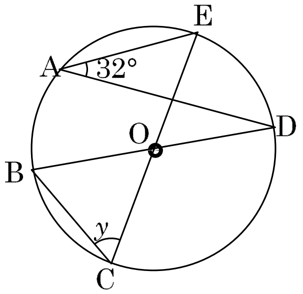
∠COD＝66°

∠x＝52°＋66°

＝118°

∠x＝118°

②



∠EOD＝32°×2＝64°

＝∠BOC(対頂角)

OB＝OC＝半径

よって,

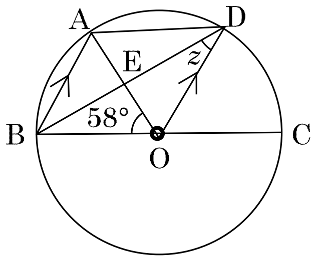
∠y＝∠OBC

＝(180°－64°)÷2

＝58°

∠y＝58°

③ AB//OD



OA＝OB＝半径

∠OAB＝∠OBA

＝(180°－58°)÷2

＝61°

＝∠AOD(錯角)

OB＝OD＝半径,よって

∠z＝∠OBD

＝(180°－61°－58°)÷2

＝30.5°

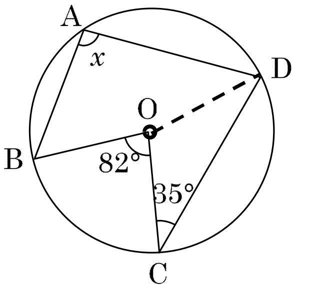
∠z＝30.5°

18

円周角の定理 啓 P.164~165

$\angle x$, $\angle y$ の大きさを求めなさい。

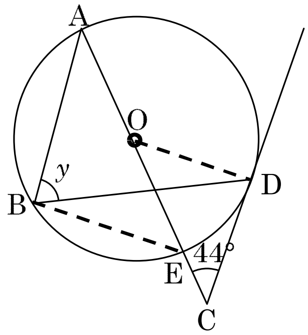
①



OD をひく
OC＝OD＝半径
$\angle$OCD＝$\angle$ODC＝35°
$\angle$COD＝180°－35°×2
＝110°
$\angle x$＝(110°＋82°)÷2
＝96°

$\angle x$＝ **96°**

② AC は直径，CD は接線，D は接点



BE，OD をひく
$\angle$CDO＝90°,
$\angle$COD＝180°－(90°＋44°)
＝46°
$\angle$EBD＝46°÷2
＝23°
$\angle$ABE＝90°
$\angle y$＝90°－23°＝67°

$\angle y$＝ **67°**

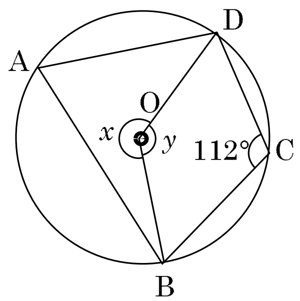
19

次の hakken.の法則を読んで解き方を覚えなさい。

円周角の定理（４） 啓 P.164~165　　hakken.の法則

例　右の円 O で，$\angle$C＝112°のとき，$\angle$A を求めなさい。
また、その理由を述べなさい。

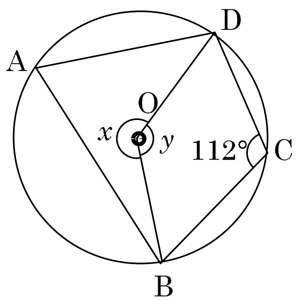
［理由］　$\angle$C と $\angle x$ は同じ弧に対する円周角と中心角だから，
$\angle x$＝112×2＝224°，$\angle y$＝360－224＝136°
$\angle y$ と $\angle$A は同じ弧に対する中心角と円周角だから，
$\angle$A＝136÷2＝68°　　［答］ 68°



20

円周角の定理 啓 P.164~165

右の円 O で，$\angle$C＝112°のとき，$\angle$A を求めなさい。また、その理由を述べなさい。



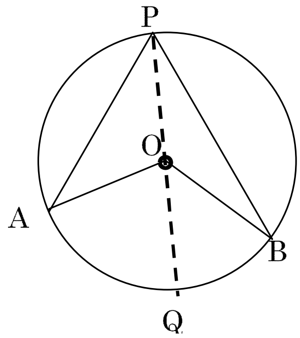
$\angle$C と $\angle x$ は同じ弧に対する円周角と中心角だから
$\angle x$＝112×2＝224°，$\angle y$＝360－224＝136°
$\angle y$ と $\angle$A は同じ弧に対する中心角と円周角だから，
$\angle$A＝136÷2＝68°

$\angle$A＝ **68°**

21

円周角の定理 啓 P.164~165

右の図のように，中心 O が∠APB の内部にある場合，$\angle APB=\frac{1}{2}\angle AOB$ になることを証明しなさい。



右の図のように，
点 **P** と中心 **O** を通る直線 **POQ** をひくと
△**OPA** と△**POB** は二等辺三角形になる。
三角形の内角と外角の性質より

$$\begin{aligned}\angle AOB &= \angle AOQ+\angle BOQ\\ &=(\angle OPA+\angle OAP)+(\angle OPB+\angle OBP)\\ &=2\angle OPA+2\angle OPB\\ &=2(\angle OPA+\angle OPB)\\ &=2\angle APB\end{aligned}$$

したがって，$\angle APB=\frac{1}{2}\angle AOB$

22 次の hakken.の法則を読んで解き方を覚えなさい。

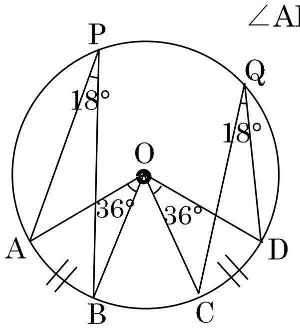
等しい弧に対する円周角 啓 P.165～166　hakken.の法則

★ 等しい弧に対する円周角は等しい。

等しい弧に対する中心角は等しい。

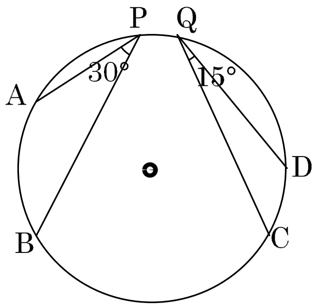
$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$ ならば，$\angle AOB=\angle COD$

$\angle APB=\angle CQD$



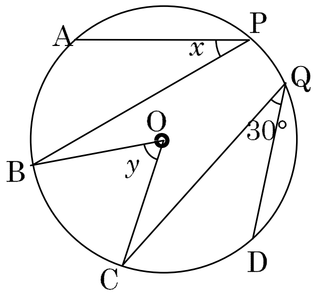
★1 つの円で，弧の長さは，その弧に対する円周角の大きさに比例する。

$\overset{\frown}{AB}=2\overset{\frown}{CD}$ ならば，$\angle APB=2\angle CQD$

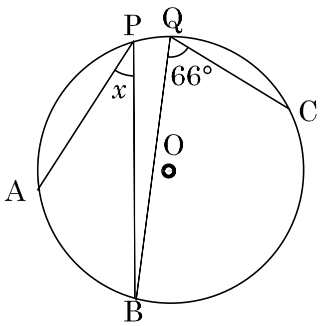


例 次の$\angle x$，$\angle y$ の大きさをそれぞれ求めなさい。

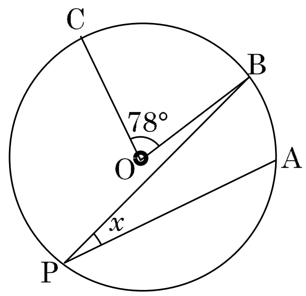
(1) $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$



(2) $2\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$



(3) $2\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$



［解き方］

(1)

$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$

$x:30=1:1$

$x=30$

$y=2x$

$y=60$

(2)

$2\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$

$x=66\div2$

$=33$

(3)

$2\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$

$x=78\div2\div2$

$=19.5$

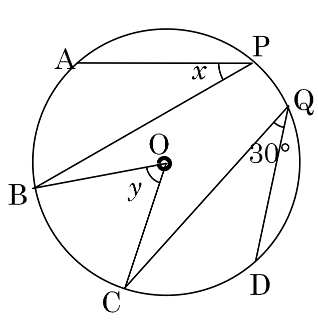
［答］ $\angle x=30°$，$\angle y=60°$　$\angle x=33°$　$\angle x=19.5°$

23

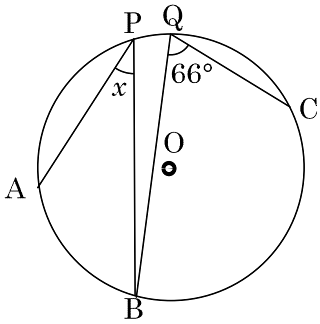
等しい弧に対する円周角 啓 P.165～166

次の$\angle x$，$\angle y$ の大きさをそれぞれ求めなさい。

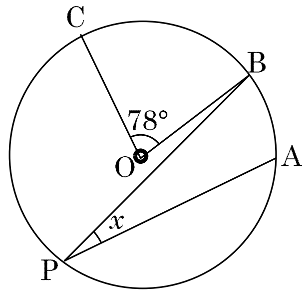
① $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$



② $2\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$



③ $2\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$



$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$

$x : 30=1 : 1$

$x=30$

$y=2x$

$y=60$

$2\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$

$x=66\div 2$

$=33$

$2\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$

$x=78\div 2\div 2$

$=19.5$

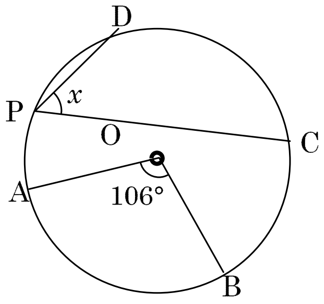
$\angle x=$ **30°**　$\angle y=$ **60°**　$\angle x=$ **33°**　$\angle x=$ **19.5°**

24

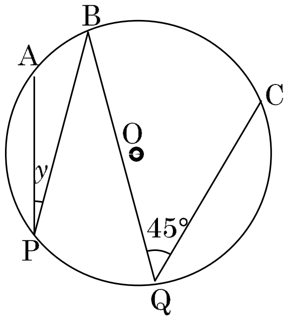
等しい弧に対する円周角 啓 P.165～166

次の$\angle x$，$\angle y$，$\angle z$ の大きさをそれぞれ求めなさい。

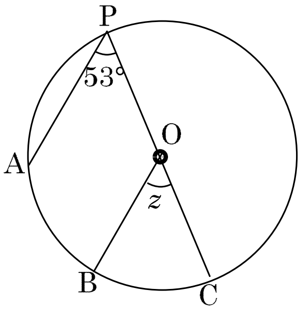
① $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$



② $3\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$



③ $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$



$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$

$x=106\div 2$

$x=53$

$3\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$

$\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{BC}=y : 45=1 : 3$

$y=45\div 3$

$=15$

$\overset{\frown}{AC}=2\overset{\frown}{BC}$

$z=53$

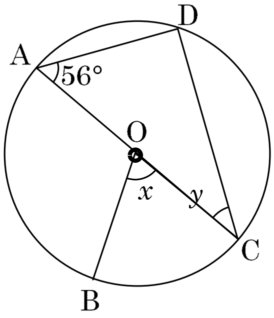
$\angle x=$ **53°**　$\angle y=$ **15°**　$\angle z=$ **53°**

25

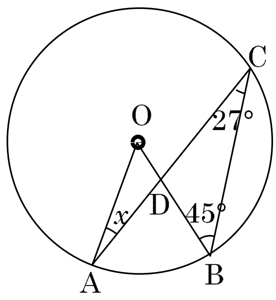
等しい弧に対する円周角 啓 P.165～166

次の∠x, ∠y の大きさをそれぞれ求めなさい。

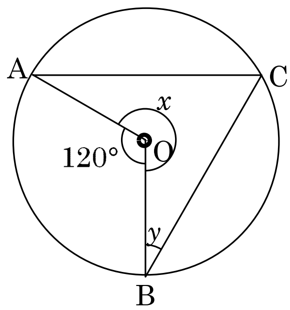
① $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{BC}$・AC は直径



②



③ AC＝BC



①
AC は直径だから

$\angle ADC=90$

$y=180-(90+56)$

$=34$

$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{BC}$

$x=34\times 2$

$x=68$

②
$\angle BDC=180-(45+27)$

$=108$

$=\angle ADO$

$\angle AOB=27\times 2$

$=54$

$x=180-(108+54)$

$=18$

別解 $\angle AOB=27\times 2$

$=54$

$\angle ODC=27+45$

$=72$

$x=72-54$

$=18$

③
$x=360-120$

$=240$

$\angle ACB=120\div 2$

$=60$

$2y+60+240=360$

$2y=60$

$y=30$

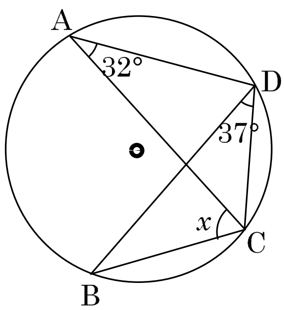
∠x＝**68°**　∠y＝**34°**　∠x＝**18°**　∠x＝**240°**　∠y＝**30°**

26

等しい弧に対する円周角 啓 P.165～166

次の∠x の大きさを求めなさい。

$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{BC}$



同じ弧に対する円周角は等しいから

$\angle DAC=\angle CBD=32°$

$\angle BCD=180°-(37°+32°)$

$=111°$

$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{BC}$ より

$\angle ACD=37°$

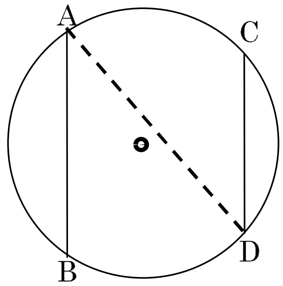
$\angle x=111°-37°=74°$

74°

27

等しい弧に対する円周角 啓 P.165～166

次の図のように，1 つの円で，平行な弦 AB，CD にはさまれた $\overset{\frown}{AC}$，$\overset{\frown}{BD}$ の長さが等しいことを証明しなさい。



AD を直線で結ぶ。

AB // CD より，錯角は等しいから

∠ADC＝∠BAD

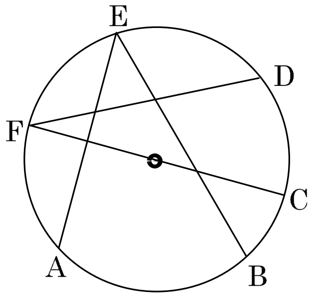
等しい円周角に対する弧は等しいから

$\overset{\frown}{\mathbf{AC}}＝\overset{\frown}{\mathbf{BD}}$

28

等しい弧に対する円周角 啓 P.165～166

次の図で，∠CFD＝27°，$\overset{\frown}{AB}$：$\overset{\frown}{CD}$＝5：3 のとき，∠AEB の大きさを求めなさい。



$\mathbf{5：3＝\boldsymbol{x}：27}$

$\mathbf{3\boldsymbol{x}＝135}$

$\mathbf{\boldsymbol{x}＝45}$

45°

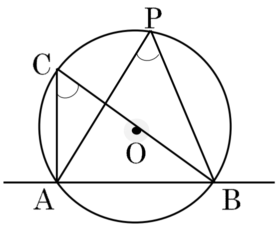
29 次の hakken.の法則を読んで解き方を覚えなさい。

円周角の定理の逆 啓 P.167～169　hakken.の法則

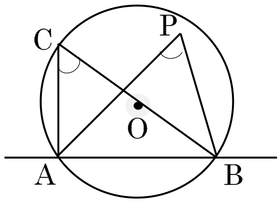
★円の内部と外部

円 O の円周上に 3 点 A，B，C がある。直線 AB について，点 C と同じ側に点 P をとるとき，∠APB と∠ACB の大小は，P の位置により次のようになる。

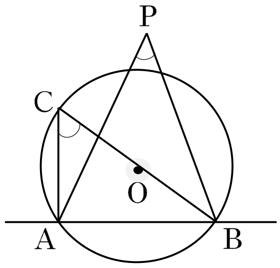
❶ 点 P が円周上にあるとき
→∠APB＝∠ACB



❷ 点 P が円の内部にあるとき
→∠APB＞∠ACB



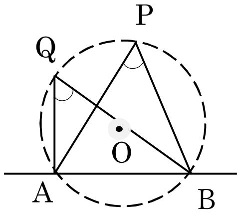
❸ 点 P が円の外部にあるとき
→∠APB＜∠ACB



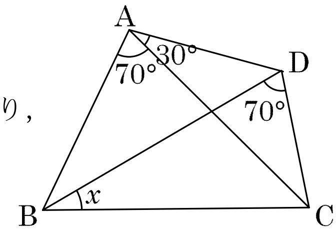
★円周角の定理の逆

上の❶～❸から，∠APB＝∠ACB ならば，点 P は円 O の周上にあることがわかる。
したがって，次の**円周角の定理の逆**が成り立つ。

4 点 A，B，P，Q について，P，Q が直線 AB の同じ側にあって，
∠APB＝∠AQB
ならば，この 4 点は 1 つの円周上にある。



例 右の図の 4 点 A，B，C，D は，同じ円周上にあるか答えなさい。また∠x を求めなさい。

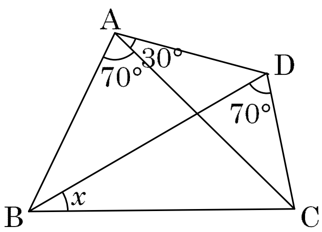


［解き方］ 2 点 A，D は直線 BC について同じ側にあり，
∠BAC＝∠BDC であるから，円周角の定理の逆により，
4 点 A，B，C，D は 1 つの円周上にある。このとき，
∠x は$\overset{\frown}{DC}$に対する円周角であるから，∠x＝∠CAD＝30°

［答］ 円周上にある。∠x＝30°

30　円周角の定理の逆 啓 P.167～169

右の図は，4 点 A，B，C，D は，同じ円周上にあるか答えなさい。また∠x を求めなさい。



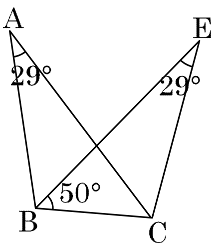
2 点 A，D は直線 BC について同じ側にあり，
∠BAC＝∠BDC であるから，円周角の定理の逆により，
4 点 A，B，C，D は 1 つの円周上にある。このとき，
∠x は$\overset{\frown}{DC}$に対する円周角であるから，∠x＝∠CAD＝30°

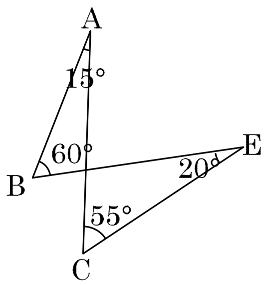
円周上にある。　∠x＝**30°**

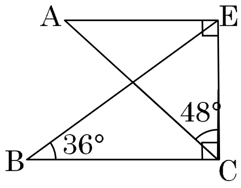
31

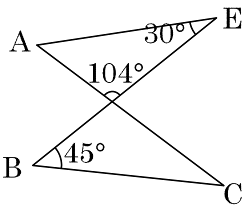
円周角の定理の逆 啓 P.167～169

次のうち，４点 A，B，C，D が同じ円周上にあるものをすべて選び，記号で答えなさい。

㋐


㋑


㋒


㋓


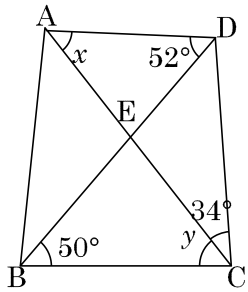
円周角が同じだから

㋐

32

円周角の定理の逆 啓 P.167～169

右の図で，4 点 A，B，C，D が同じ円周上にあるためには，∠x，∠y の大きさは何度でなければならないか，求めなさい。



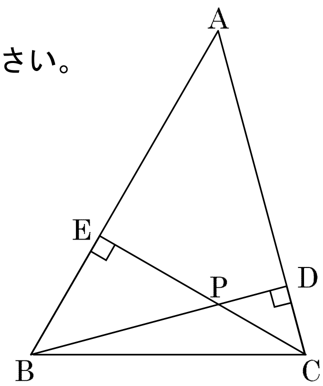
同じ円周上にあるためには，同じ弧に対する円周角は
等しくなければならないから，
∠x＝50,
∠y＝52

∠x＝**50°**　　∠y＝**52°**

33

円周角の定理の逆 啓 P.167～169

次の図のように，△ABC で，頂点 B，C からそれぞれ AC，AB に垂線 BD，CE をひき，その交点を P とする。このとき，A，B，C，D，E，P のうち同じ円周上にある 4 点をすべて答えなさい。またその理由も答えなさい。



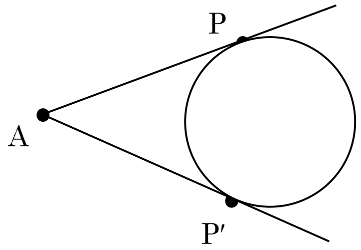
点 **E，D** は直線 **BC** の同じ側にあって，
∠**BEC**＝∠**CDB**＝**90°**だから
4 点 **B，C，D，E** は **1** つの円周上にある。

［4 点］ **B，C，D，E**

34 次の hakken.の法則を読んで解き方を覚えなさい。

円の接線の作図 啓 P.173 hakken.の法則

★定理　円外の 1 点から，その円にひいた 2 つの接線の長さは等しい。



AP＝AP′

例　半径 2cm の円 O の中心から 6cm の距離にある点 A を 1 つとり，点 A を通る円 O の接線 AP，AP′を作図しなさい。

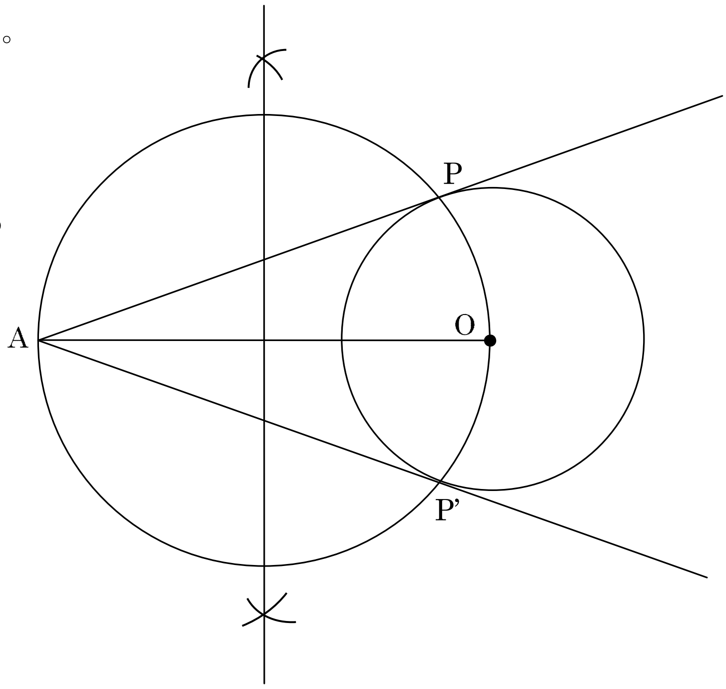
［書き方］

❶ 半径 2cm の円をかく

❷ 円 O の中心から 6cm の距離にある点 A をとる

❸ OA を直径とした円をかく。

❹ その円と，円 O との交点を結ぶ。

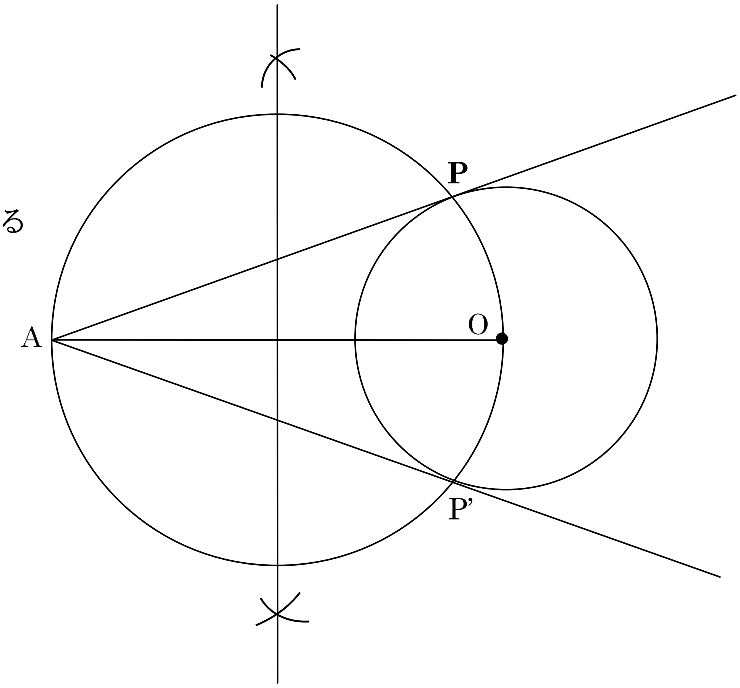


35

円の接線の作図 啓 P.173

半径 2cm の円 O の中心から 6cm の距離にある点 A を 1 つとり，点 A を通る円 O の接線 AP, AP′を作図しなさい。

❶ 半径 **2cm** の円をかく
❷ 円 **O** の中心から **6cm** の距離にある点 **A** をとる
❸ **OA** を直径とした円をかく。
❹ その円と，円 **O** との交点を結ぶ。



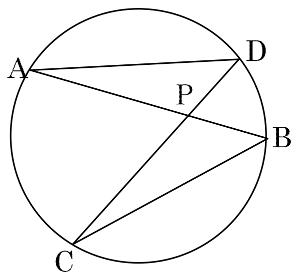
36

次の hakken.の法則を読んで解き方を覚えなさい。

円周角の定理を利用した証明 啓 P.174 hakken.の法則

例 右の図のように，2 つの弦 AB，CD の交点を P とするとき，△DAP∽△BCP となることを証明しなさい。

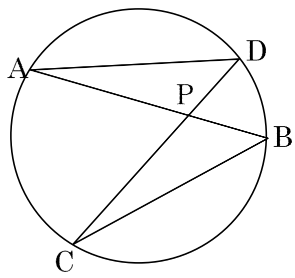
［証明］ △DAP と△BCP において
∠DPA＝∠BPC（対頂角） ･･･①
∠ADP＝∠CBP（円周角） ･･･②
①，②より 2 組の角がそれぞれ等しい
よって，△DAP∽△BCP



37

円周角の定理を利用した証明 啓 P.174

右の図のように，2 つの弦 AB，CD の交点を P とするとき，△DAP∽△BCP となることを証明しなさい。

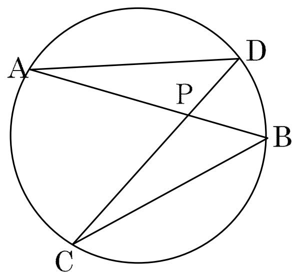


△DAP と△BCP において
∠DPA＝∠BPC（対頂角） ･･･①
∠ADP＝∠CBP（円周角） ･･･②
①，②より 2 組の角がそれぞれ等しい
よって，△DAP∽△BCP

38

円周角の定理を利用した証明 $\boxed{啓}$ P.174

右の図のように，2 つの弦 AB，CD の交点を P とするとき，△DAP∽△BCP となることを証明しなさい。



△DAP と **△BCP** において

∠DPA＝∠BPC（対頂角） ･･･①

∠ADP＝∠CBP（円周角） ･･･②

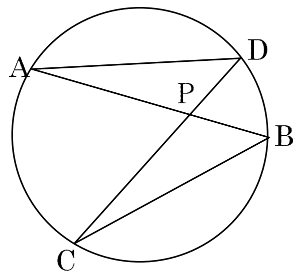
①，②より 2 組の角がそれぞれ等しい

よって，△DAP∽△BCP

39

円周角の定理を利用した証明 $\boxed{啓}$ P.174

右の図のように，2 つの弦 AB，CD の交点を P とするとき，△DAP∽△BCP となることを証明しなさい。



△DAP と **△BCP** において

∠DPA＝∠BPC（対頂角） ･･･①

∠ADP＝∠CBP（円周角） ･･･②

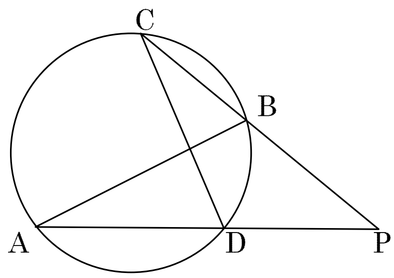
①，②より **2** 組の角がそれぞれ等しい

よって，**△DAP∽△BCP**

40

円周角の定理を利用した証明 $\boxed{啓}$ P.174

右の図のように，円の 2 つの弦 AB，CD が交わっている。2 つの直線 AD，CB をひいて，その交点を P とするとき，△ABP∽△CDP となることを証明しなさい。



△ABP と **△CDP** において

共通だから，**∠APB＝∠CPD** …①

同じ弧に対する円周角は等しいから，

∠BAP＝∠DCP …②

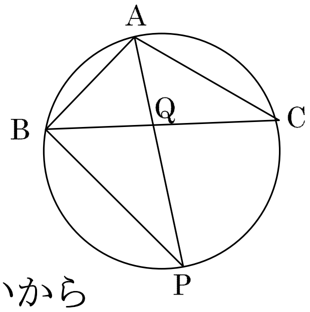
①，②より **2** 組の角が，それぞれ等しい

よって，**△ABP∽△CDP**

41

円周角の定理を利用した証明 啓 P.174

右の図で，A,B,C,P は円周上の点で，BP＝PC である。また，AP と BC の交点を Q とする。△ABP∽△AQC となることを証明しなさい。



△ABP と **△AQC** において

同じ弧に対する円周角は等しいから

∠APB＝∠ACQ …①

BP＝PC より，等しい弧に対する円周角は等しいから

∠BAP＝∠QAC …②

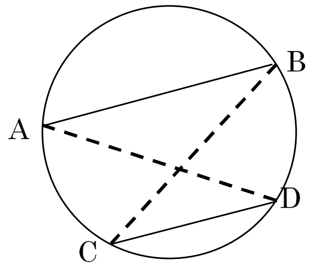
①，②より **2** 組の角がそれぞれ等しい

よって，**△ABP∽△AQC**

42

円周角の定理を利用した証明 啓 P.174

右の図で，AB//CD ならば，$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$ であることを証明しなさい。



AD，**BC** をひく。

AB//CD より，錯角は等しいから，**∠ABC＝∠BCD**

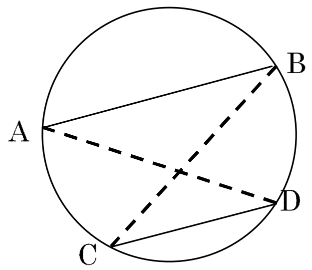
円周角が等しければ，弧の長さは等しいから，

$\overset{\frown}{\mathbf{AC}}=\overset{\frown}{\mathbf{BD}}$

43

円周角の定理を利用した証明 啓 P.174

右の図で，$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$ ならば，AB//CD であることを証明しなさい。



AD，**BC** をひく。

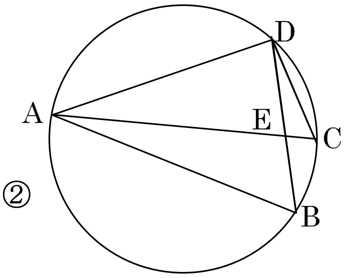
$\overset{\frown}{\mathbf{AC}}=\overset{\frown}{\mathbf{BD}}$ より，円周角は等しいから，

∠ABC＝∠BCD

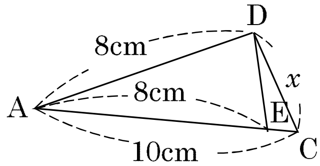
錯角が等しいから，**AB//CD**

44 円周角の定理を利用した証明 啓 P.174

右の図で，AB＝AC，AD＝AE，∠BAC＝∠CAD です。AB＝10cm，AD＝8cm のとき，
線分 CD の長さを求めなさい。



△ADC と△DEC で，
仮定より，**∠BAC＝∠CAD** …①
同じ弧に対する円周角は等しいから，**∠BAC＝∠BDC** …②
①②より，**∠CAD＝∠CDE** …③
共通より，**∠DCA＝∠ECD** …④
③④より **2** 組の角がそれぞれ等しいので，**△ADC∽△DEC**
相似な三角形の対応する辺の比は等しいので，
AC：DC＝DC：EC，DC＝x とおくと
$10 : x = x : (10-8)$
$10 : x = x : 2$ **$x^2 = 20$**
$x = \pm 2\sqrt{5}$

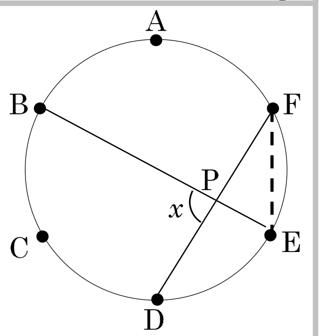


長さなので負の値はふさわしくない。よって **$2\sqrt{5}$ cm** **$2\sqrt{5}$ cm**

45 次の hakken.の法則を読んで解き方を覚えなさい。

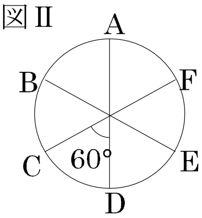
学びを身につけよう（１） 啓 P.178～179 hakken.の法則

例 次の図で，点 A,B,C,D,E,F は，円周を 6 等分した点である。
∠x の大きさを求めなさい。



［解き方］ FE をひく。図Ⅱより，$\overset{\frown}{DE}$ の中心角は 360÷6＝60°
よって，円周角は 30°(＝∠PFE)
$\overset{\frown}{BF}$ の円周角は 60°(＝∠BEF)
△FPE で，∠FPE＝180－(30＋60)
＝90
対頂角は等しいから，∠x＝90

図Ⅱ

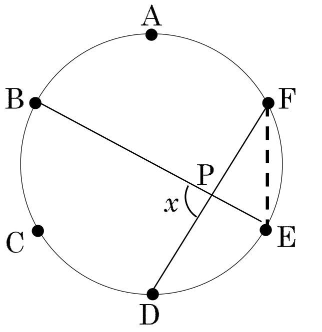


［答］ 90°

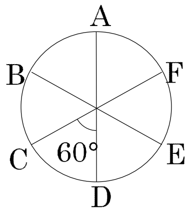
46

学びを身につけよう 啓 P.178～179

次の図で，点 A,B,C,D,E,F は，円周を 6 等分した点である。
∠x の大きさを求めなさい。



FE をひく。図Ⅱより，$\overset{\frown}{\mathbf{DE}}$ の中心角は **360÷6＝60°**
よって，円周角は **30°(＝∠PFE)**
$\overset{\frown}{\mathbf{BF}}$ の円周角は **60°(＝∠BEF)**
△**FPE** で，∠**FPE＝180－(30＋60)**
＝**90**
対頂角は等しいから，∠$\boldsymbol{x}$**＝90**

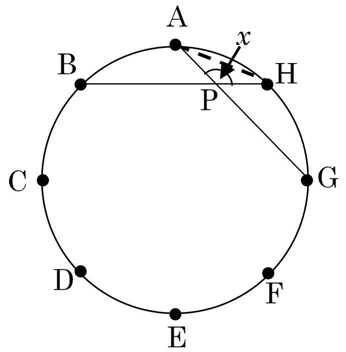


90°

47

学びを身につけよう 啓 P.178～179

次の図で，点 A,B,C,D,E,F,G,H は，円周を 8 等分した点である。
∠x の大きさを求めなさい。



AH をひく
$\overset{\frown}{\mathbf{AB}}$**,** $\overset{\frown}{\mathbf{GH}}$ の中心角は **360÷8＝45°**
よって，$\overset{\frown}{\mathbf{AB}}$**,** $\overset{\frown}{\mathbf{GH}}$ の円周角は **45÷2＝22.5°**
△**APH** で，
∠$\boldsymbol{x}$**＝180－(22.5×2)＝135°**

135°

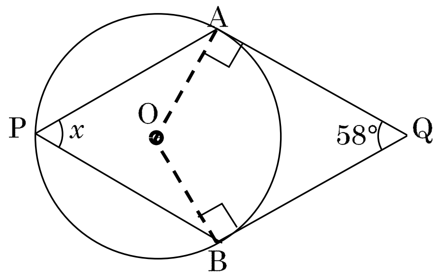
48

次の hakken.の法則を読んで解き方を覚えなさい。

学びを身につけよう（２） 啓 P.178～179　　hakken.の法則

例　次の図で，AQ，BQ は円 O の接線である。∠x の大きさを求めなさい。

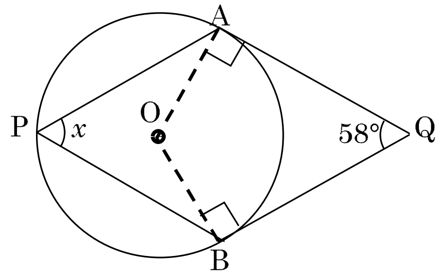
［解き方］　円 O の中心から，点 A,B に線をひくと
QA⊥OA，QB⊥OB
四角形 AOBQ で，∠QAO＝∠QBO＝90°
∠AOB＝360°－(90°×2＋58°)
＝122°
$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ の中心角は 122°
AB の円周角は 61°したがって
∠x＝61°　　　　［答］61°



49

学びを身につけよう 啓 P.178～179

次の図で，AQ，BQ は円 O の接線である。$\angle x$ の大きさを求めなさい。



円 **O** の中心から，点 **A,B** に線をひくと

QA⊥OA，QB⊥OB

四角形 **AOBQ** で，∠**QAO**＝∠**QBO**＝**90°**

∠**AOB**＝**360°**－(**90°**×**2**＋**58°**)

＝**122°**

$\overset{\frown}{\mathbf{AB}}$ の円周角は **61°** したがって

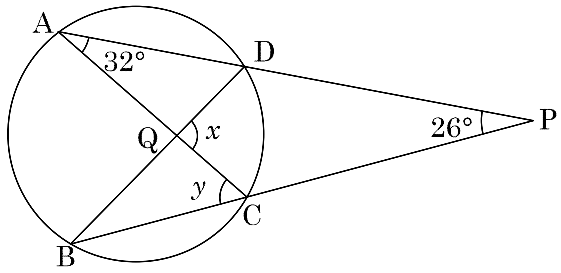
$\angle x$＝**61°**

61°

50

学びを身につけよう 啓 P.178～179

$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めなさい。



△**ACP** で，

三角形の内角と外角の性質から，

y＝**26°**＋**32°**

＝**58°**

△**QBC** で，

$\overset{\frown}{\mathbf{DC}}$ に対する円周角だから，

∠**DAC**＝∠**DBC**＝**32°**

三角形の内角と外角の性質から，

x＝**58°**＋**32°**

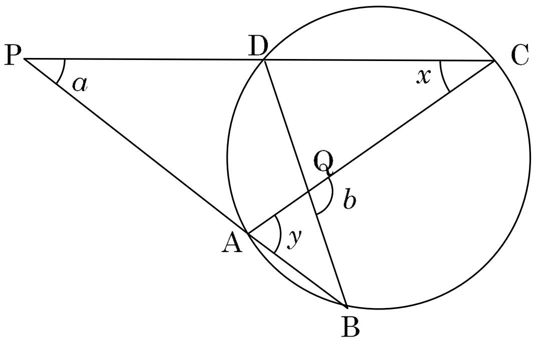
＝**90°**

x＝**90°**　　y＝**58°**

51

学びを身につけよう 啓 P.178～179

次の問いに答えなさい。



① $y-x=a$ であることを証明しなさい。

△PCA で，

三角形の内角と外角の性質より，

$$\boldsymbol{a+x=y}$$

$$\boldsymbol{-y+x=-a}$$

$$\boldsymbol{y-x=a}$$

② $x+y=b$ であることを証明しなさい。

$\overset{\frown}{\mathbf{DA}}$ の円周角より，$\angle \boldsymbol{x}=\angle \mathbf{B}$…①

△ABQ で，

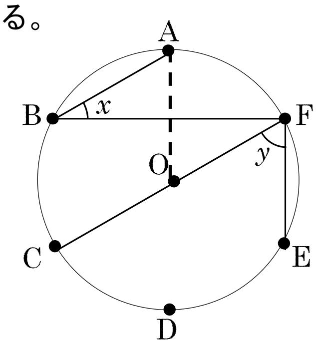
①と三角形の内角と外角の性質より，

$$\boldsymbol{x+y=b}$$

52

学びを身につけよう 啓 P.178～179

次の図で，A，B，C，D，E，F は円 O の円周を 6 等分する点である。
$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めなさい。



AO をひく，$\angle$AOF＝360÷6
＝60°

$\angle x$＝60÷2
＝30°

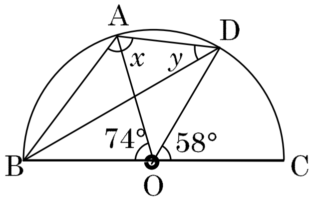
$\angle y$＝$\angle x$×2
＝60°

$\angle x$＝**30°**　　$\angle y$＝**60°**

53 　　学びを身につけよう 啓 P.178～179

次の図で，∠x，∠y の大きさを求めなさい。

① BC は直径



$\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角，中心角の関係から，

∠$\boldsymbol{y}$＝74°÷2

＝37°　…①

∠AOD＝180°－(74°＋58°)

＝48°

∠ABD＝48°÷2

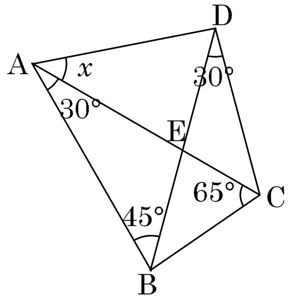
＝24°　…②

①，②より，

∠$\boldsymbol{x}$＝180°－(37°＋24°)

＝119°

②



△ABE で，内角と外角の関係から

∠BEC＝30°＋45°

＝75°

△EBC で，

∠EBC＝180°－(75°＋65°)

＝40°

∠BAC＝∠BDC だから，

A,D,C,D は同じ円周上にある

$\overset{\frown}{DC}$ に対する円周角だから，

∠$\boldsymbol{x}$＝∠EBC＝40°

②別解　∠BAC＝∠BDC だから，A,B,C,D は同じ円周上にある。

よって，∠ABD＝∠ACD＝45°，∠DBC＝180°－(30°＋45°＋65°)＝40°

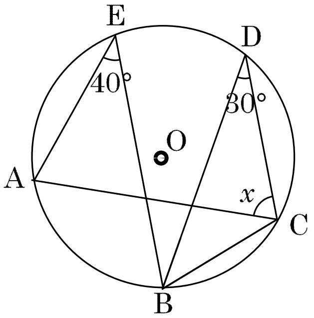
$\overset{\frown}{DC}$ に対する円周角だから，∠$\boldsymbol{x}$＝∠DBC＝40°

∠x＝**119°**　　∠y＝**37°**　　∠x＝**40°**

54 学びを身につけよう 啓 P.178～179

次の図で，∠x の大きさを求めなさい。

① $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$



$\overset{\frown}{AB}$＝$\overset{\frown}{CD}$ だから，

∠AEB＝∠DBC=∠ACB=40°

△BCD において，

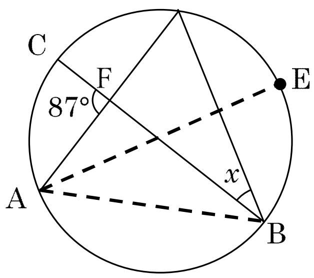
30＋40＋40＋x＝180

∠x＝180－30－40－40

＝70

∠x＝**70°**

② $\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{DE}=\overset{\frown}{EB}$



AB,AE をひく。

$\overset{\frown}{AC}$＝$\overset{\frown}{CD}$＝$\overset{\frown}{DE}$＝$\overset{\frown}{EB}$，よって，

∠x＝∠ABC＝∠EAB＝∠DAE

三角形の内角と外角の性質から，

△FAB において，

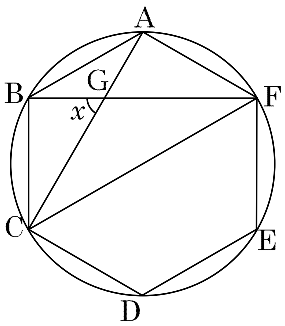
3x＝87°，x＝29°

∠x＝**29°**

55 学びを身につけよう 啓 P.178～179

次の図で，∠x の大きさを求めなさい。

① ABCDEF は正六角形



CF は直径だから，∠CBF＝90°

AB=CD=DE=EF だから

∠BCA＝$\frac{1}{3}$∠CBF＝$\frac{1}{3}$×90＝30°

△BCG において，

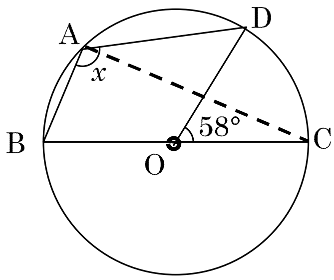
90°＋30°＋x＝180°

x＝180°－90°－30°

＝60°

∠x＝**60°**

② BC は直径



AC をひく，

BC は直径だから，

∠BAC＝90°

DC に対する円周角，中心角から，

∠DAC＝58÷2

＝29°

x＝90＋29＝119°

∠x＝**119°**

56

学びを身につけよう 啓 P.178〜179

次の円周角を求めなさい。

① 円周の$\frac{5}{6}$の弧に対する円周角　　② 円周の$\frac{4}{9}$の弧に対する円周角

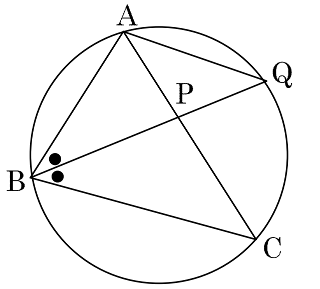
$360°\times\frac{5}{6}\times\frac{1}{2}=150°$　　$360°\times\frac{4}{9}\times\frac{1}{2}=80°$

150°　　**80°**

57

学びを身につけよう 啓 P.178〜179

右の図で，円周上に△ABC があり，∠ABC の二等分線をひき，辺 AC と $\overset{\frown}{AC}$ との交点をそれぞれ P，Q とするとき，△ABQ∽△PAQ であることを証明しなさい。



$\overset{\frown}{CQ}$ の円周角だから，∠**CAQ**＝∠**CBQ**…①

仮定より，∠**CBQ**＝∠**ABQ**…②

①，②より，∠**ABQ**＝∠**CAQ(**∠**PAQ)**…③

△**ABQ** と△**PAQ** で，

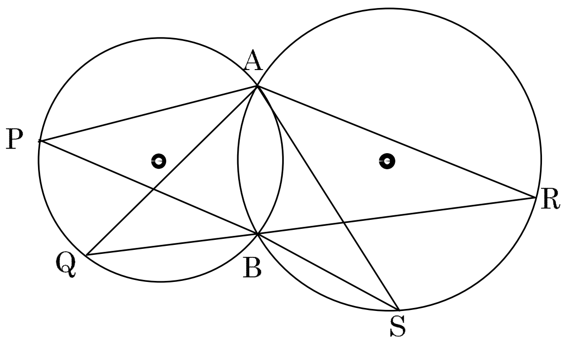
共通だから，∠**BQA**＝∠**AQP**…④

③，④より，**2** 組の角がそれぞれ等しいから，△**ABQ**∽△**PAQ**

58

学びを身につけよう 啓 P.178〜179

右の図で，2 つの円が 2 点 A,B で交わり，PQRS が 2 つの円周上にあるとき，△AQR∽△APS であることを証明しなさい。



同じ円周上で，

$\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角だから，

∠**APB**＝∠**AQB**…①

∠**ARB**＝∠**ASB**…②

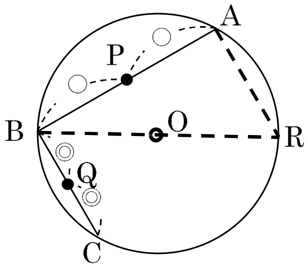
△**AQR** と△**APS** で，

①，②より，**2** 組の角がそれぞれ等しいから，△**AQR**∽△**APS**

59

学びを身につけよう 啓 P.178～179

右の図で，円周上に 3 点 A,B,C がある。AB,BC の中点をそれぞれ P,Q とするとき，点 B,O,P,Q は同じ円周上にあることを証明しなさい。



B を通る直径をひき，円周との交点を **R** とする。

また **A** と **R** を結ぶ。

∠BAR＝90°

△BAR で，**BO＝RO(**半径**)**，中点連結定理より，**PO//AR**

よって，**∠BPO＝90°**…①

同じようにして，**∠BQO＝90°**…②

①，②から，点 **B,O,P,Q** は**(BO** を直径とする**)**同じ円周上にある

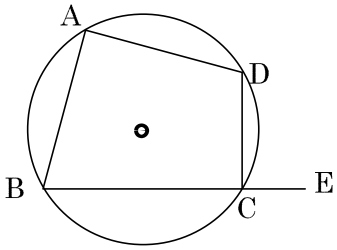
60

次の hakken.の法則を読んで解き方を覚えなさい。

円に内接する四角形 hakken.の法則

★4 つの頂点が 1 つの円周上にある四角形を**円に内接する四角形**という。

また，その円をその四角形の**外接円**(がいせつえん)という。



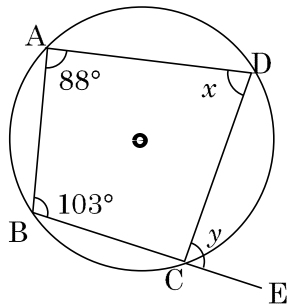
このとき，次の性質がある。

∠A＋∠C＝180°

∠B＋∠D＝180°

∠DCE＝∠A

例 次の図で，$\angle x$，$\angle y$ の値を求めなさい。



［解き方］ ∠B＋∠D＝180°より，$\angle x$＝180－103

＝77°

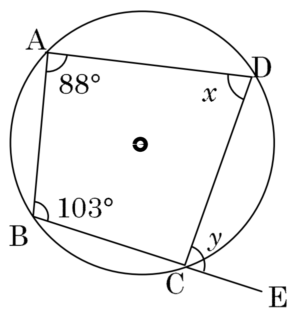
∠DCE＝∠A より，$\angle y$＝88°

［答］ $\angle x$＝77° $\angle y$＝88°

61

円に内接する四角形

次の図で，$\angle x$，$\angle y$ の値を求めなさい。



∠B＋∠D＝180°より，**∠*x*＝180－103**

＝77°

∠DCE＝∠A より，**∠*y*＝88°**

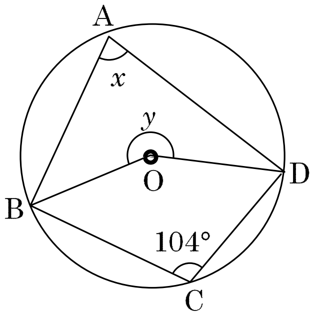
$\angle x$＝**77°** $\angle y$＝**88°**

62

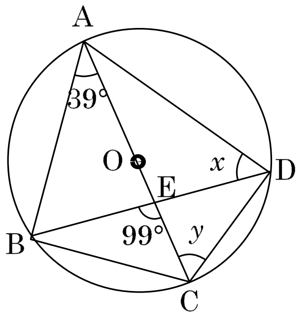
円に内接する四角形

次の図において，$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めなさい。ただし，②の AC は円 O の直径である。

①



②



$\angle x = 180° - 104° = 76°$

$\angle y$ は、弧 BD の中心角だから,

$\angle y = 104° \times 2 = 208°$

$\angle x =$ **76°**　　$\angle y =$ **208°**

AC は直径だから、

$\angle ADC = 90°$

$\overset{\frown}{BC}$ の円周角だから、

$\angle BDC = \angle BAC = 39°$

$\angle x = 90 - 39 = 51°$

$\triangle ECD$ において,

$\angle DEC = 180 - 99 = 81°$

$\angle EDC = 39°$

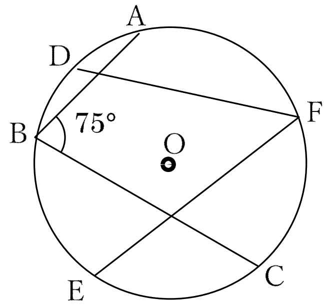
$\angle y = 180 - (81 + 39) = 60°$

$\angle x =$ **51°**　　$\angle y =$ **60°**

63

円に内接する四角形

次の図で，3 点 A，B，C は円 O の周上の点で，∠ABC＝75°である。$\overset{\frown}{AB}$，$\overset{\frown}{BC}$，$\overset{\frown}{CA}$ を二等分する円 O 周上の点をそれぞれ D，E，F とするとき，∠DFE の大きさを求めなさい。



∠DFE＝∠DFB＋∠EFB となる

∠DFB＝$\frac{1}{2}$∠AFB，∠EFB＝$\frac{1}{2}$∠CFB なので

∠DFE＝$\frac{1}{2}$∠AFB＋$\frac{1}{2}$∠CFB

＝$\frac{1}{2}$(∠AFB＋∠CFB)

円に接する四角形 **ABCF** の対角の和は **180°**になるので

∠ABC＋∠AFB＋∠CFB＝180°

∠AFB＋∠CFB＝180°－∠ABC

＝180°－75°

＝105°

∠DFE＝$\frac{1}{2}$×105°

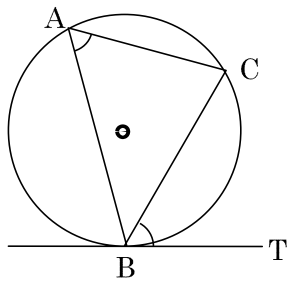
＝52.5°

52.5°

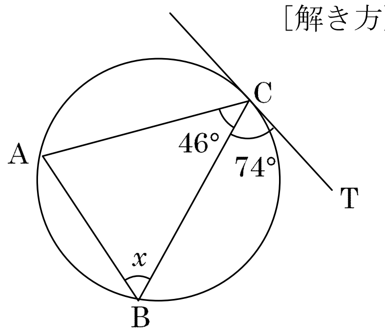
64 次の hakken.の法則を読んで解き方を覚えなさい。

円と接線 hakken.の法則

★右の図で，∠BAC＝∠CBT



例 下の図で，直線 T が円の接線であるとき，∠x の値を求めなさい。



［解き方］

∠A＝74°

△ABC で，

∠x＝180－(74＋46)

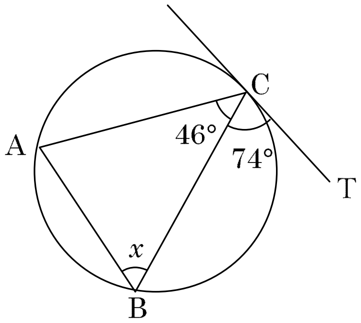
∠x＝60°

［答］ 60°

65

円と接線

右の図で，直線 T が円の接線であるとき，$\angle x$ の値を求めなさい。



$\angle$A＝74°
△ABC で,
$\angle x$＝180－(74＋46)
$\angle x$＝60°

60°

66

啓林館　中３　６章　円の性質

１節　円周角と中心角

教科書　目次		hakken.教材　QR コード
1　円周角と中心角	P. 162~163	QR 1~2
円周角の定理	P. 164~165	QR 3~21
等しい弧に対する円周角	P. 165~166	QR 22~28
2　円周角の定理の逆	P. 167~169	QR 29~33

２節　円の性質の利用

教科書　目次		hakken.教材　QR コード
1　円の性質の利用		
円の接線の作図	P. 173	QR 34~35
円周角の定理を利用した証明	P. 174	QR 36~44
章末問題		
学びを身につけよう	P. 178~179	QR 45~59
円に接する四角形		QR 60~63
円と接線		QR 64~65