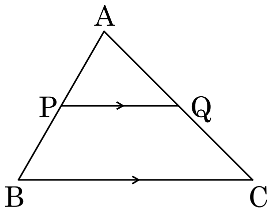
1　次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

平行線と線分の比（１） 啓 P.133〜134　　hakken.の法則

★平行線と線分の比

❶



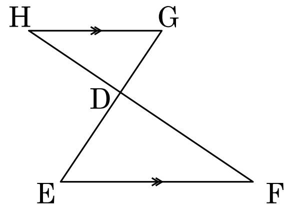
△APQ と△ABC で

PQ//BC ならば,

AP : AB＝AQ : AC＝PQ : BC

AP : PB＝AQ : QC

❷



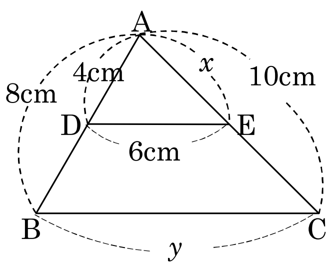
△DGH と△DEF で

EF//GH ならば,

DE : DG＝DF : DH＝EF : GH

例　次の図で DE//BC のとき，x と y の値を求めなさい。

(1)



［解き方］

$x : 10 = 4 : 8$

$x : 10 = 1 : 2$

$2x = 10 \times 1$

$2x = 10$

$x = 5$

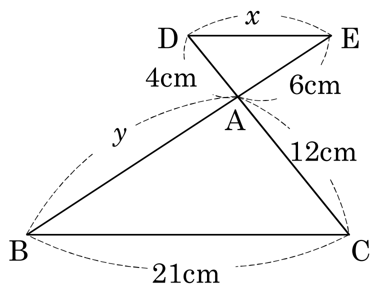
$6 : y = 1 : 2$

$y = 6 \times 2$

$y = 12$

［答］ $x=5$cm，$y=12$cm

(2)



$x : 21 = 4 : 12$

$x : 21 = 1 : 3$

$3x = 21 \times 1$

$3x = 21$

$x = 7$

$6 : y = 1 : 3$

$y = 6 \times 3$

$y = 18$

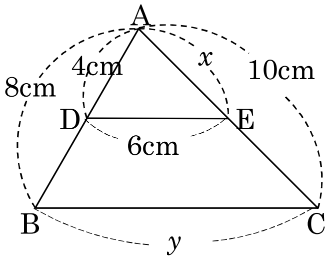
［答］ $x=7$cm，$y=18$cm

2

平行線と線分の比 啓 P.133〜134

ABCDE 次の図で DE//BC のとき，x と y の値を求めなさい。

①



$x:10=4:8$

$x:10=1:2$

$2x=10\times1$

$2x=10$

$x=5$

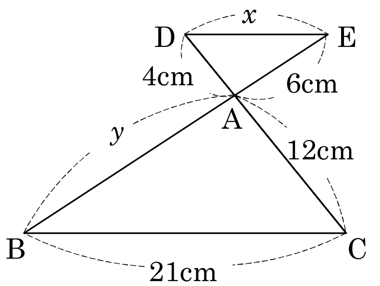
$6:y=1:2$

$y=6\times2$

$y=12$

$x=5$cm，$y=12$cm

②



$x:21=4:12$

$x:21=1:3$

$3x=21\times1$

$3x=21$

$x=7$

$6:y=1:3$

$y=6\times3$

$y=18$

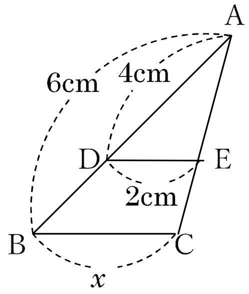
$x=7$cm，$y=18$cm

3

平行線と線分の比 啓 P.133〜134

A x の値を求めなさい。

① DE//BC



AD：AB＝DE：BC より

$4:6=2:x$

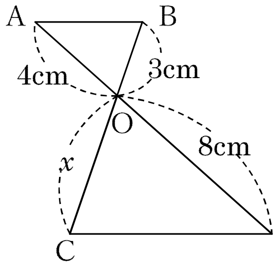
$2:3=2:x$

$2x=6$

$x=3$

3cm

② AB//CD



AO：OD＝BO：OC より

$4:8=3:x$

$1:2=3:x$

$x=6$

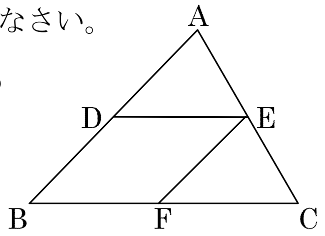
6cm

4 CDE

次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

平行線と線分の比（２） 啓 P.134 **hakken.の法則**

例 DE//BC ならば，AD : DB＝AE : EC であることを証明しなさい。



［証明］ 点 E を通り，辺 AB に平行な直線をひき，辺 BC との交点を F とする。

△ADE と△EFC で，

平行線の同位角は等しいので，DE//BC から，∠AED＝∠ECF…①

AB//EF から，∠DAE＝∠FEC …②

①，②から，2 組の角がそれぞれ等しいので，△ADE∽△EFC

よって，AD : EF＝AE : EC

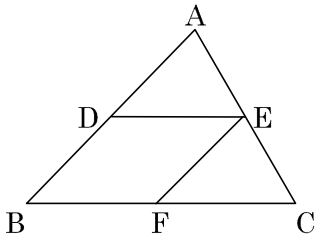
四角形 DEFB は平行四辺形だから，EF＝DB

したがって，AD : DB＝AE : EC

5 CDE

平行線と線分の比 啓 P.134

DE//BC ならば，AD : DB＝AE : EC であることを証明しなさい。



点 **E** を通り，辺 **AB** に平行な直線をひき，
辺 **BC** との交点を **F** とする。
△**ADE** と△**EFC** で，
平行線の同位角は等しいので，
DE//BC から，∠**AED**＝∠**ECF**…①
AB//EF から，∠**DAE**＝∠**FEC** …②
①，②から，**2** 組の角がそれぞれ等しいので，△**ADE**∽△**EFC**
よって，**AD** : **EF**＝**AE** : **EC**
四角形 **DEFB** は平行四辺形だから，**EF**＝**DB**

したがって，**AD** : **DB**＝**AE** : **EC**

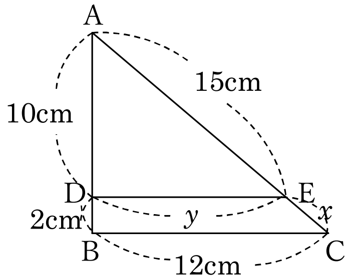
6 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

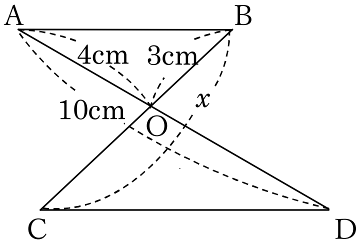
平行線と線分の比（３） 啓 P. 135 hakken.の法則

例 次の図で，x の値を求めなさい。

(1) DE//BC



(2) AB//CD



［解き方］

(1)

$15 : x = 10 : 2$

$15 : x = 5 : 1$

$5x = 15 \times 1$

$5x = 15$

$x = 3$

$y : 12 = 10 : (10+2)$

$y : 12 = 10 : 12$

$y : 12 = 5 : 6$

$6y = 12 \times 5$

$y = 10$

(2)

$4 : 10 = 3 : \boldsymbol{x}$

$2 : 5 = 3 : \boldsymbol{x}$

$2\boldsymbol{x} = 15$

$\boldsymbol{x} = \frac{15}{2}$

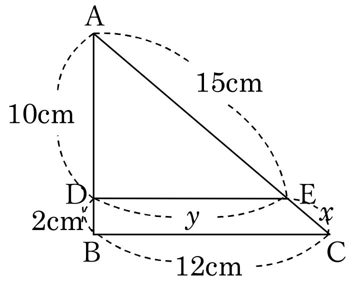
［答］ (1) $x = 3$cm，$y = 10$cm (2) $x = \frac{15}{2}$cm

7

平行線と線分の比 啓 P. 135

ABCDE 次の図で，x, y の値を求めなさい。

① DE//BC



$15 : x = 10 : 2$

$15 : x = 5 : 1$

$5x = 15 \times 1$

$5x = 15$

$x = 3$

$y : 12 = 10 : (10 + 2)$

$y : 12 = 10 : 12$

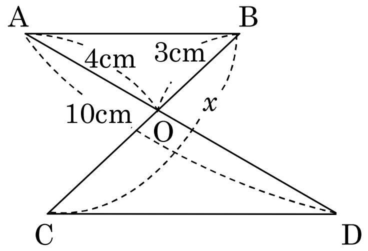
$y : 12 = 5 : 6$

$6y = 12 \times 5$

$y = 10$

$x = 3\text{cm}$, $y = 10\text{cm}$

② AB//CD



$4 : 10 = 3 : x$

$2 : 5 = 3 : x$

$2x = 15$

$x = \frac{15}{2}$

$x = \frac{15}{2}\text{cm}$

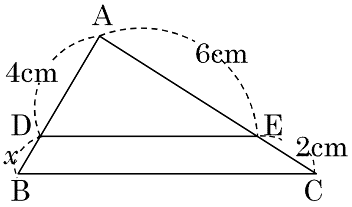
8

ABCDE

平行線と線分の比 啓 P. 135

x の値を求めなさい。

① DE//BC



AD : DB＝AE : EC より

$4 : x = 6 : 2$

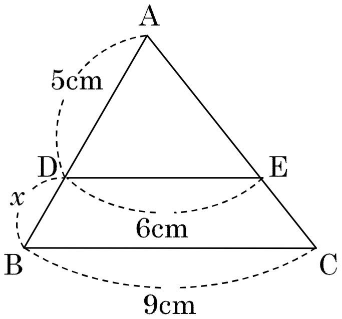
$4 : x = 3 : 1$

$3x = 4$

$x = \frac{4}{3}$

$\frac{4}{3}$cm

② DE//BC



AD : AB＝DE : BC より

$5 : (5+x) = 6 : 9$

$5 : (5+x) = 2 : 3$

$2(5+x) = 15$

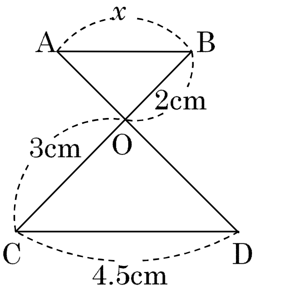
$10 + 2x = 15$

$2x = 5$

$x = \frac{5}{2}$

$\frac{5}{2}$cm

③ AB//CD



AB : CD＝BO : OC より

$x : 4.5 = 2 : 3$

$3x = 9$

$x = 3$

3cm

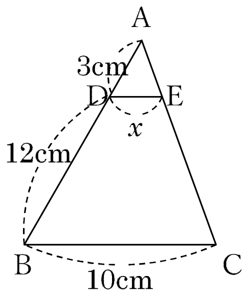
9

A

平行線と線分の比 啓 P. 135

x の値を求めなさい。

① DE//BC



AD : AB＝DE : BC より

$3 : (3+12) = x : 10$

$3 : 15 = x : 10$

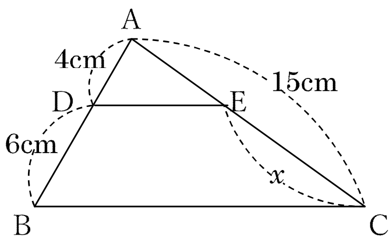
$1 : 5 = x : 10$

$5x = 10$

$x = 2$

2cm

② DE//BC



AC : EC＝AB : DB より

$15 : x = (4+6) : 6$

$15 : x = 10 : 6$

$15 : x = 5 : 3$

$5x = 45$

$x = 9$

9cm

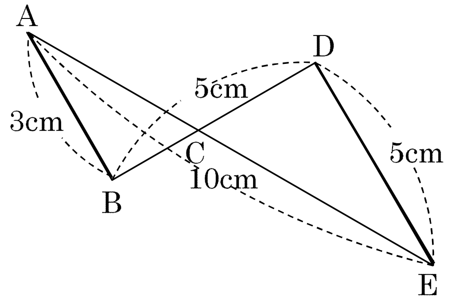
10

11

E

平行線と線分の比 啓 P. 135

右の図で AB // ED のとき BC，CE の長さを求めなさい。



AB//ED より，錯角は等しいから，

∠CAB＝∠CED…①

対頂角より，**∠ACB＝∠ECD**…②

①，②より，**2** 組の角がそれぞれ等しい

よって，**△ABC ∽ △EDC**

AB：ED＝3：5 より，**△ABC** と **△EDC** の相似比は，**3：5**

したがって，**BC：DC＝CA：CE＝3：5**

BC＝x とおくと，$3:5=x:5-x$

$$5x=3(5-x)$$
$$5x=15-3x$$
$$5x+3x=15$$
$$8x=15$$
$$x=\frac{15}{8}$$

CE＝y とおくと，$3:5=10-y:y$

$$3y=5(10-y)$$
$$3y=50-5y$$
$$3y+5y=50$$
$$8y=50$$
$$y=\frac{50}{8}$$
$$=\frac{25}{4}$$

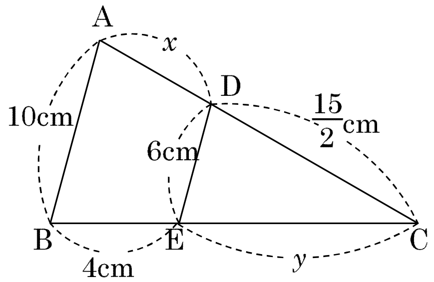
BC $\frac{15}{8}$cm　CE $\frac{25}{4}$cm

12

E

平行線と線分の比 啓 P. 135

右の図で，AB//DE のとき x，y の値を求めなさい。



AB//DE より，同位角は等しいから，

∠ABC＝∠DEC…①

共通より，**∠ACB＝∠DCE**…②

①，②より，**2** 組の角がそれぞれ等しい

よって，**△ABC∽△DEC**

AB：DE＝10：6＝5：3 より，**△ABC** と **△DEC** の相似比は，**5：3**

CA：CD＝BC：EC＝5：3 よって，**AD：DC＝BE：EC＝2：3**

$x:\frac{15}{2}=2:3$

$$3x=15$$
$$x=5$$

$4:y=2:3$

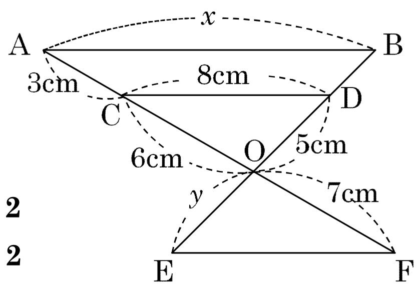
$$2y=12$$
$$y=6$$

x **5cm**　y **6cm**

13 BCDE

平行線と線分の比 啓 P. 135

右の図で，AB//CD//EF のとき x，y の値を求めなさい。



AB//CD より，2 組の角がそれぞれ等しいから，

△AOB∽△COD

△AOB と△COD の相似比は，(3+6)：6＝9：6＝3：2

$x：8＝3：2$

$2x＝8×3$

$2x＝24$

$x＝12$

CD//EF より，2 組の角がそれぞれ等しいから,△COD∽△FOE

△COD と△FOE の相似比は，6：7

$5：y＝6：7$

$6y＝5×7$

$6y＝35$

$y=\frac{35}{6}$

$x＝12, y=\frac{35}{6}$

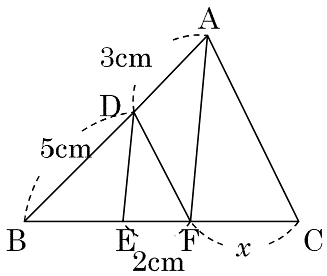
x **12cm** y $\frac{35}{6}$**cm**

14 E

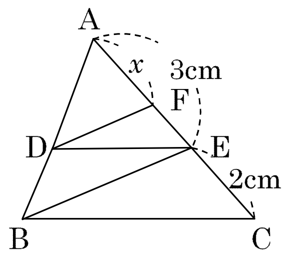
平行線と線分の比 啓 P. 135

x の値を求めなさい。

① DE//AF，DF//AC



② DF//BE，DE//BC



BE＝y とすると，

BD：DA＝y：EF

$5：3＝y：2$

$3y＝10$

$y=\frac{10}{3}$

BD：DA＝BF：FC

$5：3=2+\frac{10}{3}：x$

$5：3=\frac{16}{3}：x$

$5x＝16$

$x=\frac{16}{5}$

$\frac{16}{5}$**cm**

AD：DB＝AE：EC より

AD：DB＝3：2

AF：AE＝AD：AB より

$x：3＝3：5$

$5x＝9$

$x=\frac{9}{5}$

$\frac{9}{5}$**cm**

15 CDE 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

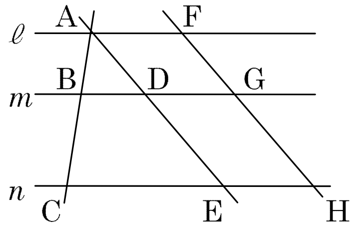
平行線にはさまれた線分の比（1） 啓 P.136〜137　hakken.の法則

★平行線と線分の比

右の図で，直線ℓ // m // n，FH // AE のとき

AB : BC＝AD : DE で AD＝FG，DE＝GH

なので，AB : BC＝FG : GH



例　右の図で，直線ℓ // m // n のとき，

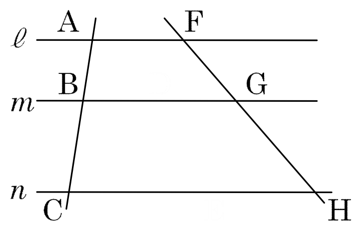
AB : BC＝FG : GH であることを証明しなさい。

［証明］ 点 A を通り直線 FH に平行な直線をひき，直線ℓ，m，n との交点をそれぞれ D，E とする。△ACE で，BD // CE だから，AB : BC＝AD : DE，四角形 ADGF，四角形 DEHG はともに平行四辺形だから，AD＝FG，DE＝GH，したがって，AB : BC＝FG : GH

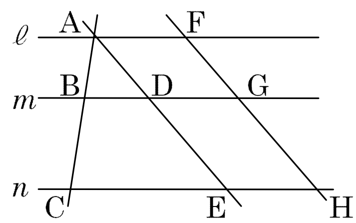
16 CDE

平行線にはさまれた線分の比 啓 P.136〜137

右の図で，直線 ℓ // m // n のとき，AB : BC＝FG : GH であることを証明しなさい。



点 A を通り直線 FH に平行な直線をひき，直線 ℓ，m，n との交点をそれぞれ D，E とする。△ACE で，BD // CE だから，AB : BC＝AD : DE，四角形 ADGF，四角形 DEHG はともに平行四辺形だから，AD＝FG，DE＝GH，したがって，AB : BC＝FG : GH



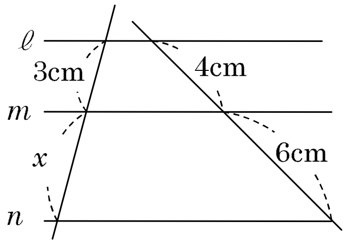
17
ABCDE

次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

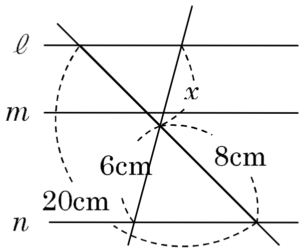
平行線にはさまれた線分の比（２） 啓 P.136～137　　hakken.の法則

例　下の図で $\ell /\!/ m /\!/ n$ のとき，x の値を求めなさい。

①



②



［解き方］
$3 : x = 4 : 6$
$3 : x = 2 : 3$
$2x = 3 \times 3$
$2x = 9$
$x = 9 \div 2$
$x = 4.5$

［答］4.5cm

$(20-8) : 8 = x : 6$
$12 : 8 = x : 6$
$3 : 2 = x : 6$
$2x = 3 \times 6$
$2x = 18$
$x = 18 \div 2$
$x = 9$

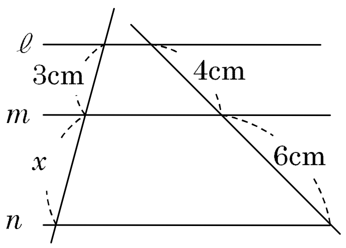
［答］9cm

18
ABCDE

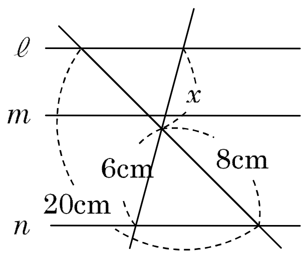
平行線にはさまれた線分の比 啓 P.136～137

下の図で $\ell /\!/ m /\!/ n$ のとき，x の値を求めなさい。

①



②



$3 : x = 4 : 6$
$3 : x = 2 : 3$
$2x = 3 \times 3$
$2x = 9$
$x = 9 \div 2$
$x = 4.5$

4.5cm

$(20-8) : 8 = x : 6$
$12 : 8 = x : 6$
$3 : 2 = x : 6$
$2x = 3 \times 6$
$2x = 18$
$x = 18 \div 2$
$x = 9$

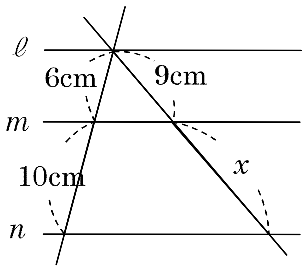
9cm

19
B

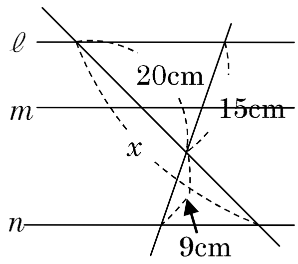
平行線にはさまれた線分の比 啓 P.136～137

下の図で ℓ // m // n のとき，x の値を求めなさい。

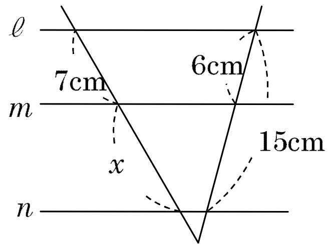
①



②



③



①

$9:x=6:10$

$9:x=3:5$

$3x=9\times5$

$3x=45$

$x=15$

15cm

②

$20:(x-20)=15:9$

$20:(x-20)=5:3$

$5(x-20)=20\times3$

$5x-5\times20=60$

$5x-100=60$

$5x=60+100$

$5x=160$

$x=32$

32cm

③

$7:x=6:(15-6)$

$7:x=6:9$

$7:x=2:3$

$2x=7\times3$

$2x=21$

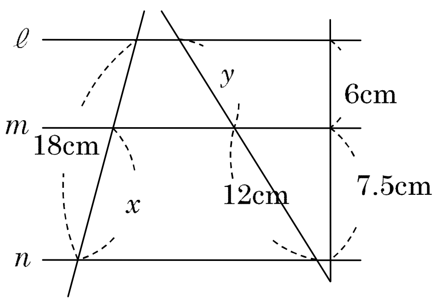
$x=10.5$

10.5cm

20
B

平行線にはさまれた線分の比 啓 P.136～137

下の図で ℓ // m // n のとき，x の値を求めなさい。



$6:7.5=60:75=4:5$

$y:12=4:5$

$5y=12\times4$

$5y=48$

$y=\frac{48}{5}(9.6)$

$(18-x):x=4:5$

$4x=5(18-x)$

$4x=90-5x$

$4x+5x=90$

$9x=90$

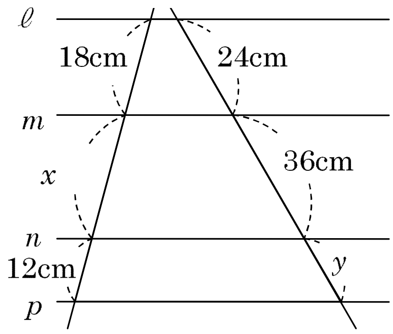
$x=10$

x **10cm**　y **$\frac{48}{5}$(9.6)cm**

21
CDE

平行線にはさまれた線分の比 $\boxed{啓}$ P.136～137

右の図で $\ell \parallel m \parallel n \parallel p$ のとき x, y の長さを求めなさい。



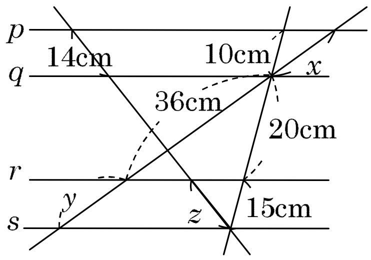
18 : x＝24 : 36
18 : x＝2 : 3
2x＝18×3
x＝27
27 : 12＝36 : y
27y＝12×36
y＝16

x **27cm** y **16cm**

22
CDE

平行線にはさまれた線分の比 $\boxed{啓}$ P.136～137

右の図で $p \parallel q \parallel r \parallel s$ のとき, x, y, z の値を求めなさい。



10 : 20 : 15＝2 : 4 : 3
x : 36＝2 : 4
4x＝36×2
x＝18
14 : z＝2 : 3
2z＝14×3
z＝21

36 : y＝4 : 3
4y＝36×3
y＝27

x＝18 , y＝27 , z＝21

x **18cm** y **27cm** z **21cm**

23
CDE

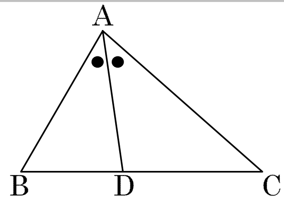
次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

角の二等分線と比（１） 啓 P.137～138　hakken.の法則

★角の二等分線と比

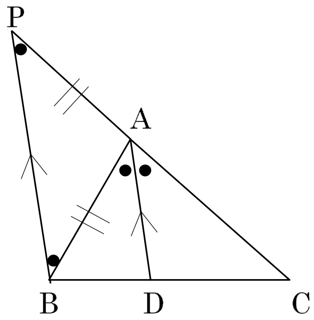
△ABC の∠A の二等分線と辺 BC との交点を D とすると

AB : AC＝BD : DC



例 △ABC の∠A の二等分線と辺 BC との交点を D とすると AB : AC＝BD : DC であることを証明しなさい。

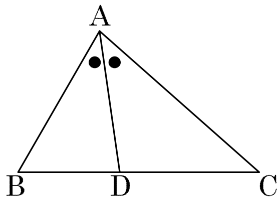
［証明］ 点 B を通り，AD に平行な直線と，CA を延長した直線との交点を P とする。
AD//PB だから，平行線の同位角は等しいから，
∠CAD＝∠APB
また，錯角も等しいから，∠DAB＝∠ABP
仮定より，∠DAB＝∠CAD
したがって，∠APB＝∠ABP
2 つの角が等しいから，△ABP は二等辺三角形となり，AP＝AB …①
△PBC で，AD//PB だから，CA : AP＝CD : DB …②
①，②から，AB : AC＝BD : DC



24
CDE

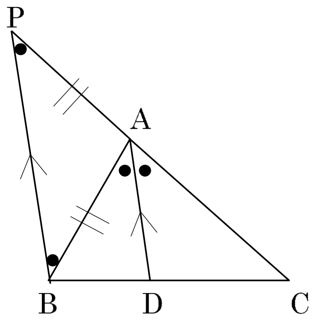
角の二等分線と比 啓 P.137～138

△ABC の∠A の二等分線と辺 BC との交点を D とすると AB : AC＝BD : DC であることを証明しなさい。



点 B を通り，AD に平行な直線と，
CA を延長した直線との交点を P とする。
AD//PB だから，平行線の同位角は等しいから，
∠CAD＝∠APB
また，錯角も等しいから，∠DAB＝∠ABP
仮定より，∠DAB＝∠CAD
したがって，∠APB＝∠ABP
2 つの角が等しいから，
△ABP は二等辺三角形となり，
AP＝AB …①
△PBC で，AD//PB だから，CA : AP＝CD : DB …②

①，②から，AB : AC＝BD : DC

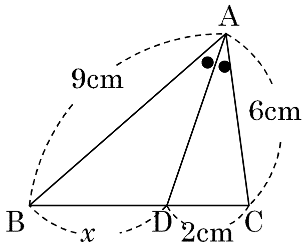


25 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。
ABCDE

角の二等分線と比（２） 啓 P.138 hakken.の法則

例 右の図で，AD が∠BAC の二等分線であるとき x の値を求めなさい。

(1)



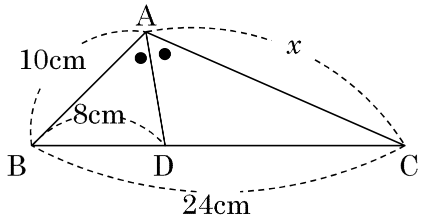
［解き方］ 9：6＝x：2

6x＝18

x＝3

［答］ 3cm

(2)



DC＝24－8＝16

10：x＝8：16

10：x＝1：2

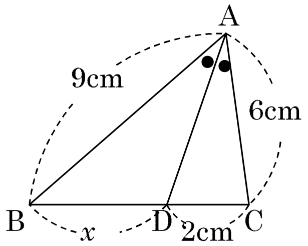
x＝20

［答］ 20cm

26 角の二等分線と比 啓 P.138
ABCDE

右の図で，AD が∠BAC の二等分線であるとき x の値を求めなさい。

①



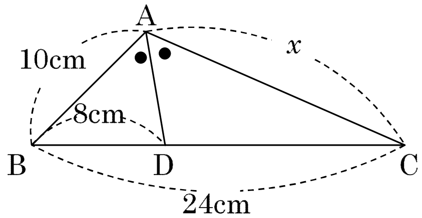
9：6＝x：2

6x＝18

x＝3

3cm

②



DC＝24－8＝16

10：x＝8：16

10：x＝1：2

x＝20

20cm

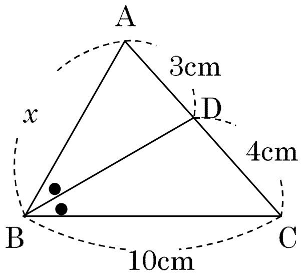
27

E

角の二等分線と比 啓 P.138

x の値を求めなさい。

① ∠ABD＝∠CBD



10：x＝4：3

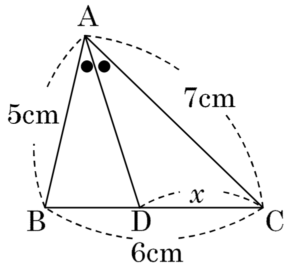
4x＝30

$x=\frac{30}{4}$

$=\frac{15}{2}$

$\frac{15}{2}$**cm**

② ∠BAD＝∠CAD



BD：DC＝5：7 より

$x=\frac{7}{5+7}$，BC$=\frac{7}{12}\times 6$

$=\frac{7}{2}$

$\frac{7}{2}$**cm**

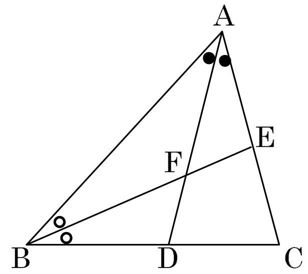
28

E

角の二等分線と比 啓 P.138

AB＝8cm，BC＝7cm，CA＝6cm の△ABC で，∠A の二等分線と辺 BC の交点を D，∠B の二等分線と辺 CA の交点を E とする。また，AD と BE の交点を F とする。

① BD，AE の長さを求めなさい。



BD：DC＝8：6＝4：3 より， $\mathbf{BD=\frac{4}{4+3}}$

$\mathbf{BP=\frac{4}{7}\times 7=4(cm)}$

AE：EC＝8：7 より， $\mathbf{AE=\frac{8}{8+7}}$，

$\mathbf{AE=\frac{8}{15}\times 6=\frac{16}{5}(cm)}$

BD **4cm**　AE $\mathbf{\frac{16}{5}}$**cm**

② AF：FD，BF：FE のそれぞれを，もっとも簡単な整数の比で表しなさい。

AF：FD＝AB：BD＝8：4＝2：1

BF：FE＝AB：AE＝8： $\mathbf{\frac{16}{5}}$ **＝5：2**

AF：FD **2：1**　BF：FE **5：2**

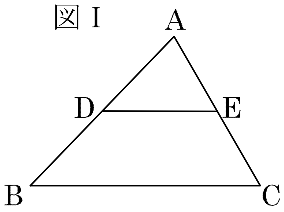
29
BCDE

次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

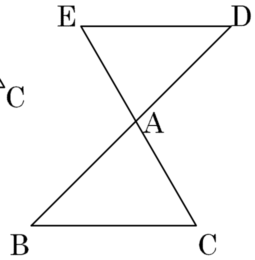
線分の比と平行線の関係 啓 P.139～140 hakken.の法則

★線分の比と平行線の関係

図Ⅰ



図Ⅱ



図Ⅰの△ABC で，辺 AB，AC 上に，それぞれ，点 D，点 E があるとき，

❶ AD : AB＝AE : AC ならば，DE//BC

❷ AD : DB＝AE : EC ならば，DE//BC

◎ 上記の❶，❷は，2 点 D，E が，右図Ⅱのように，辺 BA、CA の延長線上にある場合にも成り立つ。

例 図Ⅰで，AD : AB＝AE : AC ならば，DE//BC であることを証明しなさい。

［証明］ △ADE と△ABC において，仮定より， AD : AB＝AE : AC…①

共通だから，∠EAD＝∠CAB …②

①，②より，2 組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しいから，

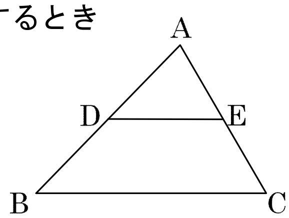
△ADE∽△ABC よって，∠ADE＝∠ABC

同位角が等しいので，DE//BC

30
B

線分の比と平行線の関係 啓 P.139～140

右の図で，AD : AB＝AE : AC ならば，DE//BC であることを証明するとき空らんをうめなさい。



△ADE と△ABC において，

仮定より， AD : AB＝AE : AC…①

共通だから，∠EAD＝∠CAB …②

①，②より，2 組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しいから，

△ADE∽△ABC よって，∠ADE＝∠ABC

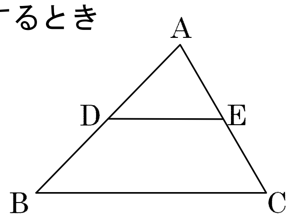
同位角が等しいので，DE//BC

31

B

線分の比と平行線の関係 啓 P.139～140

右の図で，AD : AB＝AE : AC ならば，DE//BC であることを証明するとき空らんをうめなさい。



△**ADE** と△**ABC** において，

仮定より，　**AD：AB＝AE：AC**…①

共通だから，∠**EAD**＝∠**CAB**　…②

①，②より，**2** 組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しいから，

△**ADE**∽△**ABC**　　よって，∠**ADE**＝∠**ABC**

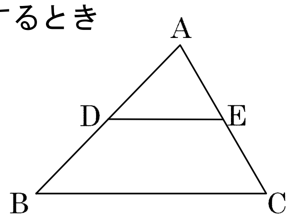
同位角が等しいので，**DE//BC**

32

BC

線分の比と平行線の関係 啓 P.139～140

右の図で，AD : AB＝AE : AC ならば，DE//BC であることを証明するとき空らんをうめなさい。



△**ADE** と△**ABC** において，

仮定より，　**AD：AB＝AE：AC**…①

共通だから，∠**EAD**＝∠**CAB**　…②

①，②より，**2** 組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しいから，

△**ADE**∽△**ABC**　　よって，∠**ADE**＝∠**ABC**

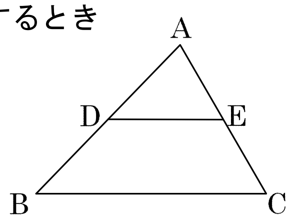
同位角が等しいので，**DE//BC**

33

B

線分の比と平行線の関係 啓 P.139～140

右の図で，AD : AB＝AE : AC ならば，DE//BC であることを証明するとき空らんをうめなさい。



△**ADE** と△**ABC** において，

仮定より，　**AD：AB＝AE：AC**…①

共通だから，∠**EAD**＝∠**CAB**　…②

①，②より，**2** 組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しいから，

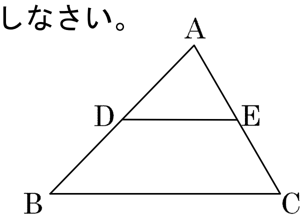
△**ADE**∽△**ABC**　　よって，∠**ADE**＝∠**ABC**

同位角が等しいので，**DE//BC**

34
BCDE

線分の比と平行線の関係 啓 P.139～140

右の図で，AD：AB＝AE：AC ならば，DE//BC であることを証明しなさい。



△ADE と **△ABC** において，

仮定より，　**AD：AB＝AE：AC**…①

共通だから，**∠EAD＝∠CAB**　…②

①，②より，**2** 組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しいから，

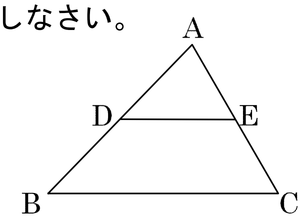
△ADE∽△ABC　　よって，**∠ADE＝∠ABC**

同位角が等しいので，**DE//BC**

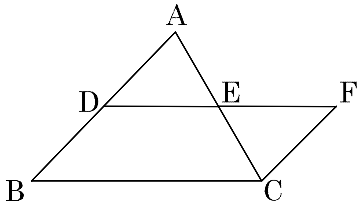
35
CDE

線分の比と平行線の関係 啓 P.139～140

右の図で，AD：DB＝AE：EC ならば，DE//BC であることを証明しなさい。



C を通り，辺 **DB** に平行な直線をひき，
直線 **DE** との交点を **F** とすると，
AD//CF から錯角は等しいから，
∠DAE＝∠FCE…①
∠ADE＝∠CFE…②
①，②より，**2** 組の角がそれぞれ等しいから，
△ADE∽△CFE
したがって、対応する辺の比は等しいから，
AD：CF＝AE：CE…③
仮定より **AD：DB＝AE：EC**…④
③，④から，**AD：DB＝AD：CF**
よって，**DB＝CF**
DB＝CF，**DB//CF** より，
四角形 **DBCF** は平行四辺形だから，**DE//BC**

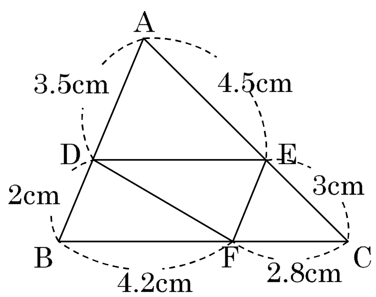


36
CDE

線分の比と平行線の関係 啓 P.139～140

右の図で、線分 DF,FE,ED のうち，△ABC の辺に平行な線分を理由と共に答えなさい。

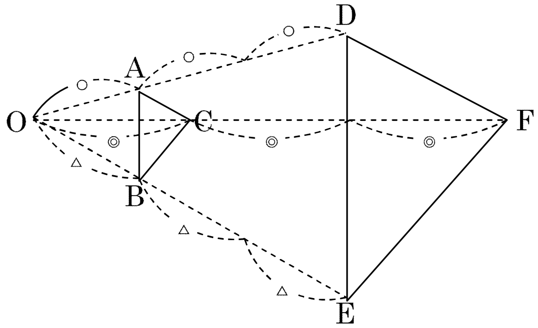
AD：DB＝3.5：2＝35：20＝7：4　…①
BF：FC＝4.2：2.8＝42：28＝3：2…②
AE：EC＝4.5：3＝45：30＝3：2　…③
②，③より，**BF：FC＝AE：EC**
よって，
△ABC の辺に平行な線分は，**EF(AB//EF)**



37
CDE

線分の比と平行線の関係 啓 P.139～140

右の図は点 O と△ABC の各頂点を通る直線 OA,OB,OC 上にそれぞれ，点 D，点 E，点 F を 3OA＝OD，3OB＝OE，3OC＝OF となるようとり，△DEF をかいたものである。
次の問いに答えなさい。



① △ABC∽△DEF となることを証明しなさい。

3OA＝OD，3OB＝OE だから，
OA：OD＝OB：OE＝1：3
よって，AB//DE だから，
AB：DE＝OA：OD＝1：3…①
同様に BC//EF，CA//FD だから，
BC：EF＝1：3…②，CA：FD＝1：3…③
①，②，③より，3 組の辺の比がすべて等しいので，
△ABC∽△DEF

② △ABC と△DEF の相似比を答えなさい。

①より 1：3

1：3

38
ABCDE

次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

相似な図形の作図（1） 啓 P.141 　hakken.の法則

例 右の図の四角形 ABCD を 2 倍に拡大した四角形 EFGH を作図しなさい。

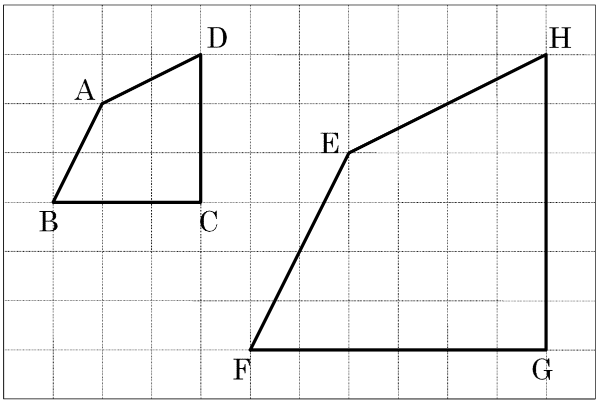
［解き方］

❶ 適当な場所に点 E をとる。

❷ 点 A から点 B に移動するには左に 1 目盛り，下に 2 目盛り移動すればよい。

❸ ❷を 2 倍した数だけ点 E から移動し，移動した点を点 F とする。

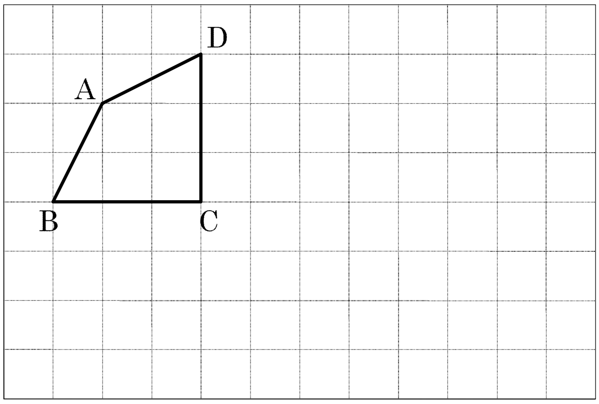
❹ 同様に移動し，各点を結ぶ。

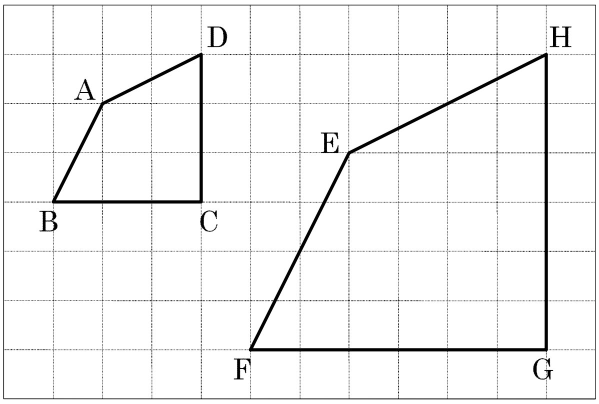


39
ABCDE

相似な図形の作図 啓 P.141

下の図の四角形 ABCD を 2 倍に拡大した四角形 EFGH を作図しなさい。





❶ 適当な場所に点 **E** をとる。

❷ 点 **A** から点 **B** に移動するには左に **1** 目盛り，下に **2** 目盛り移動すればよい。

❸ ❷を **2** 倍した数だけ点 **E** から移動し，移動した点を点 **F** とする。

❹ 同様に移動し，各点を結ぶ。

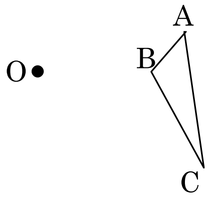
40
ABCDE

次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

相似な図形の作図（２） 啓 P.141

hakken.の法則

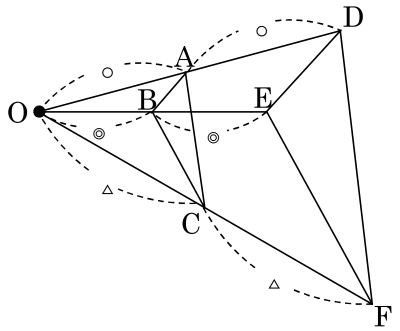
例 右の図で，点 O を相似の中心として，右の図の△ABC を 2 倍に拡大した△DEF を作図しなさい。



［かき方］ ❶ 相似の中心 O と頂点 A を通る半直線 OA をかく。

❷ OA と同じ長さをコンパスでとり，半直線 OA 上に 2OA＝OD となるような点 D をとる。

❸ 同様に各頂点について対応する点をとり，線分で結ぶ。

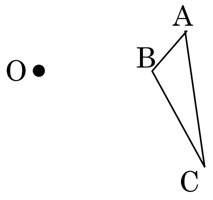


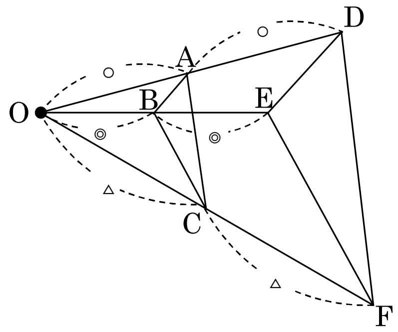
41

ABCDE

相似な図形の作図 啓 P.141

右の図で，点 O を相似の中心として，右の図の△ABC を 2 倍に拡大した△DEF を作図しなさい。





❶ 相似の中心 **O** と頂点 **A** を通る半直線 **OA** をかく。

❷ **OA** と同じ長さをコンパスでとり，
半直線 **OA** 上に **2OA＝OD** となるような点 **D** をとる。

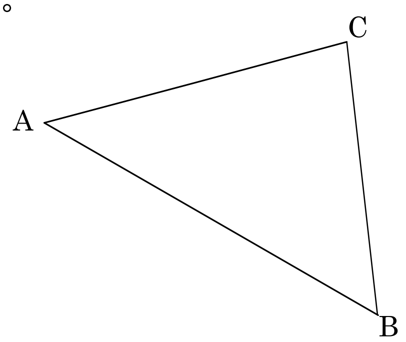
❸ 同様に各頂点について対応する点をとり，線分で結ぶ。

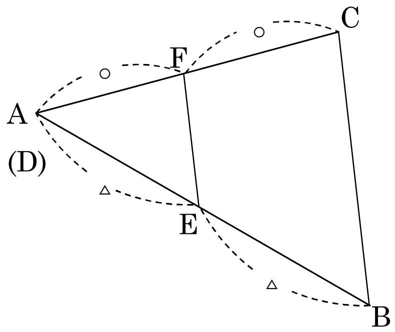
42

ABCDE

相似な図形の作図 啓 P.141

右の図で，点 A を相似の中心として，右の図の△ABC を$\frac{1}{2}$倍に縮小した△DEF を作図しなさい。





❶ **AB** と **AC** の垂直２等分線をかく。

❷ **AB** と **AC** の垂直２等分線と **AB** と **AC** の交点をそれぞれ **E**，**F** とする。

❸ **E**，**F** を結び，頂点 **A** を **D** として△**DEF** を作図する。

43 ABCDE

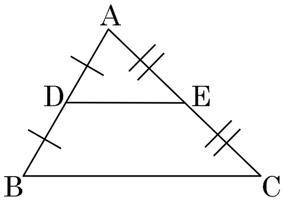
次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

中点連結定理（１） 啓 P.142 　　hakken.の法則

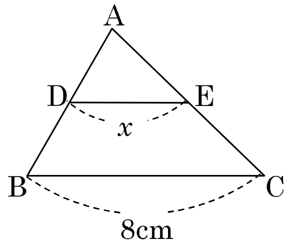
★ 中点連結定理（ちゅうてんれんけつていり）

△ABC の 2 辺 AB，AC の中点を，それぞれ D，E とすると

DE//BC，DE$=\frac{1}{2}$BC



例　右の図で，D，E がそれぞれ AB，AC の中点であるとき，x の値を求めなさい。



［解き方］　中点連結定理より　DE$=\frac{1}{2}$BC

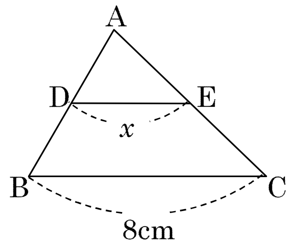
$x=\frac{1}{2}\times 8$

$x=4$　　　［答］ 4cm

44 ABCDE

中点連結定理 啓 P.142

右の図で，D，E がそれぞれ AB，AC の中点であるとき，x の値を求めなさい。



中点連結定理より　**DE$=\frac{1}{2}$BC**

$x=\frac{1}{2}\times 8$

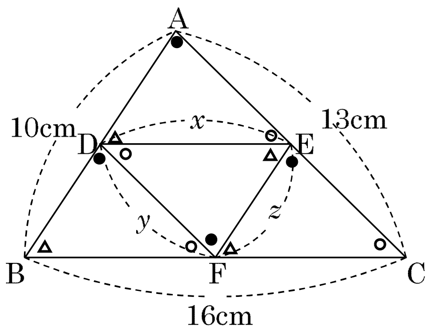
$x=4$

4cm

45 BCDE

中点連結定理 啓 P.142

右の図で，D，E，F がそれぞれ AB，AC，BC の中点であるとき，次の問いに答えなさい。



① x，y，z の値を求めなさい。

$x=8$，$y=7.5$，$z=5$

x **8cm**　　y **6.5 cm**

z **5 cm**

② △FED はどんな三角形か答えなさい。

AB//EF，BC//DE，CA//FD からそれぞれ同位角が等しいから，

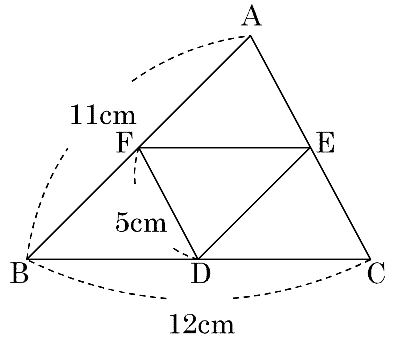
△ABC∽△FED

△ABC と相似な三角形

46
BCDE

中点連結定理 啓 P.142

次の図の△ABC で，D，E，F はそれぞれ辺 BC，CA，AB の中点である。次の問いに答えなさい。



① 辺 DE，EF，CA の長さを求めなさい。

中点連結定理より

$$\mathrm{DE}=\frac{1}{2}\mathrm{AB}=\frac{1}{2}\times 11=5.5$$

$$\mathrm{EF}=\frac{1}{2}\ \mathrm{BC}=\frac{1}{2}\times 12=6$$

$$\mathrm{FD}=\frac{1}{2}\mathrm{CA},\ \mathrm{FD}\times\frac{2}{1}=\frac{1}{2}\mathrm{CA}\times\frac{2}{1},\ 2\mathrm{FD}=\mathrm{CA},\ \mathrm{CA}=2\mathrm{FD},\ \mathrm{CA}=2\times 5$$

$$\mathrm{CA}=10$$

DE **5.5cm**　EF **6cm**　CA **10cm**

② ED と AB の位置関係を記号で答えなさい。

ED//AB

③ ①②に使った定理を何と言いますか。漢字で書きなさい。

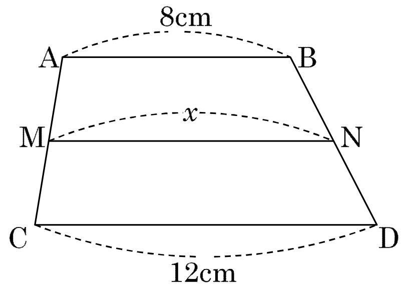
中点連結定理

47
BCDE

次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

中点連結定理（２） 啓 P.143　hakken.の法則

例 AB // CD，AC，BD の中点をそれぞれ M，N とするとき，x の長さを求めなさい。



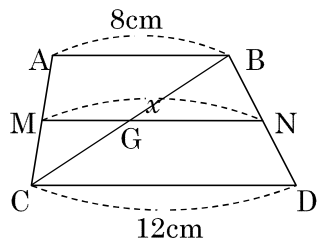
［解き方］ 線分 BC を引き，MN との交点を G とする。
△ACB において中点連結定理より，

$$\mathrm{MG}=\frac{1}{2}\mathrm{AB}=\frac{1}{2}\times 8=4$$

△BCD において中点連結定理より

$$\mathrm{GN}=\frac{1}{2}\mathrm{CD}=\frac{1}{2}\times 12=6$$

$x=\mathrm{MG}+\mathrm{GN}=4+6=10$　［答］ 10cm

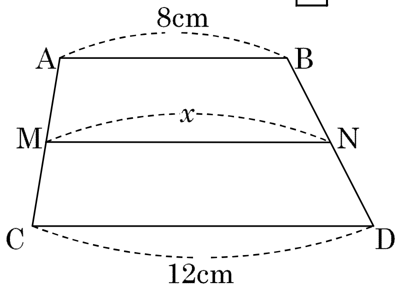


48

BCDE

中点連結定理 啓 P.143

AB // CD，AC，BD の中点をそれぞれ M，N とするとき，x の長さを求めなさい。



線分 **BC** を引き，**MN** との交点を **G** とする。

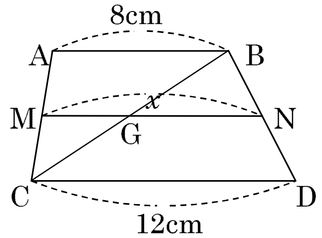
△**ACB** において中点連結定理より，

$\mathbf{MG}=\frac{1}{2}\mathbf{AB}=\frac{1}{2}\times 8=4$

△**BCD** において中点連結定理より

$\mathbf{GN}=\frac{1}{2}\mathbf{CD}=\frac{1}{2}\times 12=6$

$x=\mathbf{MG}+\mathbf{GN}=4+6=10$



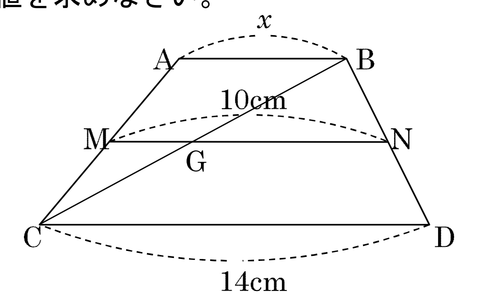
10cm

49

E

中点連結定理 啓 P.143

AB//CD，AC の中点 M，BD の中点を N とするとき x の値を求めなさい。



線分 **BC** を引き，**MN** との交点を **G** とする。

△**BCD** において中点連結定理より，

$\mathbf{NG}=\frac{1}{2}\mathbf{CD}=\frac{1}{2}\times 14=7$

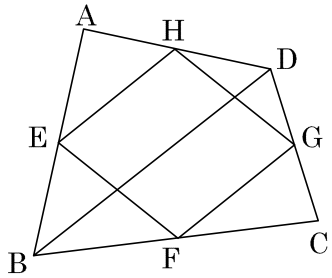
$\mathbf{MG}=10-7=3$，$x=3\times 2=6$

6cm

50 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。
CDE

中点連結定理（３）啓 P.143　hakken.の法則

例 四角形 ABCD の辺 AB，BC，CD，DA の中点をそれぞれ E，F，G，H とする。次の問いに答えなさい。



(1) 四角形 EFGH が平行四辺形になることを証明しなさい。

［証明］

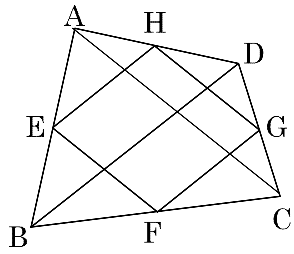
△ABD，△CBD のそれぞれにおいて，
中点連結定理より，

EH // BD，EH＝$\frac{1}{2}$BD，FG // BD，FG＝$\frac{1}{2}$BD

したがって，EH // FG ，EH＝FG

1 組の対辺が平行でその長さが等しいから，四角形 EFGH は平行四辺形である。

(2) AC＝BD のとき，四角形 EFGH はどんな四角形になるか答えなさい。



［解き方］ (1)より EH＝FG＝$\frac{1}{2}$BD

また，△ABC，△ADC のそれぞれにおいて，
中点連結定理より，

EF＝HG＝$\frac{1}{2}$AC，仮定より AC＝BD だから

EH＝FG＝EF＝HG，4 辺が等しいから四角形 EFGH はひし形になる。

［答］ ひし形

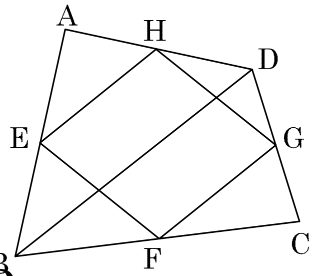
51

CDE

中点連結定理 啓 P.143

四角形 ABCD の辺 AB，BC，CD，DA の中点をそれぞれ E，F，G，H とする。

次の問いに答えなさい。



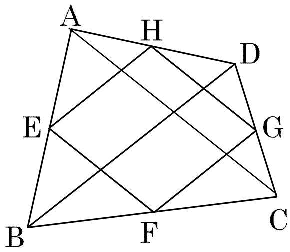
① 四角形 EFGH が平行四辺形になることを証明しなさい。

△ABD，△CBD のそれぞれにおいて，
中点連結定理より，

EH // BD，EH＝$\frac{1}{2}$BD，FG // BD，FG＝$\frac{1}{2}$BD

したがって，**EH // FG ，EH＝FG**
1 組の対辺が平行でその長さが等しいから，
四角形 **EFGH** は平行四辺形である。

② AC＝BD のとき，四角形 EFGH はどんな四角形になるか答えなさい。



①より **EH＝FG＝$\frac{1}{2}$BD**

また，△**ABC**，△**ADC** のそれぞれにおいて，
中点連結定理より，

EF＝HG＝$\frac{1}{2}$AC，仮定より **AC＝BD** だから

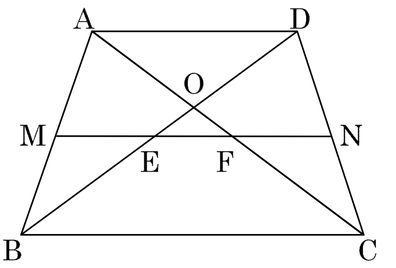
EH＝FG＝EF＝HG，**4** 辺が等しいから四角形 **EFGH** はひし形になる。

ひし形

52
E

中点連結定理 啓 P.143

AD：BC＝3：5 である AD//BC の台形 ABCD がある。辺 AB の中点 M を通り辺 BC に平行な直線と対角線 BD，対角線 AC，辺 CD との交点をそれぞれ E，F，N とする。次の問いに答えなさい。



① MF：FN を簡単な整数の比で表しなさい。

中点連結定理より

MF$=\frac{1}{2}$**BC，FN**$=\frac{1}{2}$**AD** より

MF：FN$=\frac{5}{2}:\frac{3}{2}=$**5：3**

5：3

② 台形 ABCD の対角線の交点を O とするとき，AO：OF を簡単な整数の比で表しなさい。

△**ACD** において中点連結定理より
NF：DA＝1：2 なので，**CF：AF＝１：１…(1)**
また，**BC：AD＝5：3** より，**CO：AO＝5：3**
よって，**CO：AO：AC＝5：3：8…(2)**
(1) (2)より **CF：OF：AO＝4：1：3**

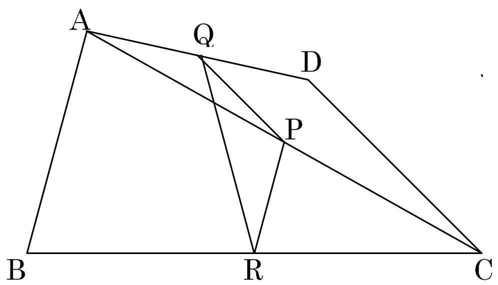
よって，**AO：OF＝3：1**

3：1

53
E

中点連結定理 啓 P.143

下の図のように，AB＝CD の四角形 ABCD の対角線 AC の中点を P，辺 AD，BC の中点をそれぞれ Q，R とする。次の問いに答えなさい。



① △PQR はどんな三角形になりますか。

二等辺三角形

② ①のような三角形になることを証明しなさい。

△**ABC** で，中点連結定理より，**PR**$=\frac{1}{2}$**AB** …①

△**ADC** で，中点連結定理より，**PQ**$=\frac{1}{2}$**CD** …②

仮定より **AB＝CD** **…**③

①，②，③より，**PR＝PQ**

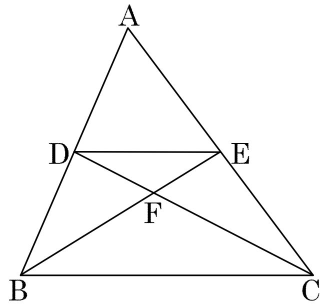
よって，**2** つの辺が等しいので△**PQR** は二等辺三角形である。

54

E

中点連結定理 啓 P.143

△ABC の 2 辺 AB，AC の中点をそれぞれ D，E とする。BE と CD の交点を F とするとき，BF：FE＝2：1 になることを証明しなさい。



△DEF と **△CBF** において，

△ABC で，中点連結定理より，

DE＝$\frac{1}{2}$**BC** …①

DE//BC …②

②より，平行な辺の錯角なので，∠**EDF**＝∠**BCF** …③

∠**DEF**＝∠**CBF** …④

③，④より，**2** 組の角がそれぞれ等しいので，**△DEF∽△CBF**

①より，**BC：ED＝2：1**

相似な三角形の対応する辺の比はすべて等しいので，

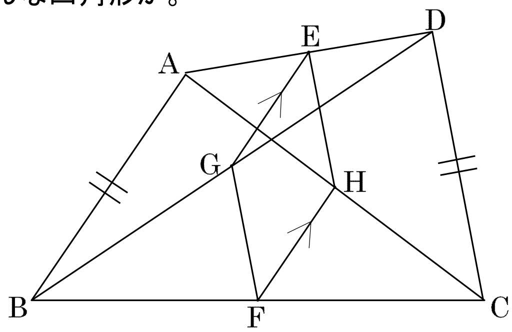
BF：FE＝2：1

55

CDE

中点連結定理 啓 P.143

四角形 ABCD の辺 AD，BC の中点をそれぞれ E，F，対角線 AC，BD の中点をそれぞれ H，G とする。AB＝CD のとき，四角形 EGFH はどんな四角形か。



中点連結定理より，**HF//EG**

△CAB で，**HF**＝$\frac{1}{2}$**AB**

△ABD で，**EG**＝$\frac{1}{2}$**AB**

同様にして，**EH//GF** より，**EH＝GF**

AB＝CD だから，**EG＝GF＝FH＝HE**

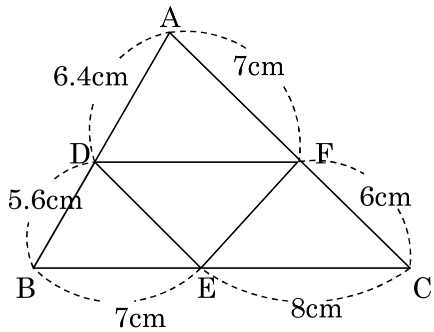
よって，４辺がすべて等しいから，四角形 **EGFH** は、ひし形

ひし形

56
BCDE

中点連結定理 啓 P.143

右の図の線分 DE，EF，FD のうち△ABC の辺に平行な線分を答えなさい。



△**BCA** において，

BE：EC＝7：8

BD：DA＝5.6：6.4＝56：64＝7：8

BE：EC＝BD：DA

よって，**BE：BC＝BD：BA**

線分の比と平行線の関係から，**CA//DE**

△**CAB** において，

CE：EB＝8：7

CF：FA＝6：7≠CE：EB　よって，**EF** は **BA** に平行でない。

△**ABC** において，

AD：DB＝6.4：5.6＝64：56＝8：7

AF：FC＝7：6≠AD：DB　よって，**FD** は **BC** に平行でない。

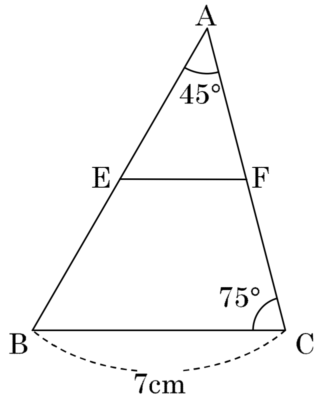
つまり，線分 **DE**，**EF**，**FD** のうち△**ABC** の辺に平行な線分は，線分 **DE**

線分 DE

57
BCDE

中点連結定理 啓 P.143

右の図で，△ABC の辺 AB，辺 AC の中点をそれぞれ E，F とするとき，次の問いに答えなさい。



① 線分 EF の長さを求めなさい。

中点連結定理より，

△**ABC** で，$\mathbf{EF}=\frac{1}{2}\mathbf{BC}=\mathbf{3.5}$　　**3.5cm**

② ∠AEF の大きさを求めなさい。

∠B＝∠AEB＝180－(45＋75)＝60°　　**60°**

58
ABCDE

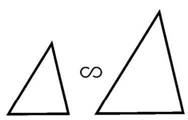
次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

相似比と面積比（１） 啓 P.146～148　　hakken.の法則

★相似な平面図形

相似比が $m：n$ のとき　　周の長さの比は $\boldsymbol{m：n}$

面積の比は　$\boldsymbol{m^2：n^2}$



59 ABCDE

相似比と面積比 啓 P.146～148

空らんをうめなさい。

相似比が $m:n$ のとき　周の長さの比は（ $m:n$ ）

面積の比は（ $m^2:n^2$ ）

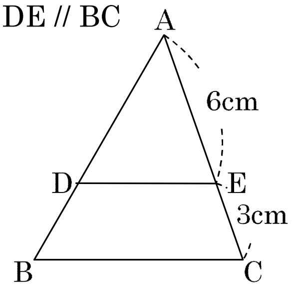
60 ABCDE

次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

相似比と面積比（２） 啓 P.146～148　hakken.の法則

例　右の図で次の問いに答えなさい。

DE // BC



(1)　△ABC と△ADE の相似比を求めなさい。

［解き方］　AC：AE＝9：6 なので相似比は 3：2

［答］3：2

(2)　△ABC と△ADE の面積の比を求めなさい。

［解き方］　$3^2:2^2=9:4$　［答］9：4

(3)　△ABC の面積が 36cm² のとき，△ADE の面積を求めなさい。

［解き方］　△ADE の面積を x cm² とすると

(2)より　$36:x=9:4$　，$9x=36\times4$　，$9x=144$　，$\frac{9x}{9}=\frac{144}{9}$　，$x=16$

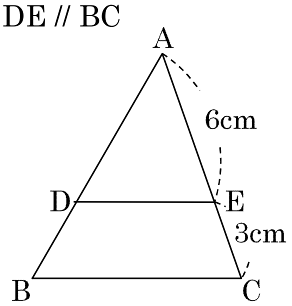
［答］16 cm²

61 ABCDE

相似比と面積比 啓 P.146～148

右の図で次の問いに答えなさい。

DE // BC



①　△ABC と△ADE の相似比を求めなさい。

AC：AE＝9：6 なので相似比は 3：2　**3：2**

②　△ABC と△ADE の面積の比を求めなさい。

$\mathbf{3^2:2^2=9:4}$　**9：4**

③　△ABC の面積が 36cm² のとき，△ADE の面積を求めなさい。

△ADE の面積を x cm² とすると

②より，　$36:x=9:4$　，$9x=36\times4$　，$9x=144$　，$\frac{9x}{9}=\frac{144}{9}$　，$x=16$

16cm²

62

BCDE

相似比と面積比 啓 P.146～148

△ABC∽△DEF で，その相似比は 3：2 である。
△DEF の面積が 16 cm^2 のとき，△ABC の面積を求めなさい。

△ABC の面積を $\boldsymbol{x}$ とすると，面積比は **9：4** なので，$9:4=x:16$

$4x=144$

$x=36$

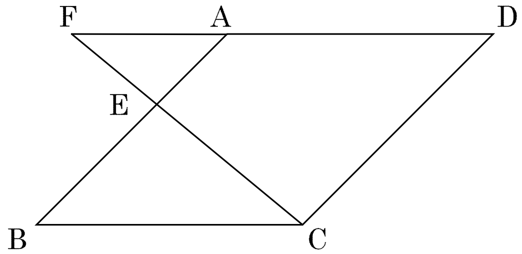
36 cm^2

63

E

相似比と面積比 啓 P.146～148

右の図の平行四辺形 ABCD において，辺 AB を 2：3 に分ける点を E とします。
また，直線 CE と AD の交点を F とします。このとき，△CFD と平行四辺形 ABCD の面積比を求めなさい。



AE：EB＝2：3 より
△AEF：△BEC＝4：9
AE：DC＝2：5 より
△AEF：△CFD＝4：25,
また，**△AEF**：四角形 **AECD＝4：21**
△CFD：平行四辺形 **ABCD＝△CFD**：四角形 **AECD＋△BEC**
＝25：21＋9
＝25：30
＝5：6

5：6

64

E

相似比と面積比 啓 P.146～148

円の半径を$\sqrt{3}$倍にすると，面積はもとの円の何倍になりますか。

もとの円の半径を r とすると，その面積は πr^2
半径を$\sqrt{3}$倍した円の面積は，$\pi(\sqrt{3}r)^2=3\pi r^2$

よって **3** 倍

3 倍

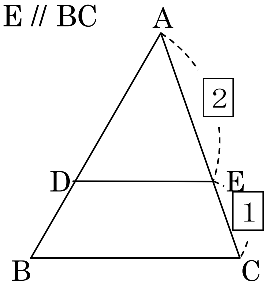
65

BCDE

相似比と面積比 啓 P.146～148

右の図で，AE：EC＝2：1 で，△ABC の面積が 36cm² のとき，△ADE，四角形 DBCE の面積を求めなさい。

DE // BC



△ADE と△ABC で,

AE：EC＝2：1 だから，**AE：AC＝2：3**

△ADE＝x とすると，

△ADE：△ABC＝4：9＝x：36(cm²)

$9x=4\times36$

$9x=144$

$x=16$(cm²)

四角形 **DBCE＝△ABC－△ADE＝36－16＝20(cm²)**

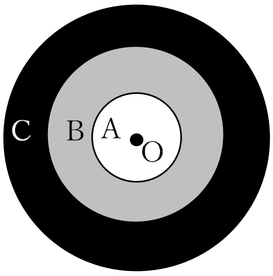
△ADE **16cm²**　　四角形 DBCE **20cm²**

66

CDE

相似比と面積比 啓 P.146～148

次の図のように，点 O を中心として，半径が 1cm，2cm，3cm の 3 つの円 A，B，C がある。次の問いに答えなさい。



① B の部分の面積は，A の部分の面積の何倍か求めなさい。

相似比は **1：2** なので面積比は **1：4**

A の面積を **1** とすると，**B** の面積は **4－1＝3**

よって，　　**3** 倍　　**3 倍**

② C の部分の面積は，A の部分の面積の何倍か求めなさい。

相似比は **1：3** なので面積比は **1：9**

A の面積を **1** とすると，**C** の面積は**(全体－B** の面積－**A** の面積**)**より，**9－3－1＝5**

よって，　　**5** 倍　　**5 倍**

hakken.

67

BCDE

相似比と面積比 啓 P.146～148

相似比が 4：3 の相似な 2 つの台形 A，B があり，B の面積が 108cm² のとき A の面積を求めなさい。

台形 **A，B** の面積比は **16：9**

A の面積を x とすると，$16:9=x:108$

$$9x=108\times16$$

$$x=\frac{108\times16}{9}$$

$$x=192$$

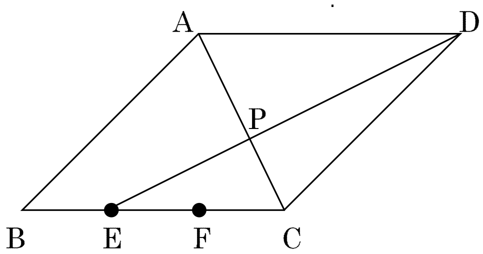
192cm²

68

E

相似比と面積比 啓 P.146～148

下の図のように，平行四辺形 ABCD の辺 BC を 3 等分する点を E，F とし，AC と DE の交点を P とする。△PEC の面積が 4cm² のとき，平行四辺形 ABCD の面積を求めなさい。



△PEC と **△PDA** は相似なので

EP：PD＝2：3

面積比は **4：9** なので

△PDA の面積は **9cm²**

また **△PDC** は **△PEC** と高さが同じなので

面積比は底辺の比と同じく **2：3**

よって **△PDC** の面積は **6cm²**

△ADC の面積は **9＋6＝15cm²**

平行四辺形 **ABCD** の面積は **△ADC** の **2** 倍なので，**15×2＝30**

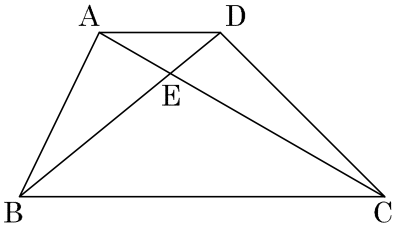
30cm²

69

E

相似比と面積比 啓 P.146～148

右の図で，AD//BC で，BC＝3AD とする。また，E は AC，BD の交点である。△AED の面積が 6cm^2 のとき，台形 ABCD の面積を求めなさい。



AD//BC，AD：BC＝1：3 より，

△ABE：△AED＝BE：ED＝3：1

△ABE＝△AED×3＝18(cm²)

△ABE：△EBC＝AE：EC＝1：3

△EBC＝△ABE×3＝54(cm²)

△DCE＝△ABE＝18cm² だから，求める面積は，**6＋18×2＋54＝96(cm²)**

(注**)△AED∽△CEB** で相似比は **1：3** だから，面積比は $\mathbf{1^2：3^2}$ であり，

△CEB＝6×3²＝54(cm²)としてもよい。

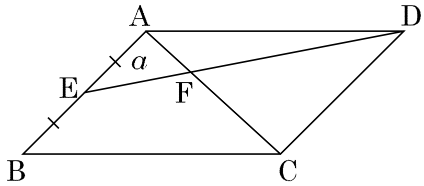
96cm²

70

E

相似比と面積比 啓 P.146～148

平行四辺形 ABCD の辺 AB の中点を E，AC と DE の交点を F とする。△AEF の面積が a のとき，△AFD，△DFC，四角形 EBCF の面積を，a を使って表しなさい。



AB//DC，AE：CD＝1：2 より

△AEF：△AFD＝EF：FD＝1：2

△AFD＝△AEF×2＝2*a*

△AFD：△DFC＝AF：FC＝1：2

△DFC＝△AFD×2＝4*a*

また，**△ABC＝△ACD＝2*a*＋4*a*＝6*a***

だから，四角形 **EBCF** の面積は，

△ABC－△AEF＝6*a*－*a*＝5*a*

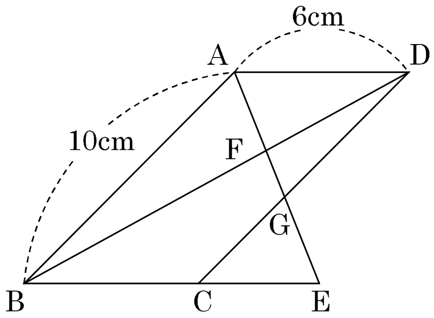
△AFD **2*a***　　△DFC **4*a***　　四角形 EBCF **5*a***

71

DE

相似比と面積比 啓 P.146〜148

右の図のように，AB＝10cm，AD＝6cm の平行四辺形において∠DAB の二等分線と辺 BC を C の方へ延長した直線との交点を E，線分 AE と対角線 BD，辺 CD との交点を F，G とする。次の問いに答えなさい。



① 線分 AG と線分 GE の長さの比を求めなさい。

△AGD と△EGC において
AD//BE より∠DAG＝∠CEG…①
∠AGD=∠EGC(対頂角)…②
①，②より 2 角がそれぞれ等しいから，
△AGD∽△EGC
AE は∠DAB の二等分線なので，∠BAE＝∠DAG…③
①，③より∠BAE＝∠BEA
なので△ABE は二等辺三角形であるから，BE＝10cm
BC＝6cm であるから CE＝4cm,

よって AG：GE＝3：2

3：2

② GE＝3cm のとき，線分 FG の長さを求めなさい。

AG は 3：2＝AG：3cm，AG＝$\frac{9}{2}$cm

GC は 2：5＝GC：10cm，GC＝4cm　よって DG＝6cm

△ABF∽△GDF＝AB：DG＝10cm：6cm＝5：3＝AF：FG

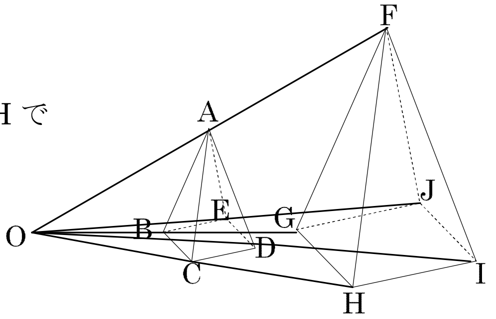
よって AG：FG＝8：3 ，FG＝$\frac{3}{8}$AG＝$\frac{3}{8}\times\frac{9}{2}$cm＝$\frac{27}{16}$cm

$\frac{27}{16}$cm

72
CDE
次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

相似な立体の表面積・体積 啓 P.149 hakken.の法則

★相似な立体

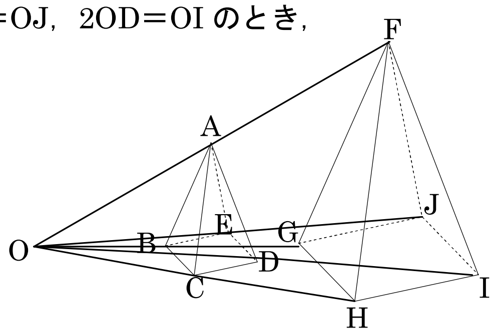


例 右の図で，2OA＝OF，2OB＝OG，2OC＝OH
2OD＝OI，2OE＝OJ のとき，△ABC∽△FGH である理由を述べなさい。

［理由］ △AOC と△FOH で，
仮定より，
OA : OF＝OC : OH＝1 : 2 …①
共通だから，∠O＝∠O …②
①，②より，2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから，
△AOC∽△FOH よって，AC : FH＝1 : 2 …③
同様にして，AB : FG＝1 : 2 …④
BC : GH＝1 : 2 …⑤
③，④，⑤より，3 組の辺の比がそれぞれ等しいから，
△ABC∽△FGH

73
CDE
相似な立体の表面積・体積 啓 P.149

右の図で，2OA＝OF，2OB＝OG，2OC＝OH，2OE＝OJ，2OD＝OI のとき，△ABC∽△FGH である理由を述べなさい。



△AOC と△FOH で，
仮定より，
OA : OF＝OC : OH＝1 : 2 …①
共通だから，∠O＝∠O …②
①，②より，2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから，
△AOC∽△FOH よって，AC : FH＝1 : 2 …③
同様にして，AB : FG＝1 : 2 …④
BC : GH＝1 : 2 …⑤
③，④，⑤より，3 組の辺の比がそれぞれ等しいから，
△ABC∽△FGH

74
ABCDE

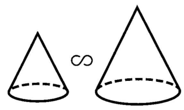
次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

相似な立体の表面積の比と体積の比（１） 啓 P.150～151　hakken.の法則

★相似な立体

相似比が m ： n のとき　表面積の比は $\boldsymbol{m^2 : n^2}$

体積の比は　$\boldsymbol{m^3 : n^3}$



75
ABCDE

相似な立体の表面積の比と体積の比 啓 P.150~151

空らんをうめなさい。

○　相似比が m ： n のとき表面積の比は（　$\boldsymbol{m^2 : n^2}$　）

体積の比は　（　$\boldsymbol{m^3 : n^3}$　）

76
ABCDE

次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

相似比と体積比（２） 啓 P.150～151　hakken.の法則

例　2 つの立体 P，Q があり，その相似比は 2 : 3 である。

(1)　P の表面積が，36 ㎠のとき，Q の表面積を求めなさい。

［解き方］　Q の表面積を x とすると，相似比が 2 : 3 だから，

表面積の比は $2^2 : 3^2 = 4 : 9$　　$4 : 9 = 36 : x$

$$4x = 9 \times 36$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{9 \times 36}{4}$$

$$x = 81$$

［答］ 81cm²

(2)　P の体積が，80 ㎤のとき，Q の体積を求めなさい。

［解き方］　Q の体積を y とすると，相似比が 2 : 3 だから，

体積の比は $2^3 : 3^3 = 8 : 27$

$$8 : 27 = 80 : y$$

$$8y = 27 \times 80$$

$$\frac{8y}{8} = \frac{27 \times 80}{8}$$

$$y = 270$$

［答］ 270cm³

77

ABCDE

相似な立体の表面積の比と体積の比 啓 P.150~151

2 つの立体 P，Q があり，その相似比は 2：3 である。

① P の表面積が，36 ㎠のとき，Q の表面積を求めなさい。

Q の表面積を x とすると，相似比が 2：3 だから，

表面積の比は $2^2：3^2＝4：9$ 　　$4：9＝36：x$

$$4x=9\times36$$

$$\frac{4x}{4}=\frac{9\times36}{4}$$

$$x=81$$

81cm²

② P の体積が，80 ㎤のとき，Q の体積を求めなさい。

Q の体積を y とすると，相似比が 2：3 だから，

体積の比は $2^3：3^3＝8：27$

$$8：27=80：y$$

$$8y=27\times80$$

$$\frac{8y}{8}=\frac{27\times80}{8}$$

$$y=270$$

270cm³

78
BCDE

相似な立体の表面積の比と体積の比 啓 P.152

相似な 2 つの円錐 A，B があり，底面の直径の比が 1：3 のとき，次の問いに答えなさい。

① A，B の表面積の比を答えなさい。

相似比が $m:n$ のとき，表面積の比は $m^2:n^2=1^2:3^2$

$=1:9$

1：9

② A，B の体積比を求めなさい。

相似比が $m:n$ のとき，体積の比は $m^3:n^3=1^3:3^3$

$=1:27$

1：27

③ B の体積が $54\pi\,cm^3$ のとき，A の体積を求めなさい。

A の体積を x とすると，$1:27=x:54\pi$

$27x=54\pi\times1$

$x=\frac{54\pi}{27}$

$x=2\pi$

$2\pi\,cm^3$

79
E

相似な立体の表面積の比と体積の比 啓 P.150~151

相似な 2 つの円柱の表面積の比が 16：9 のとき，体積比を求めなさい。

表面積の比が 16：9 なので相似比は 4：3
体積比は 64：27

64：27

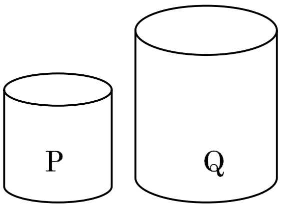
80

BCDE

相似な立体の表面積の比と体積の比 啓 P.152

次の図において，円柱Ｐと円柱Ｑは相似である。

Ｐの高さが 9cm，Ｑの高さが 15cm のとき，次の問いに答えなさい。



① 円柱Ｐと円柱Ｑの底面の円周の長さの比を求めなさい。

高さの比は 9：15＝3：5 だから，直径の比も 3：5

円周＝$2\pi r$ だから，円周の比も 3：5

3：5

② 円柱Ｐと円柱Ｑの底面の表面積の比を求めなさい。

相似比は 3：5 だから，表面積の比も 9：25

9：25

③ Ｐの体積が $54\pi\,\mathrm{cm}^3$ のとき，Ｑの体積を求めなさい。

ＰとＱの相似比は 3：5 なので，体積比は 27：125

Ｑの体積を x とすると，

$27:125=54:x$

$x=250$

$250\pi\,\mathrm{cm}^3$

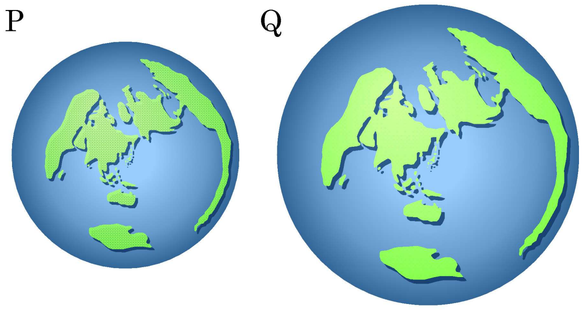
81

BCDE

相似な立体の表面積の比と体積の比 啓 P.152

直径 12cm と直径 16cm のＰ，Ｑの地球儀がある。

Ｑの地球儀の体積はＰの地球儀の体積の何倍か答えなさい。



相似は 12：16＝3：4 だから、

体積比はＰ：Ｑ＝27：64

したがって，

Ｑの地球儀はＰの地球儀の$\frac{64}{27}$倍

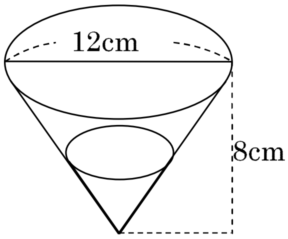
$\frac{64}{27}$倍

82

相似な立体の表面積の比と体積の比 啓 P.152

E

右の図のような底面の直径が 12cm，高さが 8cm の円錐の容器がある。この容器に深さが 4cm になるまで水を入れたとき，この水の体積を求めなさい。



全体と求める部分の相似比は **2：1** なので，

体積比は **8：1** となる。

全体の体積は **6×6×π×8÷3＝96π(cm³)**

8：1＝96π：x　，8x＝96π

x＝12π

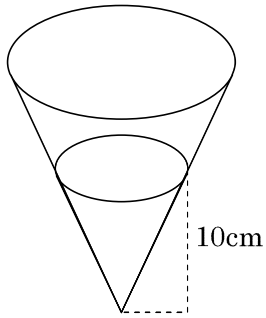
12π cm³

83

相似な立体の表面積の比と体積の比 啓 P.152

E

右の図のような円錐の容器に 250cm³ の水を入れたところ水面の高さは 10cm になった。水面をさらに 2cm 高くするには，何 cm³ の水を加えればよいか答えなさい。



相似比は **10：12＝5：6**

体積比は **125：216**

125：216＝250：x

x＝432

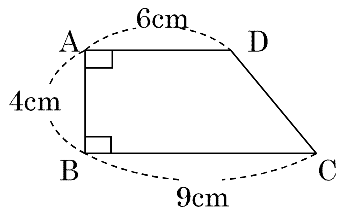
432－250＝182

182cm³

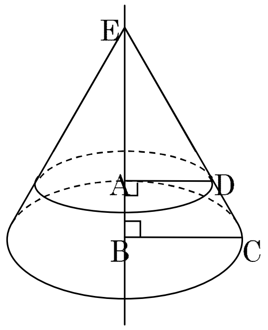
84
E

相似な立体の表面積の比と体積の比 啓 P.152

右の図の台形 ABCD を，辺 AB を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。



辺 **AB** を点 **A** 側に延長した線と辺 **DC** を点 **D** 側に延長した線の交点を点 **E** とする。
台形 **ABCD** を回転してできた立体の体積は△**EBC** を回転してできた円錐から△**EAD** を回転してできた円錐を引くと求めることができる。また辺 **EA** の長さは



$6:9=x:x+4$
$2:3=x:x+4$
$3x=2x+8$
$x=8$
△**EBC** を回転してできた円錐
$9\times9\times\pi\times12\div3=324\pi$
相似比は **3**：**2**，体積比は **27**：**8**　だから
求める体積は

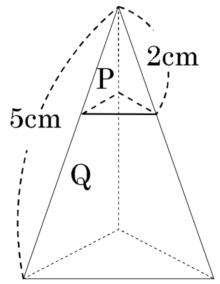
$$324\pi\times\frac{27-8}{27}=324\pi\times\frac{19}{27}=228\pi$$

228π cm^3

85
E

相似な立体の表面積の比と体積の比 啓 P.152

右のような母線の長さが 5cm の三角錐がある。図のように上から 2cm のところで，底面に平行な面ができると，小さい三角錐 P と立体 Q ができる。次の問いに答えなさい。



① もとの三角錐と P の表面積の比と体積の比を求めなさい。

相似比が 5：2 だから表面積の比は $5^2:2^2=25:4$

体積の比は $5^3:2^3=125:8$

表面積の比 **25：4**　　体積の比 **125：8**

② もとの三角錐の底面積が 6cm² のとき，P の底面積を求めなさい。

P の底面積を x とすると，面積の比は 25：4 だから

$25:4=6:x$ ，$25x=4\times6$ ，$25x=24$ ，$x=\frac{24}{25}$

$\frac{24}{25}$cm²

③ P と Q の体積の比を求めなさい。

（Q の体積）＝（もとの三角錐の体積）－（P の体積）

①より（もとの三角錐の体積）：（P の体積）＝125：8

（もとの三角錐の体積）：（Q の体積）＝125：（125－8)

＝125：117

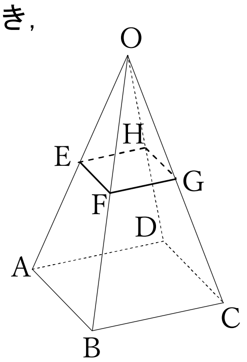
よって（P の体積）：（Q の体積）＝8：117

8：117

86
CDE

相似な立体の表面積の比と体積の比 啓 P.152

右の図で，四角錐 OABCD∽四角錐 OEFGH で，OA：OE＝2：1 のとき，底面 EFGH で分けられた上の部分をＰ，下の部分を Q としたとき，Ｐ，Q の体積比を求めなさい。



四角錐 OABCD∽四角錐 OEFGH で，OA：OE＝2：1 だから，

四角錐 OABCD と四角錐 OEFGH 体積比は 8：1＝P＋Q：P

＝(7＋1)：1

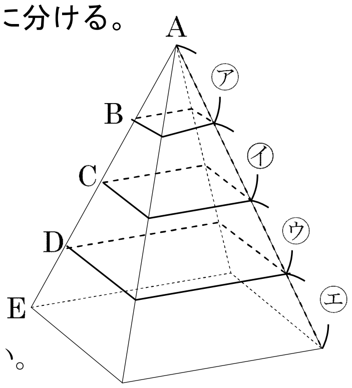
P：Q＝1：7

1：7

87
E

相似な立体の表面積の比と体積の比 啓 P.152

右の図で，点 B，C，D は四角錐の辺 AE を 4 等分する点である。それらの点を通り底面に平行な 3 つの平面で四角錐を切り，㋐，㋑，㋒，㋓の 4 つの立体に分ける。



① もとの円錐の表面積は，㋐の表面積の何倍か。

もとの円錐と㋐の相似比は 4：1

表面積の比は，$4^2：1^2$＝16：1

16 倍

② ㋐の体積が a のとき，㋑～㋓の体積を，a を使って表しなさい。

㋑…$a\times2^3-a=7a$　㋒…$a\times3^3-a\times2^3=19a$　㋓…$a\times4^3-a\times3^3=37a$

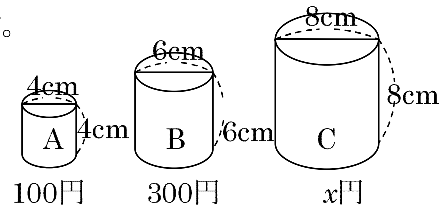
㋑ **$7a$**　㋒ **$19a$**　㋓ **$37a$**

88
BCDE

次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

相似の利用 啓 P.153～154　hakken.の法則

例 右の図のようなみかんの缶詰 A，B，C があります。
次の問いに答えなさい。



(1) A を 3 つ買うのと，B を 1 つ買うのでは，どちらが割安か答えなさい。

［解き方］ 3 つの缶詰は相似だから，
相似比は A：B＝4：6＝2：3
体積比は A：B＝8：27
A を 3 つ買うときの合計の体積と B の体積との比は
A×3：B＝8×3：27＝24：27
よって，B を買う方が割安。　［答］ B

(2) C の値段がいくら以下であれば、1 番割安になるか答えなさい。

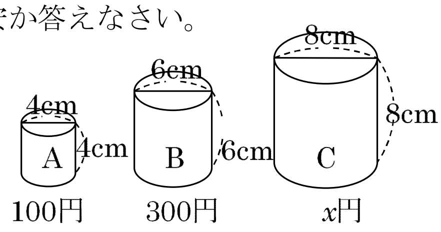
［解き方］ B，C の相似比は B：C＝6：8＝3：4
B，C の体積比は B：C＝27：64 …①
値段の比は B：C＝300：x …②
①，②より，27：64＝300：x
$27x=300\times64$
$27x=19200$
$x=711.11\cdots$　よって，711 円以下であればよい。
［答］ 711 円以下

89
BCDE

相似の利用 啓 P.153～154

右の図のようなみかんの缶詰 A，B，C があります。 次の問いに答えなさい。

① A を 3 つ買うのと，B を 1 つ買うのでは、どちらが割安か答えなさい。



3 つの缶詰は相似だから，

相似比は A：B＝4：6＝2：3

体積比は A：B＝8：27

A を 3 つ買うときの合計の体積と B の体積との比は

A×3：B＝8×3：27＝24：27

よって，**B** を買う方が割安。

B

② C の値段がいくら以下であれば、1 番割安になるか答えなさい。

B，C の相似比は B：C＝6：8＝3：4

B，C の体積比は B：C＝27：64 …①

値段の比は **B：C＝300：x** …②

①，②より，**27：64＝300：x**

$$27x = 300 \times 64$$
$$27x = 19200$$
$$x = 711.11\cdots$$

よって，711 円以下であればよい。

711 円以下

90
ABCDE

次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

2 地点間の距離（1） 啓 P.155 hakken.の法則

例 右の図で，AC＝15m，BC＝21m，∠ACB＝58°のとき，縮図をかいて，AB 間の長さを求めなさい。

［解き方］ AC＝5cm，BC＝7cm，∠ACB＝58°として，

$\frac{1}{300}$の縮図をかき，定規で AB 間の長さを図り，300 倍する。

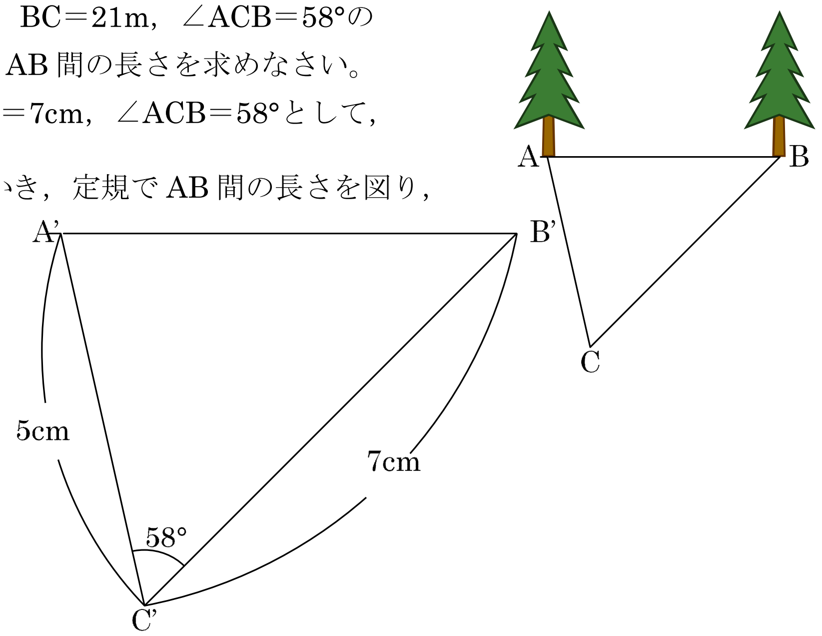
A’B’＝6cm

AB＝6×300

＝1800(cm)

＝18m

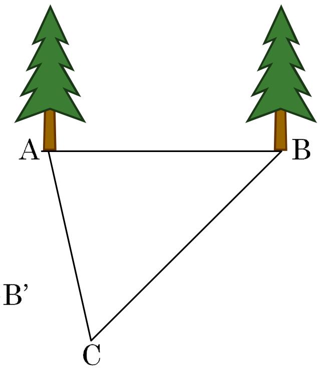
［答］ 約 18m



91
ABCDE

2 地点間の距離 啓 P.155

右の図で，AC＝15m，BC＝21m，∠ACB＝58°のとき，縮図をかいて，AB 間の長さを求めなさい。



AC＝5cm，BC＝7cm，∠ACB＝58°として，

$\frac{1}{300}$の縮図をかき，定規で **AB** 間の長さを図り，

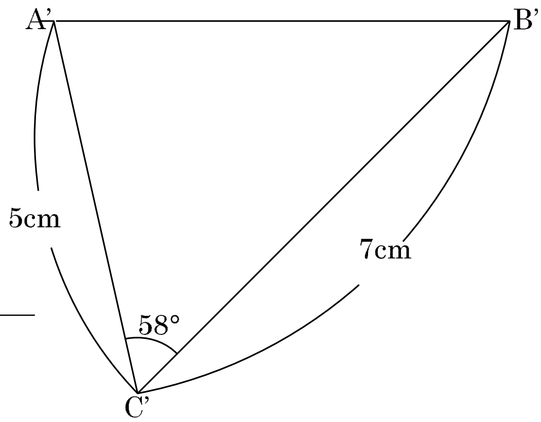
300 倍する。

A'B'＝6cm

AB＝6×300

＝1800(cm)

＝18m



約 18m

92
E

2 地点間の距離 啓 P.155

次の図は，池をはさんだ 2 地点 A，B 間の距離をはかるためにかいた縮図である。AC，BC の実際の長さがそれぞれ 20m，25m のとき，AB 間の距離を求めなさい。

定規で測ると，　**AB=約 6cm**

AC=約 4cm

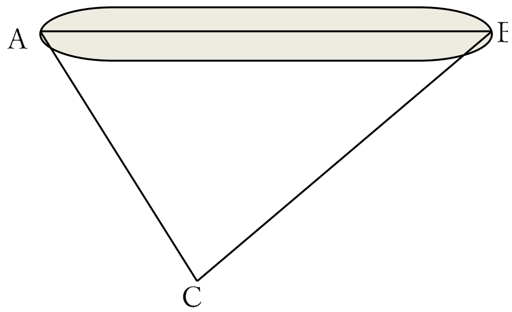
BC=約 5cm

AB の実際の長さを $\boldsymbol{x}$ **m** とすると，

$\mathbf{4:6=20:}\boldsymbol{x}$

$\mathbf{2:3=20:}\boldsymbol{x}$

$\boldsymbol{x}\mathbf{=30}$



約 30m

93
E

2 地点間の距離 啓 P.155

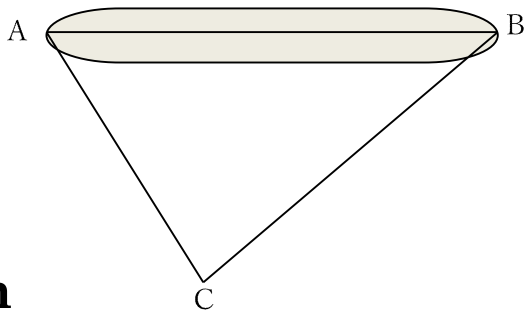
湖をはさんだ 2 地点 A，B 間の距離を求めるため，地点 C を決めて長さと角度をはかったところ，AC＝30m，BC＝40m，∠ACB＝80°だった。
この池の縮図△ABC をかいて，AB 間の距離を求めなさい。

AC＝3cm，BC＝4cm の縮図△**ABC** をかき，

AB 間をはかると，約 **4.5cm** になる。

よって **AB：30＝4.5：3**

AB＝45



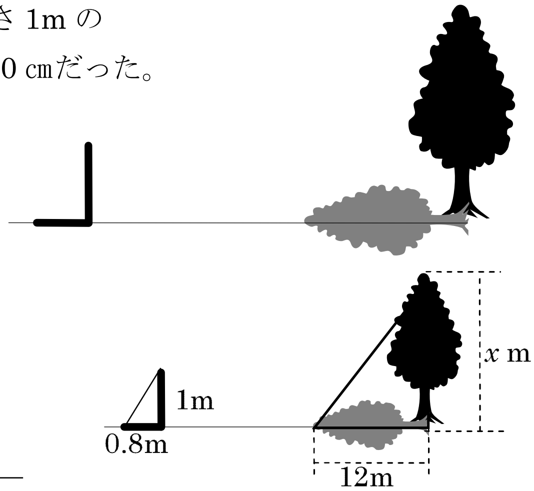
約 45m

94
ABCDE
次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

２地点間の距離（２） 啓 P.155　　hakken.の法則

例 影が 12mの木の高さを測りたい。そこで長さ 1m の棒を地面に垂直に立て，その影を測ったら 80 cmだった。この木の高さは何 m か求めなさい。

［解き方］ 三角形の相似で考える。右の図で，
2 つの三角形は相似である。
木の高さを x m とすると
$1 : x = 0.8 : 12$
$0.8x = 12$
$x = 12 \div 0.8$
$x = 15$　　［答］ 15m

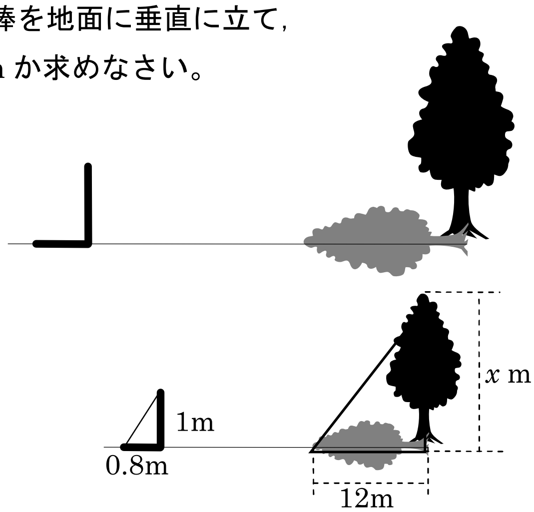


95
ABCDE
２地点間の距離 啓 P.155

影が 12m の木の高さを測りたい。そこで長さ 1m の棒を地面に垂直に立て，その影を測ったら 80cm だった。この木の高さは何 m か求めなさい。

三角形の相似で考える。右の図で，
2 つの三角形は相似である。
木の高さを x m とすると
$1 : x = 0.8 : 12$
$0.8x = 12$
$x = 12 \div 0.8$
$x = 15$

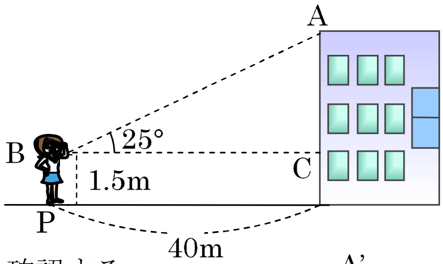
15m



96 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。
BCDE

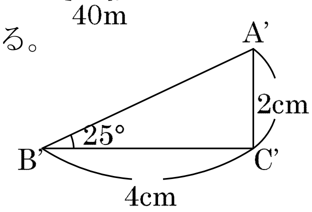
２地点間の距離（３）啓 P.155　　hakken.の法則

例 ビルから40m離れた地点Pから，ビルの上端A を見上げたら，水平方向に対して 25°上に見えた。目の高さは 1.5m であった。40m を 4cm とした縮図をかき，ビルの高さを求めなさい。



［解き方］ まず，右のような縮図をかく。

A’C’の長さを定規で測ると，2cm になるのを確認する。



△ABC と△A’B’C’は相似だから AC の長さを

x m とすると　$2 : x = 4 : 40$

$2 : x = 1 : 10$

$x = 2\times10$

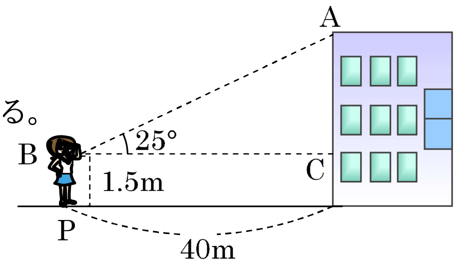
$x = 20$

ビルの高さ＝AC の長さ＋目の高さ　だから，20＋1.5＝21.5　　［答］ 21.5m

97　　２地点間の距離 啓 P.155
BCDE

ビルから 40m離れた地点 P から，ビルの上端 A を見上げたら，水平方向に対して 25°上に見えた。目の高さは 1.5m であった。40m を 4cm とした縮図をかき，ビルの高さを求めなさい。

まず，右のような縮図をかく。



A’C’の長さを定規で測ると，2cm になるのを確認する。

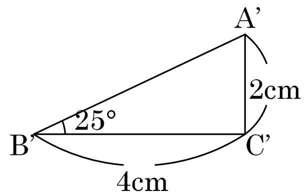
△ABC と△A’B’C’は相似だから AC の長さを

x m とすると　$2 : x = 4 : 40$

$2 : x = 1 : 10$

$x = 2\times10$

$x = 20$



ビルの高さ＝AC の長さ＋目の高さ　だから，

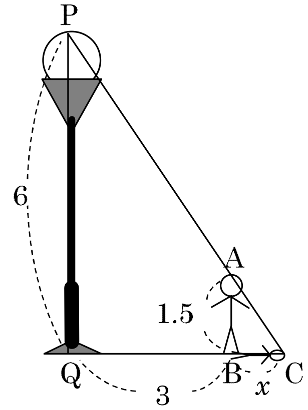
20＋1.5＝21.5

21.5m

98
E

2 地点間の距離 啓 P.155

高さ 6m の街灯 PQ から 3m のところに身長 150cm の人 AB が立っている。
この人の影の長さを求めなさい。



影の先を **C**，影の長さを ***x*m** とすると，
△ABC∽△PQC となり，相似比は **1.5：6**
比を簡単にすると **1：4** よって，
$1:4=x:(x+3)$
これを解いて，**$x=1$**
よって， **1m**

1m

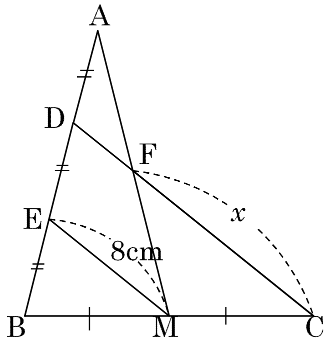
99
DE

次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

学びを身につけよう 啓 P.158～159 **hakken.の法則**

例 EM// CD，AD＝DE＝EB，BM＝MC のとき x の長さを求めなさい。

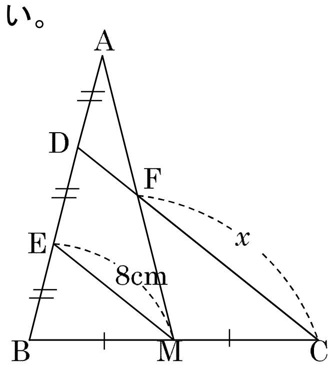
［解き方］ 中点連結定理より，
DC＝2EM＝2×8＝16
$DF=\frac{1}{2}EM=\frac{1}{2}\times 8=4$
$x=16-4=12$ ［答］ 12cm



100
DE

学びを身につけよう 啓 P.158～159

EM// CD，AD＝DE＝EB，BM＝MC のとき x の長さを求めなさい。



中点連結定理より，
DC＝2EM＝2×8＝16
$DF=\frac{1}{2}EM=\frac{1}{2}\times 8=4$
$x=16-4=12$

12cm

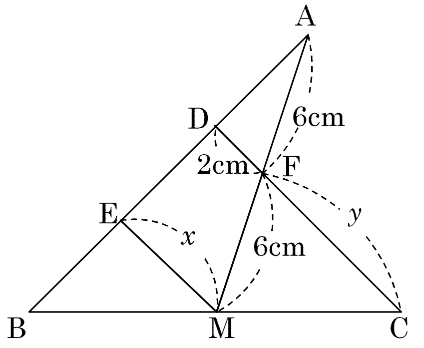
101

E

学びを身につけよう 啓 P.158～159

EM//CD，BC の中点を M とするとき x，y の値を求めなさい。

①



△AEM で,

中点連結定理より $x=2\times2=4$

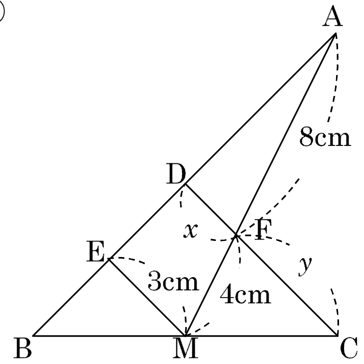
△BCD で,

中点連結定理より DC＝$x\times2=8$,

$y=8-2=6$

x **4cm** ，　y **6cm**

②



△AEM で,

$8:12=x:3$

$2:3=x:3$

$3x=6$

$x=2$

△BCD で中点連結定理より,

DC＝$3\times2=6$

$y=6-2=4$

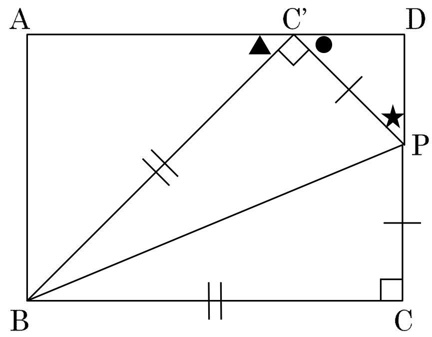
x **2cm** ，　y **4cm**

102

E

学びを身につけよう 啓 P.158～159

右の図のように，長方形 ABCD の辺 CD 上の点 P と頂点 B を結ぶ線分 BP を折り目としてこの長方形を折り返したところ，頂点 C がちょうど辺 AD と重なった。その点を C'とするとき，△ABC'∽△DC'P を証明しなさい。



▲＋●＝90°
★＋●＝90°
よって，▲＝★

△**ABC'**と△**DC'P** において

仮定より，

∠**BAC'**＝∠**C'DP**＝**90°**　…①

∠**BC'A**＝**180°**－∠**PC'B**－∠**PC'D**

＝**180°**－**90°**－∠**PC'D**

＝**90°**－∠**PC'D**　…②

三角形の内角の和は **180°**なので，

∠**C'PD**＝**180°**－∠**PDC'**－∠**PC'D**

＝**180°**－**90°**－∠**PC'D**

＝**90°**－∠**PC'D**　…③

②，③より，∠**BC'A**＝∠**C'PD**　…④

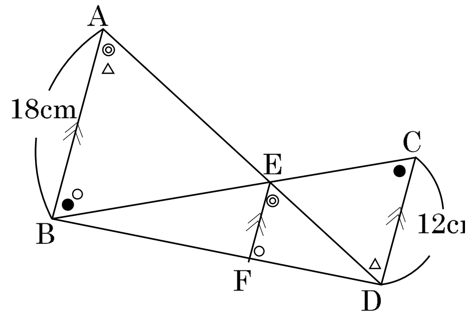
①，④より，**2** 組の角がそれぞれ等しいので，△**ABC'**∽△**DC'P**

103

DE

学びを身につけよう 啓 P.158～159

右の図で AB//CD//EF のとき，EF の長さを求めなさい。



△ABE と△DCE で，
AB//CD より，錯角は等しいから
∠ABE＝∠DCE…①
∠EAB＝∠EDC…②
2 組の角がぞれぞれ等しいから，△ABE∽△DCE
相似比は 18：12＝3：2 よって，EA：DE＝3：2，DA：DE＝5：2…③
△DAB と△DEF で，
AB//EF より，同位角は等しいから
∠DAB＝∠DEF…①
∠DBA＝∠DFE…②
2 組の角がぞれぞれ等しいから，△DAB∽DEF…④
③，④より，△DAB と DEF の相似比は 5：2　したがって，AB：EF＝5：2＝18：EF
5EF＝2×18
5EF＝36
EF＝7.2

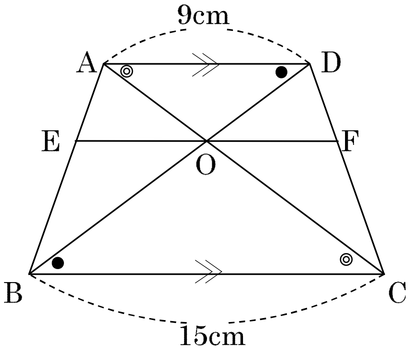
7.2cm

104

DE

学びを身につけよう 啓 P.158〜159

右の図で，AD//BC の台形の対角線の交点を通り，辺 BC に平行な直線をひき，AB，DC との交点をそれぞれ E，F とするとき，次の問いに答えなさい。



① EO，FO の長さを求めなさい。

△AOD と△COB で,
AD//BC から錯角は等しいから,
∠DAO＝∠BCO…(1)
∠ADO＝∠CBO…(2)
(1)，(2)より，2 組の角がそれぞれ等しいから,
AOD∽△COB
①より，△AOD と△COB の相似比は 9：15＝3：5
したがって，AO：OC＝3：5 よって，AC：OC＝8：5…(3)
△CAD∽△COF だから，(3)より，相似比は 8：5 よって，AD：OF＝8：5
9：OP＝8：5
8OF＝45
OF＝$\frac{45}{8}$

同様に，EO＝$\frac{45}{8}$

EO **$\frac{45}{8}$cm**　FO **$\frac{45}{8}$cm**

② 台形 ABCD の面積は△AOD の何倍になるか答えなさい。

台形 ABCD の高さを h とすると，台形 ABCD の面積＝$(9+15)\times h\times\frac{1}{2}=12h$

△AOD の面積＝$9\times\frac{3}{8}h\times\frac{1}{2}=\frac{27}{16}h$

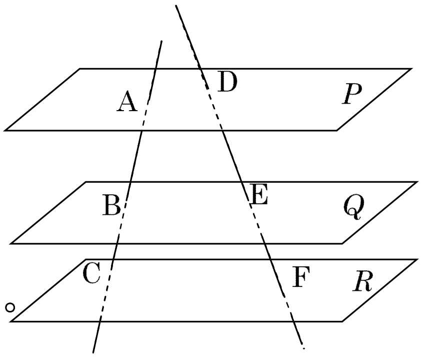
$12h\div\frac{27}{16}h=\frac{64}{9}$

$\frac{64}{9}$倍

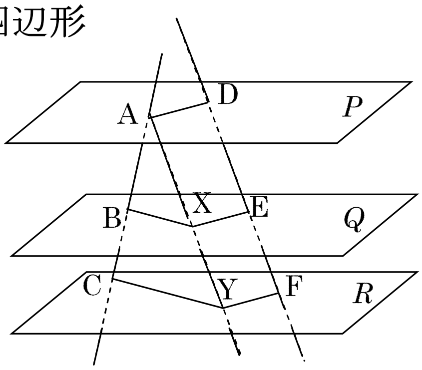
105
DE

学びを身につけよう 啓 P.158～159

右の図のような平行な平面 P，Q，R 上に A，B，C，D，E，F があるとき，
AB : BC＝DE : EF であることを証明しなさい。
ただし，ABC と DEF はそれぞれ一直線上に
あるものとします。



A を通り，直線 **DF** に平行な直線と
平面 **Q**，**R** との交点をそれぞれ **X**，**Y** とする。
平面 **P**，**Q**，**R** は平行だから，
四角形 **AXED** と四角形 **XYFE** は共に平行四辺形
よって，**AX**＝**DE**，**XY**＝**EF**…①
また，**BX**//**CY** だから，△**ACY** で，
AB : **BC**＝**AX** : **XY**…②
①，②から，**AB** : **BC**＝**DE** : **EF**



106
E

次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

線分を等分する点・応用　hakken.の法則

★平行線と線分の比の性質を利用して，線分を等分する点を求める。

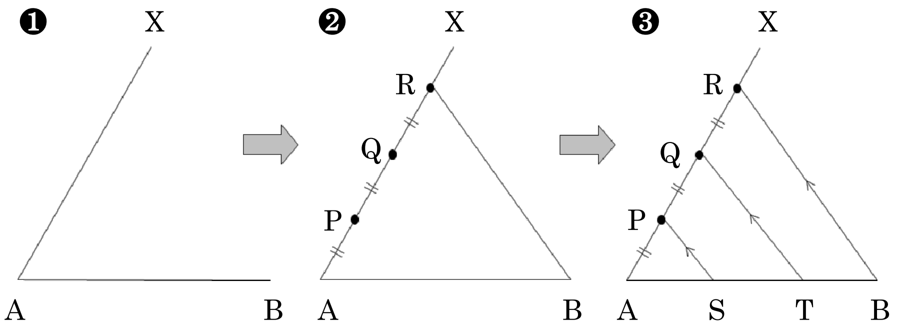
例 右の図で直線 AB を 3 等分する点をかき入れなさい。　A ＿＿＿＿＿＿ B

［かき順］

❶ 点 A から直線 AB と重ならない直線 AX をひく。

❷ AX 上に，点 A から順に等間隔に P，Q，R をとり，点 R と B を結ぶ。

❸ 点 P，Q から RB に平行な直線をひき，AB との交点をそれぞれ S，T とする。



107 線分を等分する点・応用

E 下の図で直線 AB を 3 等分する点を書き入れなさい。

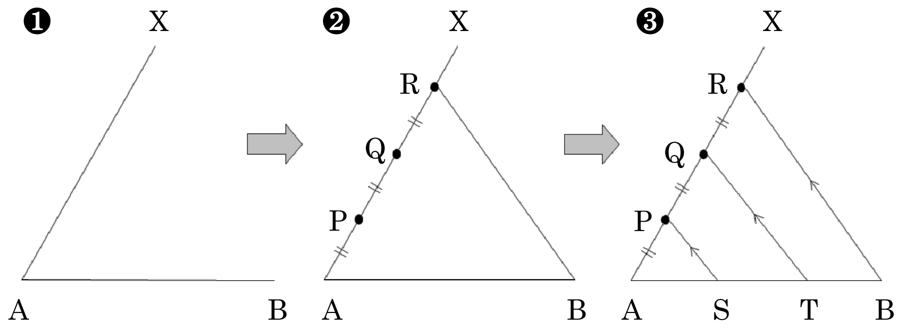
A B

かき順

❶ 点 A から直線 AB と重ならない直線 AX をひく。

❷ AX 上に，点 A から順に等間隔に P，Q，R をとり，点 R と B を結ぶ。

❸ 点 P，Q から RB に平行な直線をひき，AB との交点をそれぞれ S，T とする。



108 啓林館 中３ ５章 図形と相似

２節 平行線と線分の比

３節 相似な図形の計量

４節 相似の利用