

1 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

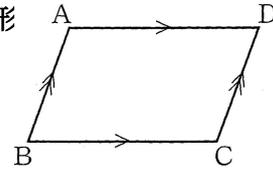
**平行四辺形の定義** 啓 P.139

**hakken.の法則** 

★平行四辺形の定義…2組の向かいあう辺がそれぞれ平行な四角形

四角形 ABCD で,  $AB \parallel DC, AD \parallel BC$

◎四角形は, となりどうしの角をたすと **180°**になる。



2

ABCDE

空らんをうめなさい。

平行四辺形の定義 啓 P.139

○ 平行四辺形の定義とは, ( **2組の向かいあう辺が, それぞれ平行な四角形** ) である。

○ 平行四辺形は, となりどうしの角をたすと ( **180** ) °になる。

3

ABCDE

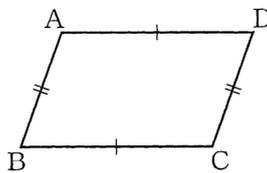
次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

**平行四辺形の定理** 啓 P.140

**hakken.の法則** 

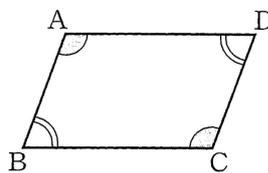
★平行四辺形の性質 (定理)

1 平行四辺形の 2組の向かいあう辺は等しい。



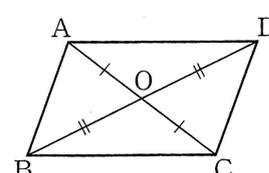
$AB=DC, AD=BC$

2 平行四辺形の 2組の向かいあう角は等しい。



$\angle A = \angle C, \angle B = \angle D$

3 平行四辺形の対角線は, それぞれの midpoint で交わる。



$OA=OC, OB=OD$

4

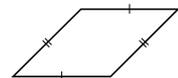
AB

次のことがらは, 平行四辺形の性質(定理)と性質の内容を示したものです。

空らんをうめなさい。また性質の内容を, 図に印なさい。

平行四辺形の定理 啓 P.140

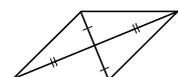
平行四辺形の 2組の向かいあう辺は等しい。



平行四辺形の 2組の向かいあう角は等しい。



平行四辺形の対角線は, それぞれの midpoint で交わる。

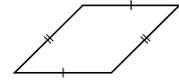


5

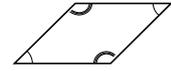
平行四辺形の定理 啓 P.140

AB 次のことがらは、平行四辺形の性質(定理)と性質の内容を示したものです。  
空らんをうめなさい。また性質の内容を、図に印なさい。

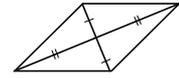
平行四辺形の 2 組の向かいあう辺は等しい。



平行四辺形の 2 組の向かいあう角は等しい。



平行四辺形の対角線は、それぞれの中点で交わる。

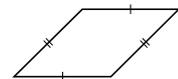


6

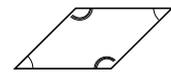
平行四辺形の定理 啓 P.140

ABCDE 平行四辺形の性質(定理)を書き、また性質の内容を、図に印なさい。

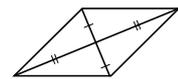
平行四辺形の 2 組の向かいあう辺は等しい。



平行四辺形の 2 組の向かいあう角は等しい。



平行四辺形の対角線は、それぞれの中点で交わる。



7

次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

CDE

平行四辺形の定理の証明 啓 P.140~141

hakken. の法則

例 「平行四辺形の 2 組の向かいあう辺は等しい。」という平行四辺形の性質を証明しなさい。

[証明] □ABCD で、対角線 AC をひく。

△ABC と △CDA で、平行線の錯角は等しいので、

AB//DC から、 $\angle BAC = \angle DCA$  …①

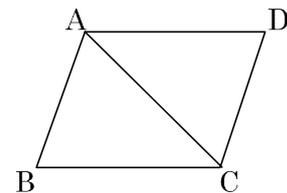
AD//BC から、 $\angle ACB = \angle CAD$  …②

AC は共通だから、 $AC = CA$  …③

①②③から、1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから、 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$

対応する辺だから、 $AB = CD$ ,  $BC = DA$

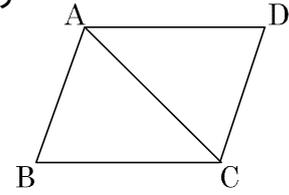
したがって、平行四辺形の 2 組の向かいあう辺は等しい。



8

平行四辺形の定理の証明 啓 P.140～141

CDE 「平行四辺形の2組の向かいあう辺は等しい。」という平行四辺形の性質を証明しなさい。



□ABCD で、対角線 AC をひく。

△ABC と △CDA で、平行線の錯角は等しいので、

AB//DC から、 $\angle BAC = \angle DCA$  …①

AD//BC から、 $\angle ACB = \angle CAD$  …②

AC は共通だから、 $AC = CA$  …③

①②③から、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから、

$\triangle ABC \equiv \triangle CDA$

対応する辺だから、 $AB = CD$ ,  $BC = DA$

したがって、平行四辺形の2組の向かいあう辺は等しい。

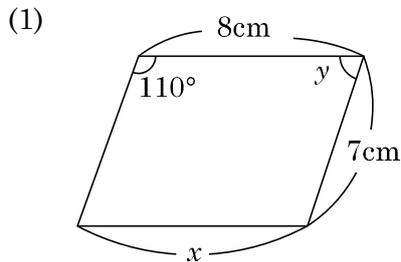
9 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

平行四辺形の利用 啓 P.142

hakken.の法則

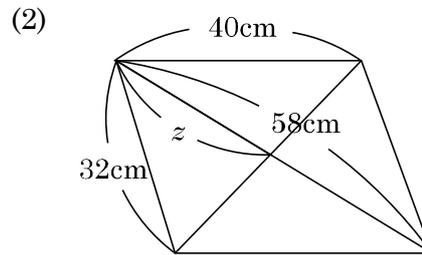
例 次の平行四辺形で、 $x$ ,  $y$ ,  $z$  の値を求めなさい。



[解き方]  $x = 8$

$$\angle y = 180 - 110 = 70^\circ$$

[答]  $x = 8 \text{ cm}$ ,  $\angle y = 70^\circ$

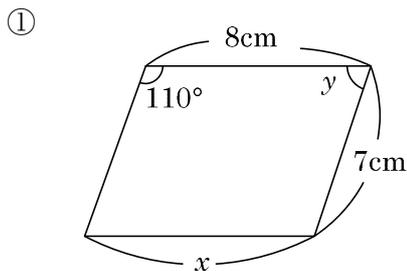


$$z = 58 \div 2 = 29$$

[答]  $z = 29 \text{ cm}$

10 平行四辺形の利用 啓 P.142

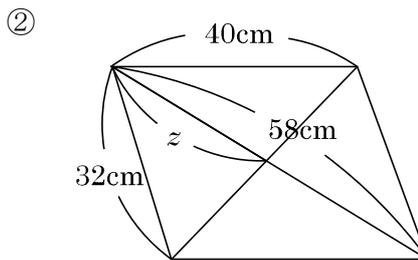
ABCDE 次の平行四辺形で、 $x$ 、 $y$ 、 $z$ の値を求めなさい。



$$x=8$$

$$\angle y=180-110=70^\circ$$

$x=8\text{cm}, \angle y=70^\circ$

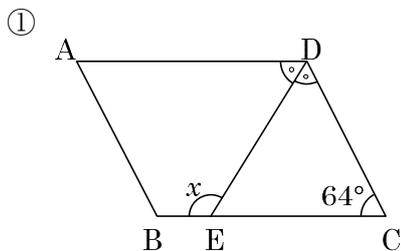


$$z=58\div 2=29$$

$z=29\text{cm}$

11 平行四辺形の利用 啓 P.142

DE 次の①②の平行四辺形で、 $x$ の値を求めなさい。



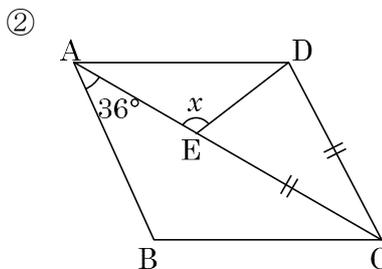
$$\angle ADC=180-64=116^\circ$$

$$\angle CDE=116\div 2=58^\circ$$

三角形の内角と外角の関係から

$$\angle x=58+64=122^\circ$$

$\angle x=122^\circ$



平行線の錯角は等しいから

$$\angle DCE=36^\circ$$

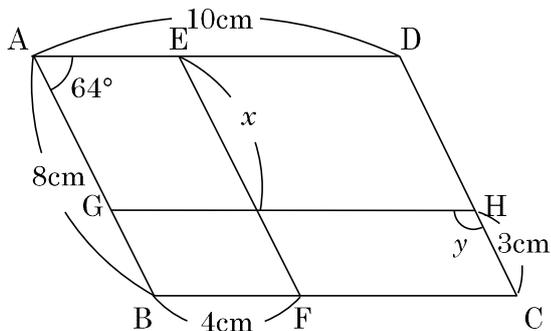
$$\angle CED=(180-36)\div 2=72^\circ$$

$$\angle x=180-72=108^\circ$$

$\angle x=108^\circ$

12 平行四辺形の利用 啓 P.142

BCDE 次の平行四辺形 ABCD で、 $AB\parallel EF$ 、 $AD\parallel GH$  のとき、 $x$ 、 $y$ の値をそれぞれ求めなさい。



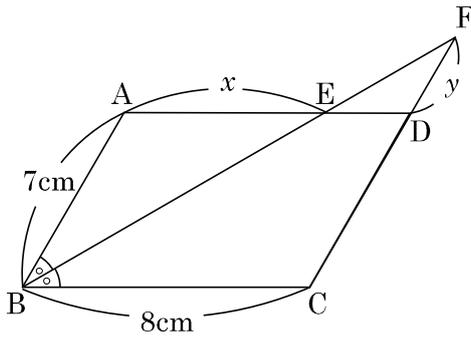
$$\angle y=180-64=116$$

$x=5\text{cm}, y=116^\circ$

13

平行四辺形の利用 啓 P.142

E 次の平行四辺形で、 $x$ 、 $y$ の値をそれぞれ求めなさい。



$\triangle ABE$ において  
 平行線の錯角は等しいから  
 $\angle AEB = \angle EBC$ 、よって $\triangle ABE$ は、二等辺三角形  
 $x = 7$   
 $\triangle DEF$ において、 $\angle DEF = \angle AEB$  (対頂角)、  
 $\angle ABE = \angle DFE$  (錯角)、よって  
 $\triangle DEF$ は、二等辺三角形、 $y = 8 - 7 = 1$

$x = 7\text{cm}, y = 1\text{cm}$

14 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

平行四辺形になるための条件 啓 P.143~145

hakken.の法則

★平行四辺形になるための条件…四角形は、次のどれかが成り立てば平行四辺形である。

- |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|
| <p>1 2組の向かい<br/>あう辺が<br/>それぞれ平行<br/>である。<br/>(定義)</p> <p>AB // DC<br/>AD // BC</p> | <p>2 2組の向かい<br/>あう辺が<br/>それぞれ<br/>等しい。<br/>(定理)</p> <p>AB = DC<br/>AD = BC</p> | <p>3 2組の向かい<br/>あう角が<br/>それぞれ<br/>等しい。<br/>(定理)</p> <p><math>\angle A = \angle C</math><br/><math>\angle B = \angle D</math></p> | <p>4 対角線が、<br/>それぞれの<br/>中点で交わる。<br/>(定理)</p> <p>AO = CO<br/>BO = DO</p> | <p>5 1組の向かい<br/>あう辺が、<br/>等しくて<br/>平行である。<br/>(定理)</p> <p>AD = BC<br/>AD // BC</p> |
|--|--|--|--|--|

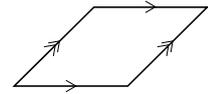
◎AB = DC, AB // DC  
でもよい。

15

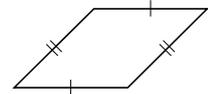
平行四辺形になるための条件 啓 P.143~145

AB 次のことがらは、平行四辺形になるための条件と、それを図に示したものです。空らんをうめなさい。また平行四辺形になるための条件を、図に印なさい。

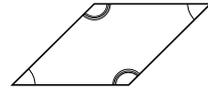
2組の向かいあう辺がそれぞれ平行である。



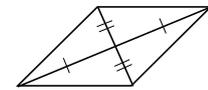
2組の向かいあう辺がそれぞれ等しい。



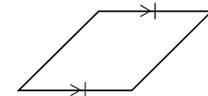
2組の向かいあう角がそれぞれ等しい。



対角線が、それぞれの中点で交わる。



1組の向かいあう辺が、等しくて平行である。

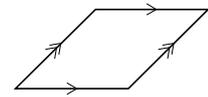


16

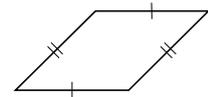
平行四辺形になるための条件 啓 P.143~145

A 次のことがらは、平行四辺形になるための条件と、それを図に示したものです。空らんをうめなさい。また平行四辺形になるための条件を、図に印なさい。

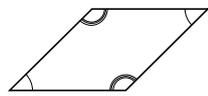
2組の向かいあう辺がそれぞれ平行である。



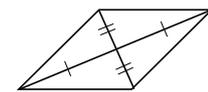
2組の向かいあう辺がそれぞれ等しい。



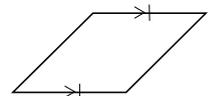
2組の向かいあう角がそれぞれ等しい。



対角線が、それぞれの中点で交わる。



1組の向かいあう辺が、等しくて平行である。

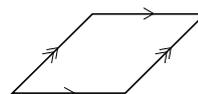


17

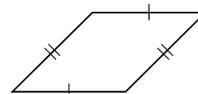
平行四辺形になるための条件 啓 P.143~145

A 次のことがらは、平行四辺形になるための条件と、それを図に示したものです。空らんをうめなさい。また平行四辺形になるための条件を、図に印なさい。

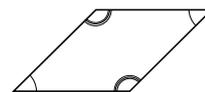
2組の向かいあう辺がそれぞれ平行である。



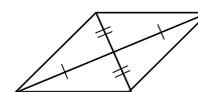
2組の向かいあう辺がそれぞれ等しい。



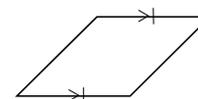
2組の向かいあう角がそれぞれ等しい。



対角線が、それぞれの中点で交わる。



1組の向かいあう辺が、等しくて平行である。

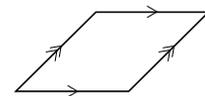


18

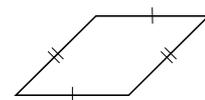
平行四辺形になるための条件 啓 P.143~145

A 次のことがらは、平行四辺形になるための条件と、それを図に示したものです。空らんをうめなさい。また平行四辺形になるための条件を、図に印なさい。

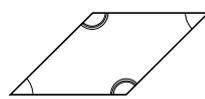
2組の向かいあう辺がそれぞれ平行である。



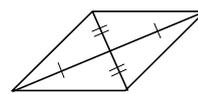
2組の向かいあう辺がそれぞれ等しい。



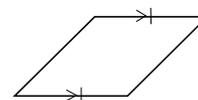
2組の向かいあう角がそれぞれ等しい。



対角線が、それぞれの中点で交わる。

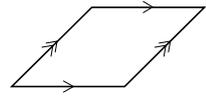


1組の向かいあう辺が、等しくて平行である。

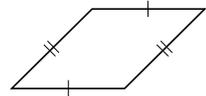


19 平行四辺形になるための条件 啓 P.143~145  
 ABCDE 平行四辺形になるための条件を5つ答えなさい。また平行四辺形になるための条件を、図に印なさい。

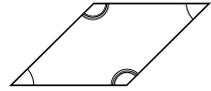
2組の向かいあう辺がそれぞれ平行である。



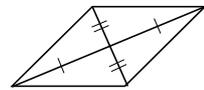
2組の向かいあう辺がそれぞれ等しい。



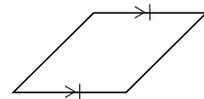
2組の向かいあう角がそれぞれ等しい。



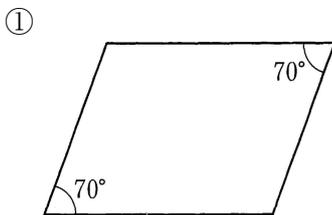
対角線が、それぞれの中点で交わる。



1組の向かいあう辺が、等しくて平行である。

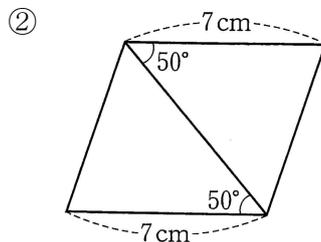


20 平行四辺形になるための条件 啓 P.143~145  
 E 次の四角形は、平行四辺形であるといえるか。平行四辺形であるものは、その条件も述べなさい。



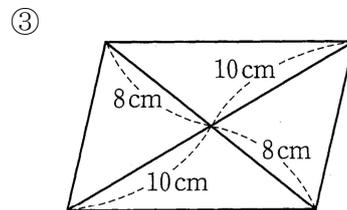
いえない

条件 ×



いえる

1組の向かいあう辺が  
等しくて平行である。



いえる

対角線がそれぞれ  
の中点で交わる。

21

平行四辺形になるための条件 啓 P.143~145

BCDE 四角形 ABCD の対角線の交点を O とするとき、次の条件のうち、四角形 ABCD が平行四辺形になるものをすべて選び、記号で答えなさい。

- |                              |  |
|------------------------------|--|
| ㉠ AB // CD, AD // BC         | ㉡ AB // CD, AD=BC                            |
| ㉢ AD // BC, AD=BC            | ㉣ $\angle A=70^\circ$ , $\angle B=110^\circ$ |
| ㉤ AD=BC, $\angle A=\angle C$ | ㉥ AO=BO, CO=DO                               |
| ㉦ AO=CO, BO=DO               |  |

㉡, ㉣, ㉥は台形にもなるので×

㉠, ㉢, ㉦

22 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

平行四辺形であることの証明 啓 P.145~146

hakken.の法則 

★平行四辺形であることを証明するときは、『対角線が、それぞれの中点で交わる』

『1組の対辺が平行で長さが等しい』を使うことが多い。

例 下の図のように平行四辺形 ABCD の AD, BC 上に、それぞれ点 E, F を  $AE=CF$  となるようにとるとき四角形 EBF D は平行四辺形になることを証明しなさい。

[証明] 平行四辺形は2組の向かいあう辺が

それぞれ等しいので、 $AD=BC$  …①

仮定より、 $AE=CF$  …②

①②より、 $AD-AE=BC-CF$

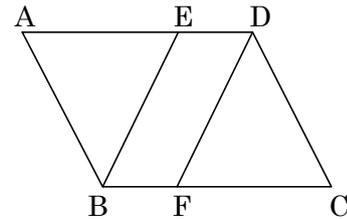
よって、 $ED=BF$  …③

平行四辺形は2組の向かい合う辺がそれぞれ平行なので、 $AD \parallel BC$

つまり、 $ED \parallel BF$  …④

③④より、1組の向かい合う辺が平行で長さが等しいので、

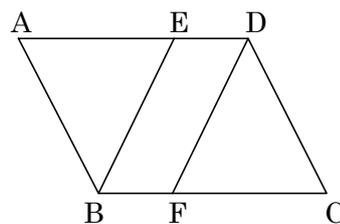
四角形 EBF D は平行四辺形



23

平行四辺形であることの証明 啓 P.145～146

BCDE 下の図のように平行四辺形 ABCD の AD, BC 上に, それぞれ点 E, F を  $AE=CF$  となるようにとるとき四角形 EBF D は平行四辺形になることを証明しなさい。



平行四辺形は 2 組の向かいあう辺がそれぞれ等しいので,  $AD=BC$  …①

仮定より,  $AE=CF$  …②

①②より,  $AD-AE=BC-CF$

よって,  $ED=BF$  …③

平行四辺形は 2 組の向かいあう辺がそれぞれ平行なので,  $AD \parallel BC$  つまり,  $ED \parallel BF$  …④

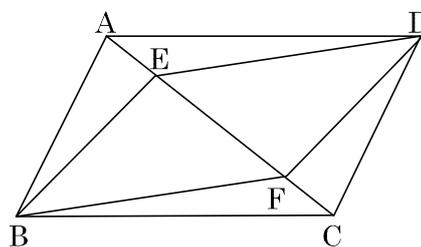
③④より,

1 組の向かいあう辺が平行で長さが等しいので, 四角形 EBF D は平行四辺形

24

平行四辺形であることの証明 啓 P.145～146

CDE 平行四辺形 ABCD の対角線 AC 上に  $AE=CF$  となるように点 E, F をとると, 四角形 EBF D は平行四辺形となることを証明しなさい。



$\triangle ABE$  と  $\triangle CDF$  において,

仮定より,  $AE=CF$  …①

$AB \parallel DC$  の錯角は等しいから,

$\angle BAE = \angle DCF$  …②

平行四辺形の向かいあう辺は等しいから,

$AB=CD$  …③

①②③より, 2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

よって,  $\triangle ABE \cong \triangle CDF$

よって,  $EB=FD$  …④

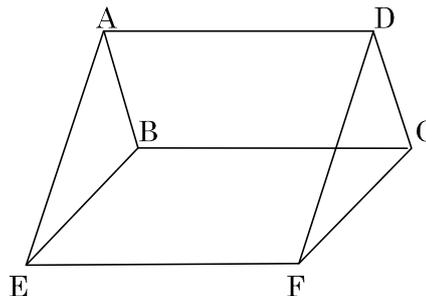
同様にして,  $ED=FB$  …⑤

④⑤より 2 組の向かいあう辺がそれぞれ等しいしたがって, 四角形 EBF D は平行四辺形

25

平行四辺形であることの証明 啓 P.145~146

E 右の図で、四角形 ABCD, BEFC がともに平行四辺形ならば、四角形 AEFB は平行四辺形であることを証明しなさい。



仮定より、 $AD \parallel BC \dots ①$

$BC \parallel EF \dots ②$

①②より、 $AD \parallel EF \dots ③$

平行四辺形の 2 組の向かいあう辺はそれぞれ等しいから

$AD = BC \dots ④$

$BC = EF \dots ⑤$

④⑤より、 $AD = EF \dots ⑥$

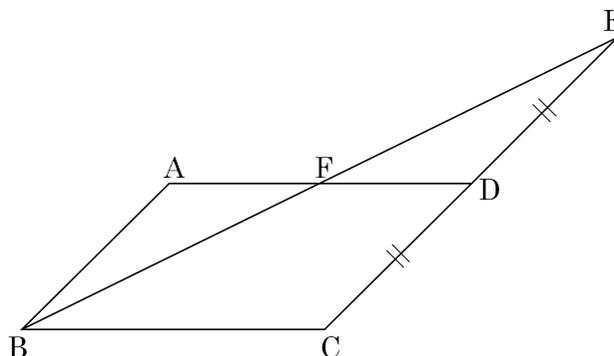
③⑥より、1 組の向かいあう辺が等しくて平行

よって、四角形 AEFB は平行四辺形

26

平行四辺形であることの証明 啓 P.145~146

E 右の図で平行四辺形 ABCD の辺 CD の延長上に、 $CD = DE$  となる点 E をとり、線分 BE と辺 AD との交点を F とする。このとき、 $AF = DF$  であることを証明しなさい。



$\triangle ABF$  と  $\triangle DEF$  において、

仮定より、 $CD = DE \dots ①$

平行四辺形 ABCD で、

2 組の向かいあう辺は

それぞれ等しいから、

$CD = AB \dots ②$

①②より、 $AB = DE \dots ③$

平行四辺形 ABCD で 2 組の向かいあう辺はそれぞれ平行であり、

$AB \parallel CE$  の錯角は等しいから、 $\angle ABF = \angle DEF \dots ④$

$\angle BAF = \angle EDF \dots ⑤$

③④⑤より、1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

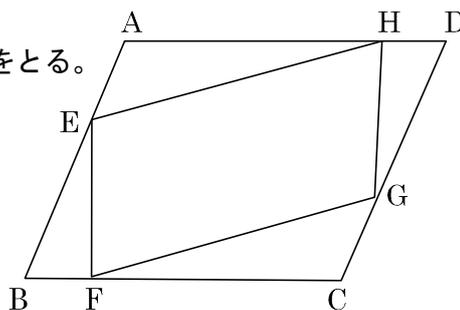
$\triangle ABF \cong \triangle DEF$

よって、 $AF = DF$

27

平行四辺形であることの証明 啓 P.145~146

E 右の図のように、 $\square ABCD$  の辺  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ,  $DA$  上に、 $AE=BF=CG=DH$  となるような 4 点  $E$ ,  $F$ ,  $G$ ,  $H$  をとる。このとき、四角形  $EFGH$  は平行四辺形になることを証明しなさい。



$\triangle AEH$  と  $\triangle CGF$  において、

仮定より、 $AE=CG$  …①

$DH=BF$  …②

平行四辺形の 2 組の向かいあう辺はそれぞれ等しいから、

$AD=BC$  …③

②③より、 $AH=CF$  …④

平行四辺形の 2 組の向かいあう角はそれぞれ等しいから、

$\angle EAH=\angle GCF$ …⑤

①④⑤より、2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

よって、 $\triangle AEH \cong \triangle CGF$

したがって、 $EH=GF$ …⑥

同様に、 $\triangle BEF \cong \triangle DGH$  より、 $EF=GH$ …⑦

⑥⑦より、2 組の向かいあう辺がそれぞれ等しいので

四角形  $EFGH$  は平行四辺形

28 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

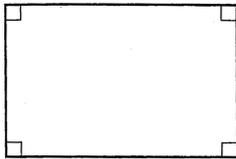
ABCDE

いろいろな四角形 (1) 啓 P. 147~148

hakken. の法則 

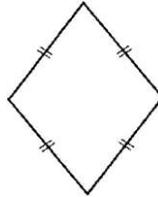
★長方形

定義…4つの角がすべて  
等しい四角形



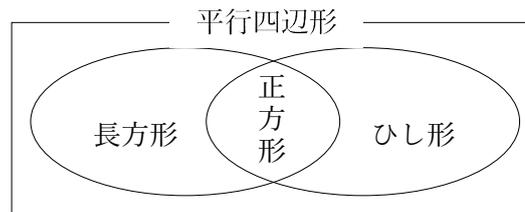
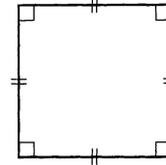
★ひし形

定義…4つの辺がすべて  
等しい四角形



★正方形

定義…4つの角がすべて等しく  
4つの辺がすべて等しい  
四角形



29

いろいろな四角形 啓 P. 147~148

AB 次の四角形の定義を答えなさい。

- ① 長方形の定義

4つの角がすべて等しい四角形

- ② ひし形の定義

4つの辺がすべて等しい四角形

- ③ 正方形の定義

4つの角がすべて等しく、4つの辺がすべて等しい四角形

30

いろいろな四角形 啓 P. 147~148

AB 次の四角形の定義を答えなさい。

- ① 長方形の定義

4つの角がすべて等しい四角形

- ② ひし形の定義

4つの辺がすべて等しい四角形

- ③ 正方形の定義

4つの角がすべて等しく、4つの辺がすべて等しい四角形

ABCDE 次の四角形の定義を答えなさい。

- ① 長方形の定義

4つの角がすべて等しい四角形

- ② ひし形の定義

4つの辺がすべて等しい四角形

- ③ 正方形の定義

4つの角がすべて等しく、4つの辺がすべて等しい四角形

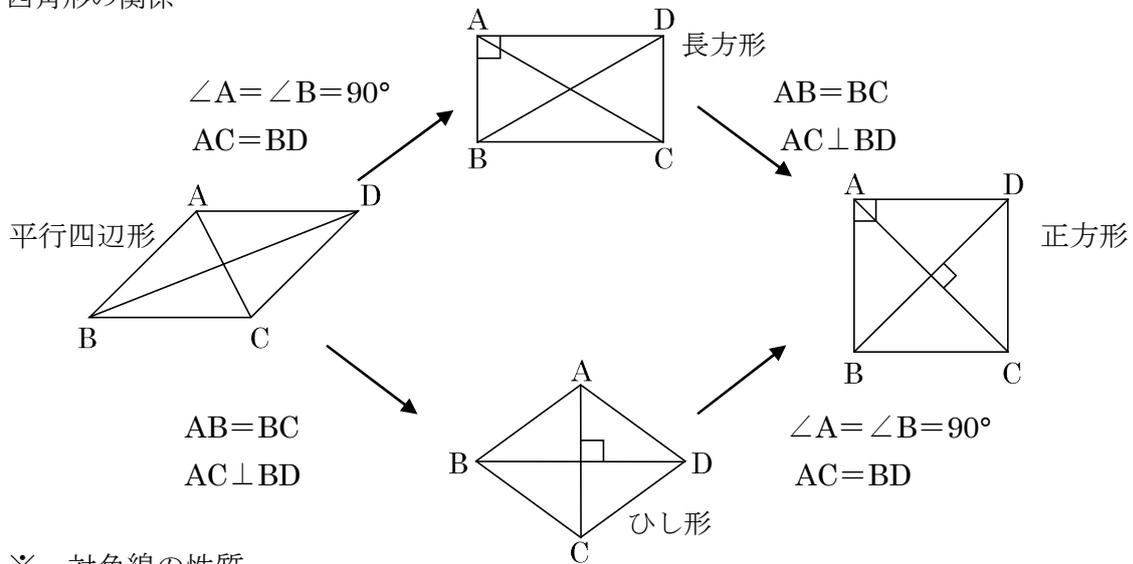
32 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

いろいろな四角形(2) 啓 P. 148~149

hakken.の法則 

★四角形の関係



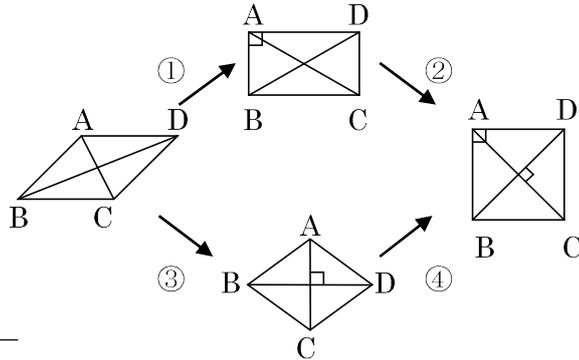
※ 対角線の性質

長方形…長さが等しい。ひし形…垂直に交わる。正方形…長さは等しく、垂直に交わる。

33 いろいろな四角形 啓 P. 148~149

ABCDE 平行四辺形が長方形，ひし形，正方形になるためには，それぞれどんな条件を加えればいいか。  
①~④にあてはまる条件を〔〕内から選び，記号で書きなさい。

- ⑦  $\angle B = 90^\circ$     ①  $AC = BD$   
 ⑤  $AC \perp BD$     ②  $BC = CD$



- ① ⑦, ①      ② ⑤, ②  
 ③ ⑤, ②      ④ ⑦, ①

34 いろいろな四角形 啓 P. 148~149

E 次の四角形について，それぞれもっている性質を⑦~⑤からすべて選び，記号で答えなさい。

- ⑦ 4つの辺の長さが等しい    ① 対角線の長さが等しい    ⑤ 対角線が垂直に交わる

- ① 長方形      ①  
 ② ひし形      ⑦, ⑤  
 ③ 正方形      ⑦, ①, ⑤

35

いろいろな四角形 啓 P. 148~149

BCDE 平行四辺形 ABCD が次のような条件をもつとき、それぞれどのような四角形になりますか。その名前を書きなさい。ただし、O は対角線 AC と BD の交点です。

①  $BC=CD$

②  $\angle A = \angle B$

ひし形

③  $\angle C = 90^\circ, AB=BC$

 $\angle C = 90^\circ$ より長方形 $AB=BC$ よりひし形→正方形正方形

⑤  $AC \perp BD$

ひし形長方形

④  $AC=BD$

長方形

⑥  $AO=BO, AB=BC$

 $AO=BO$ より長方形, $AB=BC$ よりひし形→正方形正方形

CDE 次の四角形 ABCD について㉠~㉣で適しているものをすべて記号で選びなさい。

㉠  $AB//DC$ ,  $AB=CD$  である四角形は平行四辺形である。

$AB//DC$ ,  $AB=CD$  は平行四辺形になるための条件の一つだから、平行四辺形である。

㉡ 正方形は長方形でもあり、ひし形でもある。

正方形の定義は「4つの角がすべて等しく4つの辺がすべて等しい四角形」であり、

長方形の定義は「4つの角がすべて等しい四角形」

ひし形の定義は「4つの辺がすべて等しい四角形」だから、

正方形は長方形でもあり、ひし形でもある。

㉢ 対角線の長さが等しい四角形は平行四辺形である。

台形になる可能性があるので、

対角線の長さが等しい四角形は平行四辺形ではない。

㉣ 対角線が等しいひし形は正方形である。

ひし形の対角線を等しくすると正方形になるので、

対角線が等しいひし形は正方形である。

㉤  $AB//DC$ ,  $\angle A = \angle C$  である四角形は平行四辺形である。

右の四角形 ABCD において、仮定より  $AB//DC$ ...㉠

㉠より同位角は等しいから、 $\angle A = \angle HDC$ ...㉡

仮定より  $\angle A = \angle C$ ...㉢

㉡, ㉢より  $\angle C = \angle HDC$ ...㉣

㉣より、錯角が等しいから、 $AD//BC$  ...㉤

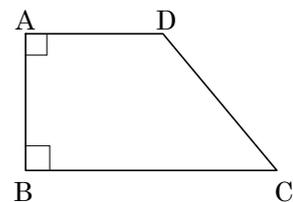
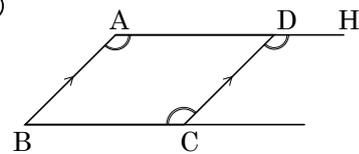
㉠, ㉤より、2組の向かい合う辺がそれぞれ平行なので、四角形 ABCD は平行四辺形

㉥  $\angle A = \angle B = 90^\circ$  の四角形は長方形である。

長方形の定義は、「4つの角がすべて等しい四角形」だから、

$\angle A = \angle B = 90^\circ$  の四角形は長方形でない。

例えば、右のような四角形 ABCD もある。



㉠, ㉡, ㉣, ㉤

37 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

いろいろな四角形 (3) 啓 P. 148~149

hakken. の法則 

例 「対角線が垂直に交わる平行四角形はひし形である」ことを、  
証明しなさい。

[証明] 平行四角形 ABCD の対角線の交点を O とする

$\triangle ABO$  と  $\triangle CBO$  において、

$\angle AOB = \angle COB = 90^\circ \cdots \textcircled{1}$

BO は共通だから、 $BO = BO \cdots \textcircled{2}$

平行四角形の対角線はそれぞれの中点で交わるから、 $AO = CO \cdots \textcircled{3}$

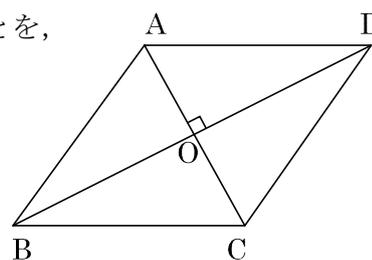
$\textcircled{1}\textcircled{2}\textcircled{3}$  より 2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから、 $\triangle ABO \cong \triangle CBO$

よって、 $AB = CB \cdots \textcircled{4}$

また平行四角形の向かいあう辺は等しいから、 $AB = DC \cdots \textcircled{5}$

$AD = BC \cdots \textcircled{6}$

$\textcircled{4}\textcircled{5}\textcircled{6}$  より 4 つの辺がすべて等しいので、四角形 ABCD はひし形である



38

いろいろな四角形 啓 P. 148~149

BCDE 「対角線が垂直に交わる平行四角形はひし形である」ことを、証明しなさい。

平行四角形 ABCD の対角線の交点を  
O とする

$\triangle ABO$  と  $\triangle CBO$  において、

$\angle AOB = \angle COB = 90^\circ \cdots \textcircled{1}$

BO は共通だから、 $BO = BO \cdots \textcircled{2}$

平行四角形の対角線はそれぞれの中点で交わるから、

$AO = CO \cdots \textcircled{3}$

$\textcircled{1}\textcircled{2}\textcircled{3}$  より 2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから、

$\triangle ABO \cong \triangle CBO$

よって、 $AB = CB \cdots \textcircled{4}$

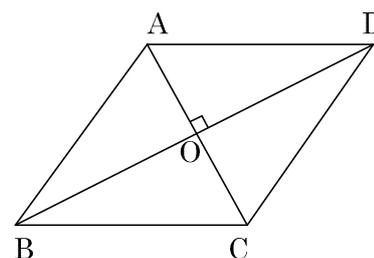
また平行四角形の向かいあう辺は等しいから、

$AB = DC \cdots \textcircled{5}$

$AD = BC \cdots \textcircled{6}$

$\textcircled{4}\textcircled{5}\textcircled{6}$  より、

4 つの辺がすべて等しいので、四角形 ABCD はひし形である。



39

いろいろな四角形 啓 P.148~149

CDE 「対角線の長さの等しい平行四辺形は長方形である」ことを、証明しなさい。

平行四辺形  $ABCD$  で、 $AC=DB$  とする $\triangle ABC$  と  $\triangle DCB$  において、 $AC=DB$ …①

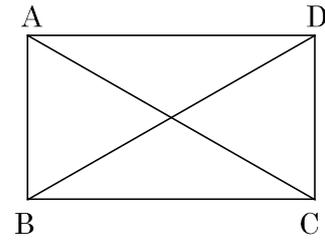
平行四辺形の向かいあう辺は等しいから、

 $AB=DC$ …② $BC$  は共通だから、 $BC=CB$ …③①②③より、3組の辺がそれぞれ等しいから、 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ よって、 $\angle ABC = \angle DCB$ …④

また平行四辺形の向かいあう角は等しいから、

 $\angle ABC = \angle ADC$ …⑤ $\angle BCD = \angle BAD$ …⑥

④⑤⑥より、4つの角がすべて等しいから、

四角形  $ABCD$  は長方形である

40 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

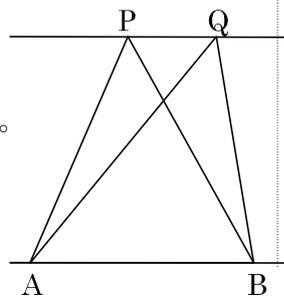
CDE

## 平行線と面積(1) 啓 P.150~151

## hakken.の法則

## ★底辺が共通な三角形

- I  $PQ \parallel AB$  ならば、 $\triangle PAB = \triangle QAB$  は、  
2つの三角形の面積が等しいことを示す。
- II  $\triangle PAB = \triangle QAB$  ならば、 $PQ \parallel AB$



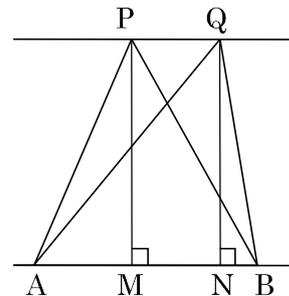
平行な2直線  $\ell$ ,  $m$   
間の距離は等しい

例  $PQ \parallel AB$  ならば、 $\triangle PAB = \triangle QAB$  となることを証明しなさい。

[証明] 平行な2直線間の距離は等しいから、

 $PM=QN$ …①また、 $\triangle PAB$  と  $\triangle QAB$  の底辺  $AB$  は共通だから、 $AB=AB$ …②

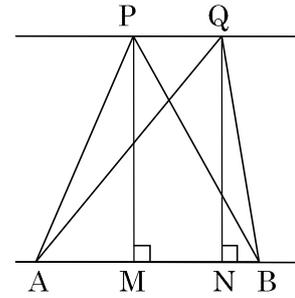
①②から、高さとお底辺がそれぞれ等しいから、

 $\triangle PAB = \triangle QAB$ 

41

平行線と面積 啓 P.150~151

CDE  $PQ \parallel AB$  ならば,  $\triangle PAB = \triangle QAB$  となることを証明しなさい。



平行な 2 直線間の距離は等しいから,

$$PM = QN \cdots \textcircled{1}$$

また,

$\triangle PAB$  と  $\triangle QAB$  の底辺  $AB$  は共通だから,

$$AB = AB \cdots \textcircled{2}$$

①②から, 高さ と 底辺 がそれぞれ等しいから,

$$\triangle PAB = \triangle QAB$$

42 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

平行線と面積 (2) 啓 P.150~151

hakken. の法則

例 右の図の  $AD \parallel BC$  の台形  $ABCD$  において,  
 $BE = EC$  のとき,  $\triangle ABE$  と面積が等しい三角形をすべて答えなさい。

[解き方] 平行な 2 直線間の距離は等しいから,  
 底辺が  $BE$  で,

$\triangle ABE$  と高さが等しい三角形は  $\triangle DBE$

仮定から,  $BE = EC$  だから

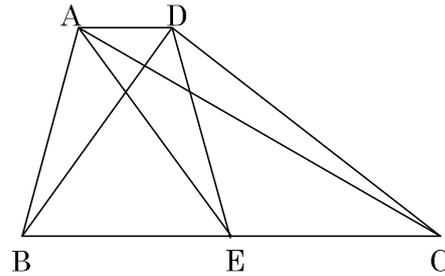
底辺が  $EC$  で,

$\triangle ABE$  と高さが等しい三角形は,

$\triangle DEC$  と  $\triangle AEC$ ,

よって  $\triangle ABE$  と面積が等しい三角形は,  $\triangle DBE$ ,  $\triangle DEC$ ,  $\triangle AEC$

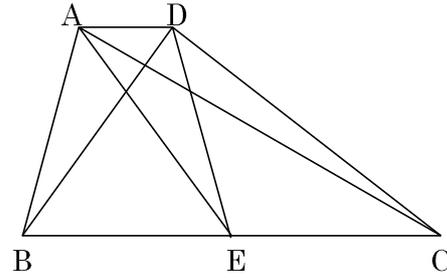
[答]  $\triangle DBE$ ,  $\triangle DEC$ ,  $\triangle AEC$



43

平行線と面積 啓 P. 150~151

ABCDE 右の図の  $AD \parallel BC$  の台形 ABCD において、 $BE=EC$  のとき、 $\triangle ABE$  と面積が等しい三角形をすべて答えなさい。



平行な 2 直線間の距離は等しいから、  
底辺が BE で、  
 $\triangle ABE$  と高さが等しい三角形は  $\triangle DBE$

仮定から、 $BE=EC$  だから

底辺が EC で、  
 $\triangle ABE$  と高さが等しい三角形は、  
 $\triangle DEC$  と  $\triangle AEC$ 、

よって  $\triangle ABE$  と面積が等しい三角形は、 $\triangle DBE$ 、 $\triangle DEC$ 、 $\triangle AEC$

$\triangle DBE$ ,  $\triangle DEC$ ,  $\triangle AEC$

44

平行線と面積 啓 P. 150~151

CDE 右の図で、 $AD \parallel BC$  であるとき次の問いに答えなさい。

①  $\triangle ABC$  と面積の等しい三角形を書きなさい。

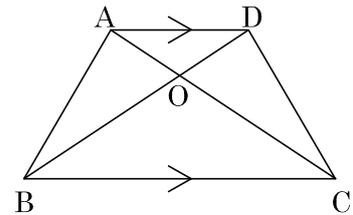
$\triangle DBC$

②  $\triangle ACD$  と面積の等しい三角形を書きなさい。

$\triangle ABD$

③  $\triangle ABO$  と面積の等しい三角形を書きなさい。

$\triangle DCO$



45

平行線と面積 啓 P. 150~151

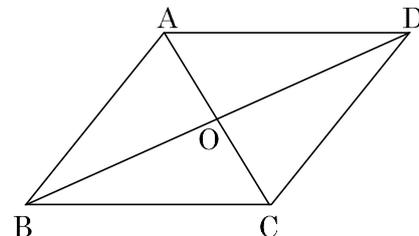
DE 平行四辺形 ABCD の対角線の交点を O とするとき次の問いに答えなさい。

①  $\triangle ABC$  と面積の等しい三角形をすべて書きなさい。

$\triangle ABD$ ,  $\triangle ACD$ ,  $\triangle BCD$

②  $\triangle ABO$  と面積の等しい三角形をすべて書きなさい。

$\triangle AOD$ ,  $\triangle BOC$ ,  $\triangle COD$



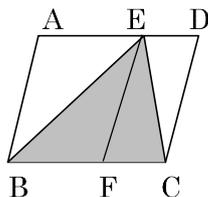
46

DE 平行四辺形 ABCD の面積が  $24\text{cm}^2$  とき、 $\triangle BEC$  の面積を求めなさい。

右の図のように、AB に平行に直線 EF をひく

$$\triangle ABE \equiv \triangle FEB \cdots \textcircled{1}$$

$$\triangle EFC \equiv \triangle CDE \cdots \textcircled{2}$$

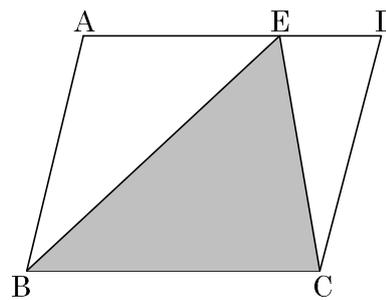


①②から、 $\triangle BEC = \frac{1}{2}$  平行四辺形 ABCD

$$= 24 \times \frac{1}{2}$$

$$= 12$$

平行線と面積 啓 P. 150~151



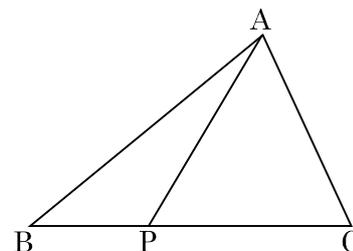
**12cm<sup>2</sup>**

47

E つぎの図の $\triangle ABC$ で、辺 BC 上に、 $BP : PC = 2 : 3$  となる点 P があるとき、 $\triangle ABP$  と  $\triangle APC$  の面積の比を求めなさい。

高さが同じなので、底辺の比がそのまま面積の比になる

**2 : 3**

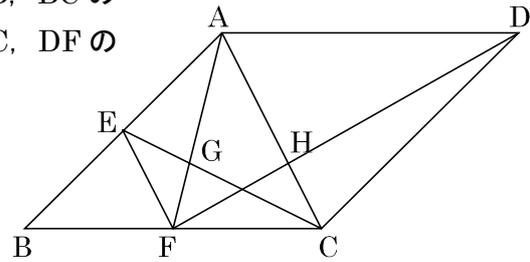


平行線と面積 啓 P. 150~151

48

平行線と面積 啓 P. 150~151

E 右の図は平行四角形 ABCD で、点 E, 点 F が辺 AB, BC の中点で、線分 AF, CE の交点を G とする。線分 AC, DF の交点を H とする。このとき AC//EF となる。次の問いに答えなさい。



- ①  $\triangle AEC$  と平行四角形 ABCD の面積の比を求めなさい。

$$\text{平行四角形 } ABCD \times \frac{1}{2} = \triangle ABC$$

$$\triangle AEC \text{ と } \triangle BEC \text{ は、底辺と高さが同じだから、} \triangle ABC \times \frac{1}{2} = \triangle AEC,$$

$$\text{したがって、平行四角形 } ABCD \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \triangle AEC$$

$$\text{平行四角形 } ABCD \times \frac{1}{4} = \triangle AEC$$

1 : 4

- ②  $\triangle ABF$  と同じ面積の三角形をすべて答えなさい。

底辺と高さが同じだから、 $\triangle AEC = \triangle BEC$

底辺と高さが同じだから、 $\triangle ABF = \triangle AFC = \triangle DFC$

$$\text{①より、} \triangle AEC = \text{平行四角形 } ABCD \times \frac{1}{4}$$

同じように、 $\triangle ABF = \text{平行四角形 } ABCD \times \frac{1}{4}$  よって

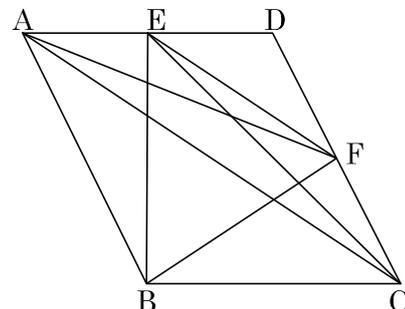
$$\triangle ABF = \triangle AEC = \triangle BEC = \triangle AFC = \triangle DFC$$

$\triangle AEC, \triangle BEC, \triangle AFC, \triangle DFC$

49

平行線と面積 啓 P. 150~151

CDE 右の図で  $\square ABCD$  の辺 AD, CD 上に  $AC \parallel EF$  となる点 E, F をとる。このとき、図の中で  $\triangle ACF$  と面積が等しい三角形をすべて答えなさい。



AB // DC より  $\triangle ACF = \triangle BCF$

AC // EF より  $\triangle ACF = \triangle ACE$

AD // BC より  $\triangle ACE = \triangle ABE$

$\triangle BCF \triangle ACE \triangle ABE$

50

平行線と面積 啓 P. 150~151

E 右の図で  $\square ABCD$  の辺  $AB$ ,  $BC$  上に  $AC \parallel EF$  となる点  $E$ ,  $F$  をとる。

このとき、次の①, ②にあてはまる三角形をすべて書きなさい。

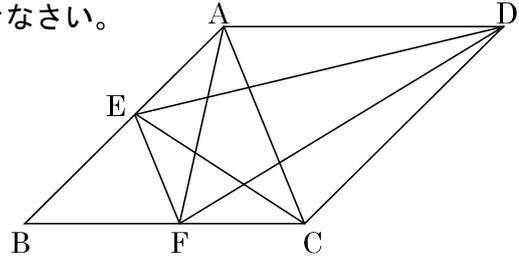
①  $\triangle ACF$  と面積が等しい三角形

$AC \parallel EF$  より,  $\triangle ACF = \triangle ACE$

$AB \parallel DC$  より,  $\triangle ACE = \triangle ADE$

$AD \parallel BC$  より,  $\triangle ACF = \triangle CDF$

**$\triangle ACE$ ,  $\triangle ADE$ ,  $\triangle CDF$**



②  $AE = BE$  のとき,  $\triangle BEF$  と面積が等しい三角形

$AE = BE$  より,  $\triangle BEF = \triangle AEF$

$AC \parallel EF$  より,  $\triangle AEF = \triangle CEF$

**$\triangle AEF$ ,  $\triangle CEF$**

51

平行線と面積 啓 P. 150~151

E 右の図で  $\square ABCD$  の辺  $AD$ ,  $CD$  上に  $AC \parallel EF$  となる点  $E$ ,  $F$  をとる。

$DF : FC = 3 : 2$  のとき,  $\triangle AFD$  は  $\square ABCD$  の何倍か求めなさい。

$\triangle AFD = 3$  とすると,

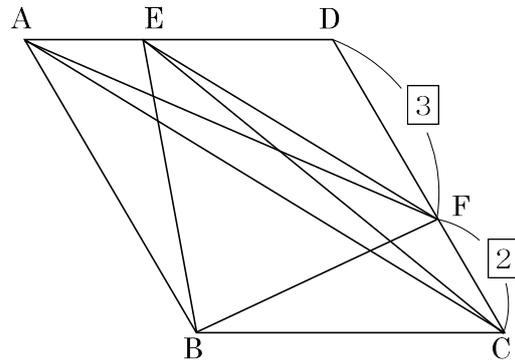
$\triangle ACF = 2$  となる。

よって  $\triangle ACD = 5$

なので  $\square ABCD = 10$  である。

よって,  $\triangle AFD$  は  $\square ABCD$  の  $\frac{3}{10}$  倍

**$\frac{3}{10}$  倍**

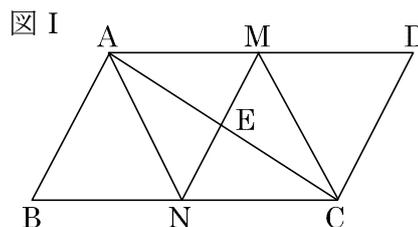


E 図 I, 図 II に示す三角形, 四角形の面積は  $\square$  ABCD の面積の何倍であるか答えなさい。  
(M, N はそれぞれ AD, BC の中点)

①  $\triangle ACM$  (図 I)

$$\triangle ACM = \frac{1}{2} \triangle ACD, \quad \triangle ACD = \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$\triangle ACM = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \square ABCD = \frac{1}{4} \text{倍}$$



② 四角形 ABNE (図 I)

$$\text{①から, } \triangle AEM = \frac{1}{2} \triangle ACM = \frac{1}{8} \square ABCD$$

$$M, N \text{ はそれぞれ } AD, BC \text{ の中点だから, } \square ABNM = \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$\text{四角形 ABNE} = \square ABNM - \triangle AEM = \frac{1}{2} \square ABCD - \frac{1}{8} \square ABCD = \frac{3}{8} \square ABCD$$

$$\frac{3}{8} \text{倍}$$

③ 四角形 AQRM (図 II)

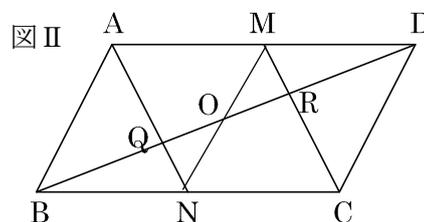
線分 MN をひき, BD との交点を O とすると,

$\triangle MOR = \triangle NOQ$  となる

よって四角形 AQRM =  $\triangle ANM$

$\triangle ANM = \triangle BAN$  なので,  $\frac{1}{4}$  倍

$$\frac{1}{4} \text{倍}$$



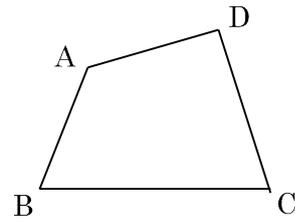
53 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

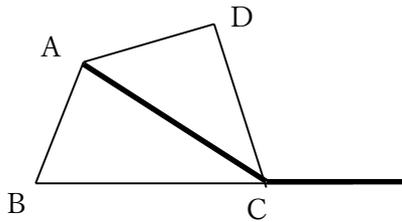
平行線と面積 (3) 啓 P.150~151

hakken. の法則 

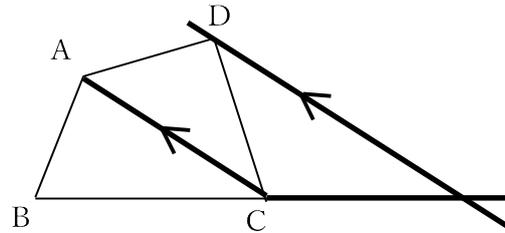
例 次の図の四角形 ABCD の辺 BC の延長線上に点 E をとり、 $\triangle ABE$  の面積が四角形 ABCD の面積と等しくなるように作図しなさい。



[解き方]

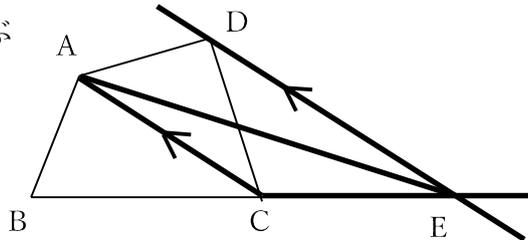


① BC を延長し、AC を結ぶ



② 点 D を通り AC に平行な直線を引く

③ BC との交点を E とし、AE を結ぶ  
 $\triangle ABE = \text{四角形 } ABCD$  となる



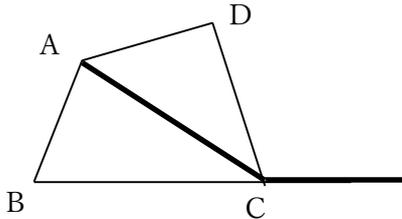
54

ABCDE

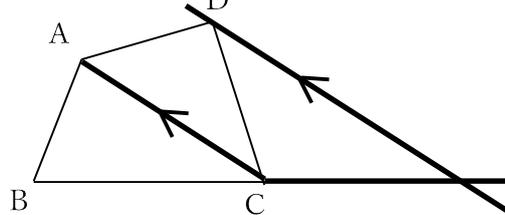
平行線と面積 啓 P. 150~151

次の図の四角形 ABCD の辺 BC の延長線上に点 E をとり、 $\triangle ABE$  の面積が四角形 ABCD の面積と等しくなるように作図しなさい。

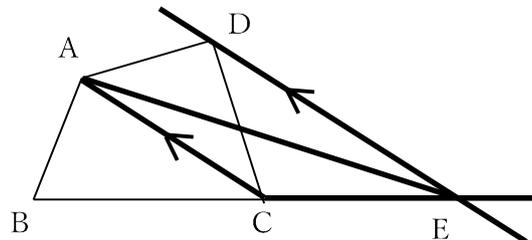
① BC を延長し、AC を結ぶ



② 点 D を通り AC に平行な直線を引く

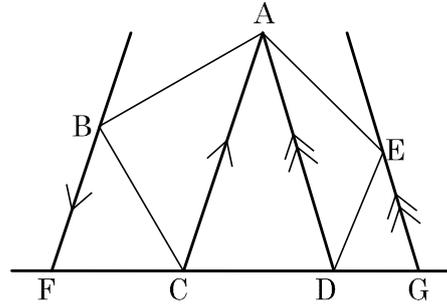
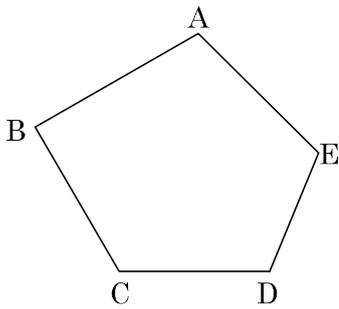


③ BC との交点を E とし、AE を結ぶ  
 $\triangle ABE = \text{四角形 } ABCD$  となる



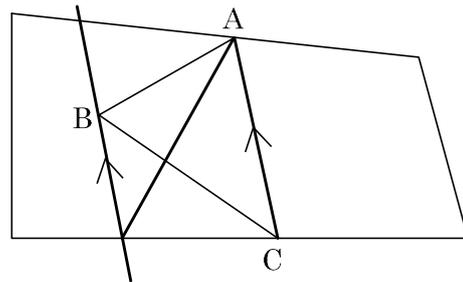
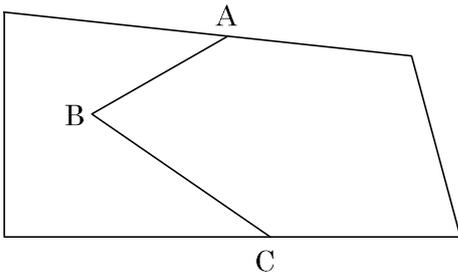
55 平行線と面積 啓 P. 150~151

DE CD を左右に延長し、C の左に点 F、D の右に点 G をとり、 $\triangle AFG$  の面積が五角形 ABCDE の面積と等しくなるようにするには、点 F、点 G をどのようにとればよいか。作図で求めなさい。



56 平行線と面積 啓 P. 150~151

BCDE ある土地が折れ線 ABC を境界として 2 つに分けられている。2 つの土地の面積を変えないで境界線を A を通る直線に変えたい。どのように境界線をひけばよいか。作図で求めなさい。



57 平行線と面積 啓 P. 150~151

E 右の図のひし形 ABCD について  $\angle x$  の値を求めなさい。

三角形 BCE において

$\angle BCE = x - 36$ ,  $\triangle BCD$  は二等辺三角形だから

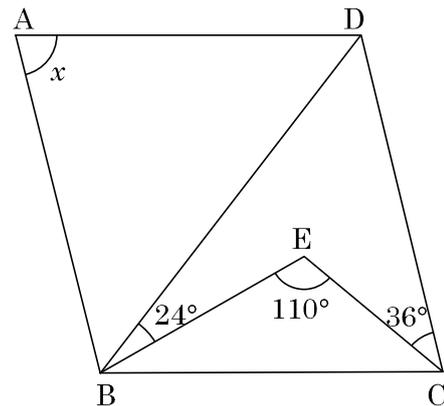
$$\angle CBE = \frac{180 - x}{2} - 24 = 66 - \frac{x}{2}$$

$$110 + (x - 36) + (66 - \frac{x}{2}) = 180$$

$$110 - 36 + 66 + \frac{x}{2} = 180$$

$$\frac{x}{2} = 180 - 140, \frac{x}{2} = 40, x = 80$$

$$\underline{\underline{\angle x = 80^\circ}}$$



58 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

DE

平行四辺形の応用 啓 P.152~157

hakken. の法則 

例 右の図の平行四辺形 ABCD で、対角線の交点 O を通る直線が、AB、CD と交わる点をそれぞれ E、F とするとき、 $EO=FO$  であることを証明しなさい。

[証明]

$\triangle AEO$  と  $\triangle CFO$  において

平行四辺形の、対角線はそれぞれの中点で交わるので

$$AO=CO \cdots \textcircled{1}$$

$AB \parallel DC$  から、錯角は等しいので

$$\angle EAO = \angle FCO \cdots \textcircled{2}$$

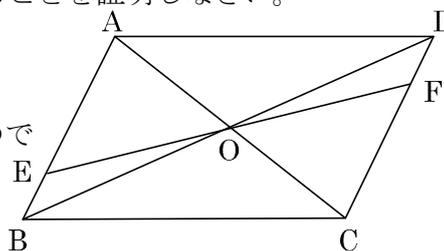
対頂角は等しいので

$$\angle AOE = \angle COF \cdots \textcircled{3}$$

①②③から、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle AEO \cong \triangle CFO$$

合同な図形の対応する辺の長さは等しいので、 $EO=FO$



59

平行四辺形の応用 啓 P.152~157

DE

右の図の平行四辺形 ABCD で、対角線の交点 O を通る直線が、AB、CD と交わる点をそれぞれ E、F とするとき、 $EO=FO$  であることを証明しなさい。

$\triangle AEO$  と  $\triangle CFO$  において

平行四辺形の、対角線は

それぞれの中点で交わるので

$$AO=CO \cdots \textcircled{1}$$

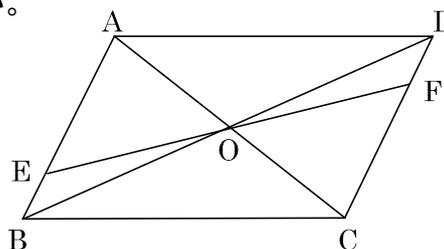
$AB \parallel DC$  から、錯角は等しいので、 $\angle EAO = \angle FCO \cdots \textcircled{2}$

対頂角は等しいから、 $\angle AOE = \angle COF \cdots \textcircled{3}$

①②③から、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle AEO \cong \triangle CFO$$

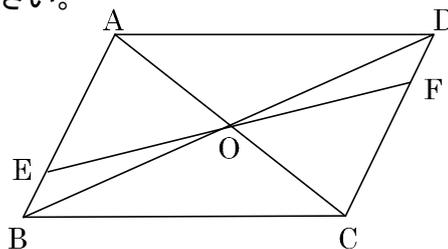
合同な図形の対応する辺の長さは等しいので、 $EO=FO$



60

平行四辺形の応用 啓 P.152~157

E 右の図の平行四辺形 ABCD で、対角線の交点 O を通る直線が、AB、CD と交わる点をそれぞれ E、F とするとき、 $AE=CF$  であることを証明しなさい。



$\triangle AEO$  と  $\triangle CFO$  において  
 平行四辺形の、対角線は  
 それぞれの midpoint で交わるから、  
 $AO=CO$ …①

$AB \parallel DC$  より、錯角は等しいから、 $\angle EAO = \angle FCO$  …②

対頂角は等しいから、 $\angle AOE = \angle COF$ …③

①②③より、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから、

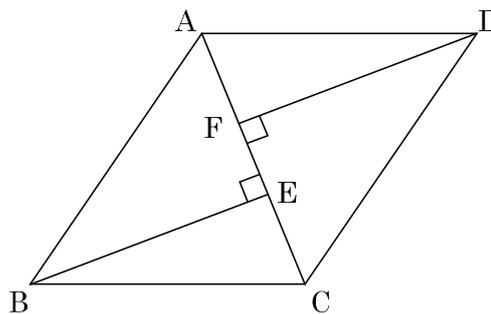
$\triangle AEO \cong \triangle CFO$

合同な図形の対応する辺の長さは等しいから、 $AE = CF$

61

平行四辺形の応用 啓 P.152~157

E 右の図の平行四辺形 ABCD で、対角線 AC に頂点 B、D から垂線 BE、DF をひくと  
 $BE=DF$  になることを証明しなさい。



$\triangle ABE$  と  $\triangle CDF$  において

仮定より、

$\angle BEA = \angle DFC = 90^\circ$ …①

平行四辺形の対辺はそれぞれ等しいから、 $AB = CD$ …②

$AB \parallel DC$  で、錯角は等しいから、 $\angle BAE = \angle DCF$ …③

①②③より、

直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいから、

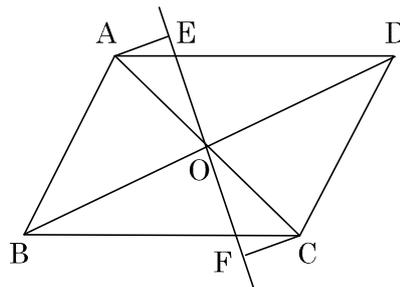
$\triangle ABE \cong \triangle CDF$

合同な図形の対応する辺の長さは等しいから、 $BE = DF$

62

平行四辺形の応用 啓 P.152~157

DE 平行四辺形 ABCD の対角線の交点 O を通る直線に A, C からひいた垂線をそれぞれ AE, CF とするとき,  $AE=CF$  であることを証明しなさい。



$\triangle AOE$  と  $\triangle COF$  において,

仮定から,  $\angle AEO = \angle CFO = 90^\circ \dots \textcircled{1}$

平行四辺形の定理から,  $AO = CO \dots \textcircled{2}$

対頂角は等しいから,  $\angle AOE = \angle COF \dots \textcircled{3}$

①②③より,

直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しい

よって,  $\triangle AOE \cong \triangle COF$

したがって,  $AE = CF$

63

啓林館 中2 5章 図形の性質と証明

2節 四角形

教科書 目次		hakken.教材 QR コード
1	平行四辺形の性質	P. 139~142 QR 1~13
2	平行四辺形になるための条件	P. 143~146 QR 14~27
3	いろいろな四角形	P. 147~149 QR 28~39
4	平行線と面積	P. 150~151 QR 40~57
3	四角形の性質の利用	P. 152~153 QR 58~62
	章末問題	P. 154~155
	学びを身につけよう	P.152~157