

3-7 図形と相似① 啓林館

1 次の hakken の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

相似な図形 啓 P.122

hakken. の法則

★**拡大・縮小** …ある図形の形を変えないで、一定の割合で大きくすることを**拡大**する、小さくすることを**縮小**するという。

★**相似な図形**…2つの図形があって、一方の図形を拡大または縮小したものと、他方の図形が合同であるとき、この2つの図形は**相似**であるという。

2

相似な図形 啓 P.122

BCDE 空らんをうめなさい。

- ある図形の形を変えないで、一定の割合で大きくすることを（⑦）する、小さくすることを（①）するという。
- 2つの図形があって、一方の図形を（⑦）または（①）したものと、他方の図形が合同であるとき、この2つの図形は（⑨）であるという。

⑦ 拡大 ① 縮小 ⑨ 相似

3

次の hakken の法則を読んで内容を覚えなさい。

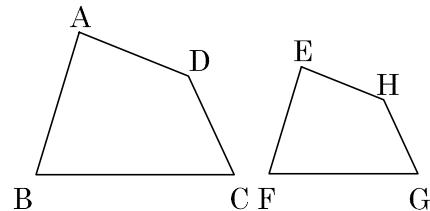
ABCDE

相似な図形の性質 啓 P.123~124

hakken. の法則

★**相似な図形**…四角形 ABCD と四角形 EFGH が相似であることを、記号 \sim を使って、次のように表す。

四角形 ABCD \sim 四角形 EFGH



★**相似な多角形の性質**

I 対応する線分の比は、すべて等しい。

四角形 ABCD \sim 四角形 EFGH のとき、 $AB : EF = BC : FG = CD : GH = DA : HE$

II 対応する角の大きさは、それぞれ等しい。

四角形 ABCD \sim 四角形 EFGH のとき、 $\angle A = \angle E, \angle B = \angle F, \angle C = \angle G, \angle D = \angle H$

4

相似な図形の性質 啓 P.123~124

AB

相似な多角形の性質を書なさい。

I 対応する線分の比は、すべて等しい。

II 対応する角の大きさは、それぞれ等しい。

5

相似な図形の性質 啓 P.123~124

ABCDE 相似な多角形の性質を書なさい。

I 対応する線分の比は、すべて等しい。II 対応する角の大きさは、それぞれ等しい。

6

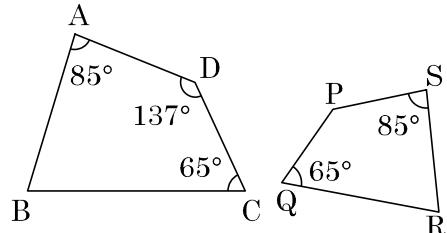
相似な図形の性質 啓 P.123~124

ABCDE 右の図の2つの四角形は相似である。

① 2つの四角形の関係を、記号∽を使って表しなさい。

四角形 ABCD ∽ 四角形 SRQP

② 辺 CD に対応する辺を答えなさい。

辺 QP③ $\angle R$ の大きさを求めなさい。

$$\angle R = \angle B = 360^\circ - (65^\circ + 85^\circ + 137^\circ) = 73^\circ$$

73°

相似な図形の性質 啓 P.123~124

E 次の文章の下線部が正しければ○を、正しくなければ正しい答えに直して、解答欄に記入しなさい。

中心角が等しい2つのおうぎ形は、相似であるといえる。

8 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

相似比 (1) 啓 P.124~125**hakken.の法則** ★相似比…相似な2つの多角形で、対応する辺の長さの比を**相似比**という。★比の性質… $a : b = c : d$ ならば $ad = bc$

9

相似比 啓 P.124~125

BCDE 空らんをうめなさい。

○ 相似な2つの多角形で、対応する辺の長さの比を(**相似比**)といいう。○ $a : b = c : d$ ならば (**$ad = bc$**) が成り立つ

10 次の hakken の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

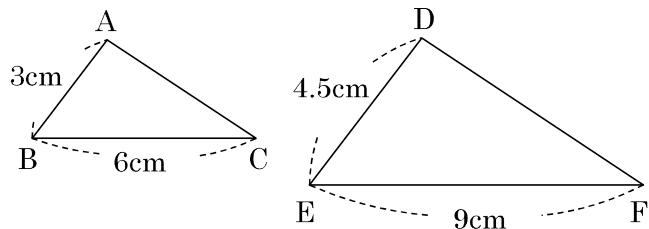
相似比 (2) 啓 P.124~125

例 右の図で、 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ のとき、 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ の相似比を求めなさい。

[解き方] $BC : EF = 6 : 9 = 2 : 3$
だから、相似比は、 $2 : 3$

[答] 2 : 3

hakken の法則

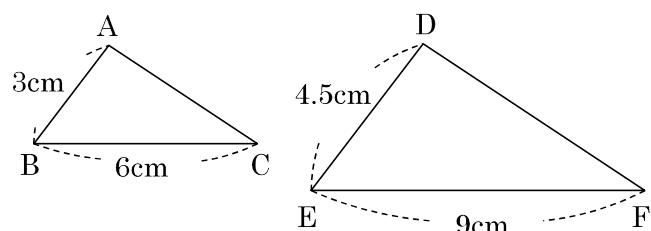


11

ABCDE 右の図で、 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ のとき、 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ の相似比を求めなさい。

 $BC : EF = 6 : 9 = 2 : 3$ だから、相似比は、 $2 : 3$

相似比 啓 P.124~125

2 : 3

12 次の hakken の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

比の性質を使って辺の長さを求めるこ (1) 啓 P. 125

hakken の法則

★比の性質… $a : b = c : d$ ならば $ad = bc$ 例 次の式で x の値を求めなさい。

(1) $x : 12 = 4 : 3$

$x \times 3 = 12 \times 4$

$3x = 48$

$x = 16$

(2) $5 : x = 4 : 6$

$5 \times 6 = x \times 4$

$4x = 30$

$x = \frac{15}{2} (7.5)$

比の性質を使って辺の長さを求めるこ 啓 P. 125

13 ABCDE 次の式で x の値を求めなさい。

(1) $x : 12 = 4 : 3$

$x \times 3 = 12 \times 4$

$3x = 48$

$x = 16$

(2) $5 : x = 4 : 6$

$5 \times 6 = x \times 4$

$4x = 30$

$x = \frac{15}{2} (7.5)$

14

比の性質を使って辺の長さを求めるこ 啓 P. 125E x の値を求めなさい。

$$5 : 4 = x : 10$$

$$5 \times 10 = 4 \times x$$

$$x = \frac{50}{4}$$

$$= \frac{25}{2} \quad (12.5)$$

15

次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

比の性質を使って辺の長さを求めるこ 啓 P. 125hakken. の法則 

例 右の図で、 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ のとき、辺 AC, 辺 DE の長さを求めなさい。

[解き方] 図より

$$x : 6 = 6 : 9$$

$$3 : y = 6 : 9$$

$$9x = 6 \times 6$$

$$6y = 3 \times 9$$

$$9x = 36$$

$$6y = 27$$

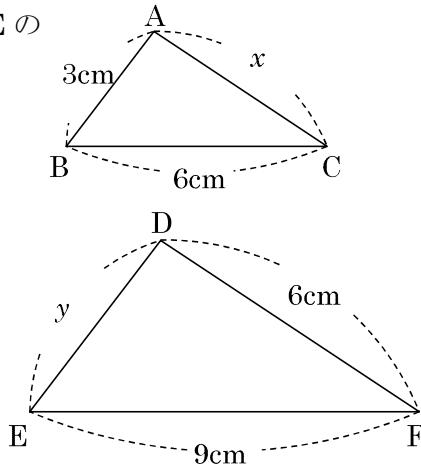
$$\frac{9x}{9} = \frac{36}{9}$$

$$\frac{6y}{6} = \frac{27}{6}$$

$$x = 4$$

$$y = \frac{9}{2}$$

[答] $AC = 4\text{cm}$, $DE = \frac{9}{2}\text{cm}$



16

比の性質を使って辺の長さを求めるこ 啓 P. 125

ABCDE

右の図で、 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ のとき、辺 AC, 辺 DE の長さを求めなさい。

$$x : 6 = 6 : 9$$

$$3 : y = 6 : 9$$

$$9x = 6 \times 6$$

$$6y = 3 \times 9$$

$$9x = 36$$

$$6y = 27$$

$$\frac{9x}{9} = \frac{36}{9}$$

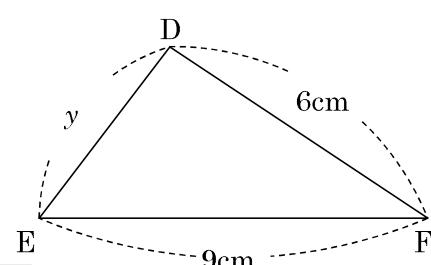
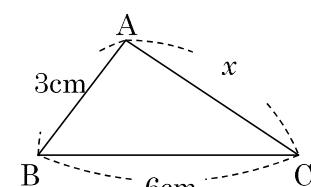
$$\frac{6y}{6} = \frac{27}{6}$$

$$x = 4$$

$$y = \frac{9}{2}$$

AC **4cm**

DE **$\frac{9}{2}\text{cm}$**



17

比の性質を使って辺の長さを求めることが P. 125

A 右の図で、 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ のとき、辺 BC, 辺 DF の長さを求めなさい。

$x : 12 = 3 : 4$

$4x = 12 \times 3$

$4x = 36$

$\frac{4x}{4} = \frac{36}{4}$

$x = 9$

BC 9cm

$6 : y = 3 : 4$

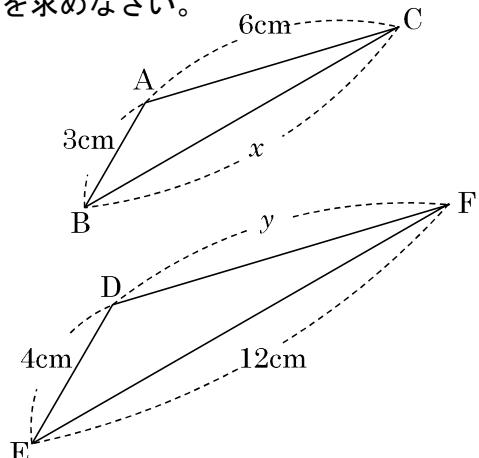
$3y = 6 \times 4$

$3y = 24$

$\frac{3y}{3} = \frac{24}{3}$

$y = 8$

DF 8cm



18

比の性質を使って辺の長さを求めることが P. 125

BCDE 2つの直角三角形が次のような条件のとき、2つの直角三角形はどんな関係といえるか。

 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ である。相似比が $1 : 1$ である。合同

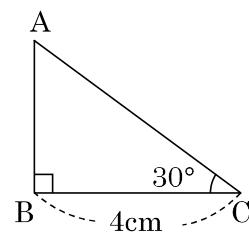
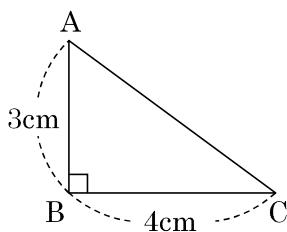
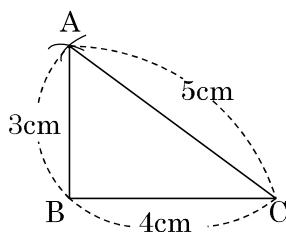
19

次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

三角形の相似条件（1） 啓 P. 126~127hakken.の法則

例 次の三角形を3つの方法でかきなさい。

$AB = 3\text{cm}, BC = 4\text{cm}, CA = 5\text{cm}, \angle B = 90^\circ, \angle C = 30^\circ$

① 3つの辺の長さを
使ってかく② 2つの辺の長さと、
その間の角を
使ってかく③ 1つの辺の長さと、
その両端の角を
使ってかく

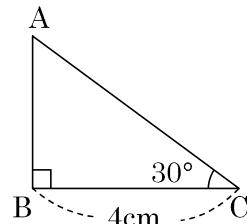
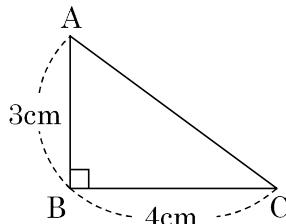
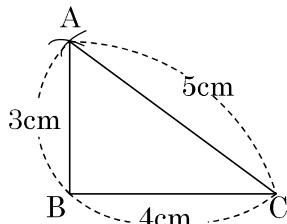
20

三角形の相似条件 啓 P. 126~127

次の三角形を 3 つの方法でかきなさい。

$AB=3\text{cm}$, $BC=4\text{cm}$, $CA=5\text{cm}$, $\angle B=90^\circ$, $\angle C=30^\circ$

- ① 3 つの辺の長さを 使ってかく。
- ② 2 つの辺の長さと, その間の角を 使ってかく。
- ③ 1 つの辺の長さと, その両端の角を 使ってかく。



21

次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

三角形の相似条件 (1) 啓 P. 126~127

hakken. の法則

★三角形の相似条件

2 つの三角形は次の場合に相似である。

I 3 組の辺の比がすべて等しいとき

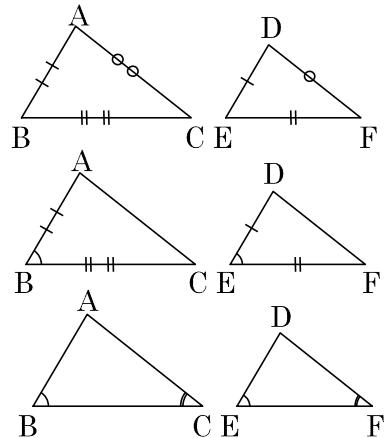
$$AB : DE = BC : EF = CA : FD$$

II 2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいとき

$$AB : DE = BC : EF, \angle B = \angle E$$

III 2 組の角がそれぞれ等しいとき

$$\angle B = \angle E, \angle C = \angle F$$



22

三角形の相似条件 啓 P. 126~127

AB

三角形の相似条件を書きなさい。

3 組の辺の比がすべて等しいとき

2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいとき

2 組の角がそれぞれ等しいとき

23

三角形の相似条件 啓 P. 126~127

AB 三角形の相似条件を書きなさい。

3組の辺の比がすべて等しいとき

2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいとき

2組の角がそれぞれ等しいとき

24

三角形の相似条件 啓 P. 126~127

ABCDE 三角形の相似条件を書きなさい。

3組の辺の比がすべて等しいとき

2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいとき

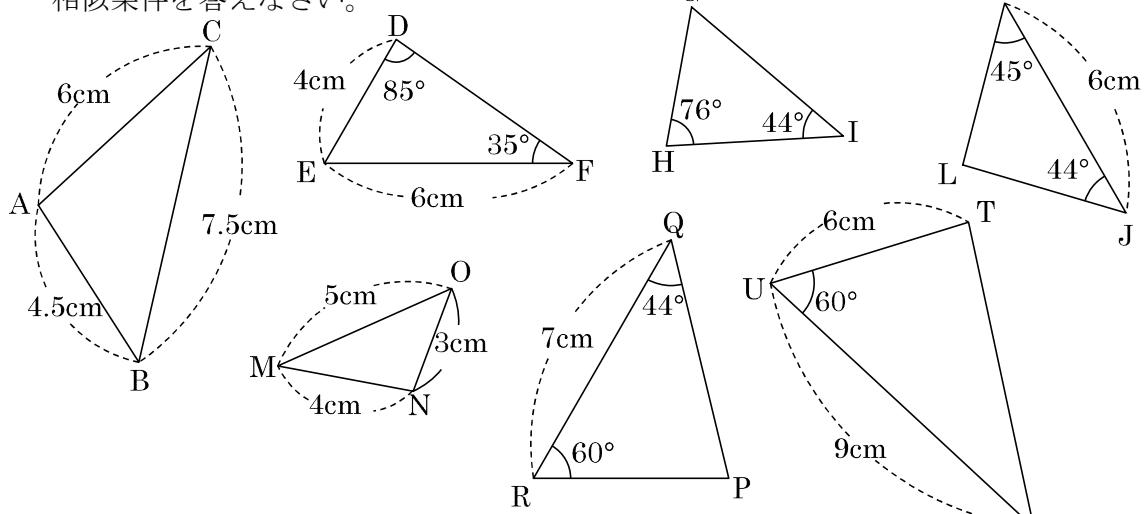
2組の角がそれぞれ等しいとき

25 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

三角形の相似条件（2）答 P. 128hakken. の法則 

- 例 次の図で相似な三角形の組を選び、記号を使って答えなさい。またそのとき使った相似条件を答えなさい。



[解き方] $\triangle ABC \sim \triangle NOM$ で、

$$AB : NO = 4.5 : 3 = 3 : 2, \quad BC : OM = 7.5 : 5 = 3 : 2,$$

$$CA : MN = 6 : 4 = 3 : 2$$

$\triangle DEF \sim \triangle TUS$ で、 $\angle DEF = 180 - (85 + 35) = 60^\circ$

よって、 $\angle DEF = \angle TUS = 60^\circ$ ， $DE : TU = EF : US = 2 : 3$

$\triangle GHI \sim \triangle RPQ$ で、 $\angle IGH = 180 - (76 + 44) = 60^\circ$

よって、 $\angle IGH = \angle QRP = 60^\circ$ ， $\angle GIH = \angle RQP = 44^\circ$

[答] $\triangle ABC \sim \triangle NOM$ 3組の辺の比がすべて等しい。

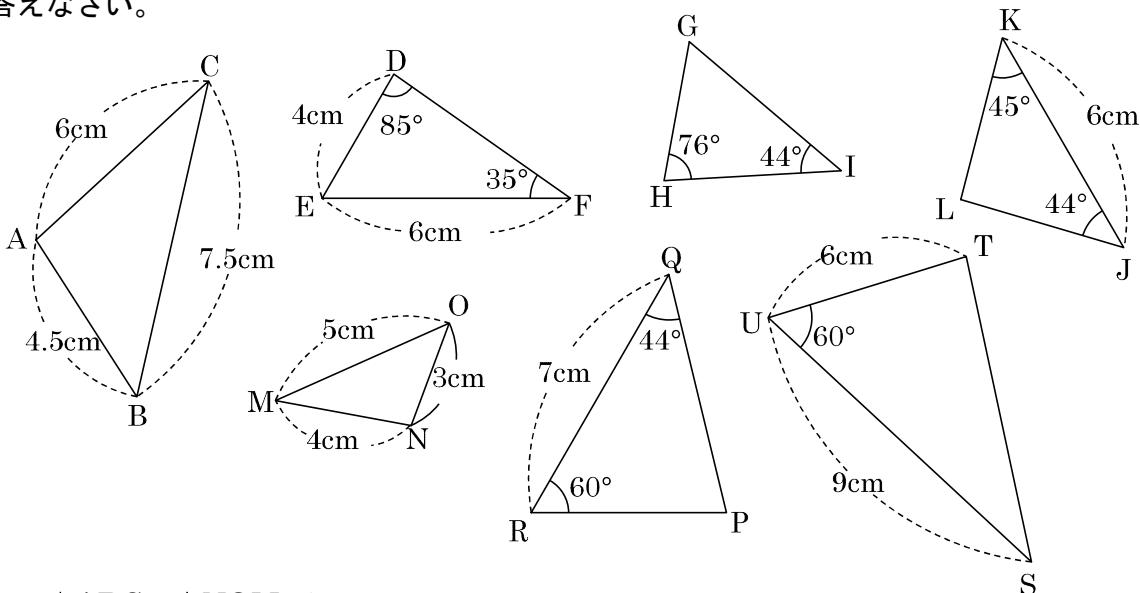
$\triangle DEF \sim \triangle TUS$ 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。

$\triangle GHI \sim \triangle RPQ$ 2組の角がそれぞれ等しい。

26

三角形の相似条件 啓 P. 128

- ABCDE 次の図で相似な三角形の組を選び、記号を使って答えなさい。またそのとき使った相似条件を答えなさい。

 $\triangle ABC \sim \triangle NOM$ で、

$$AB : NO = 4.5 : 3 = 3 : 2, BC : OM = 7.5 : 5 = 3 : 2, CA : MN = 6 : 4 = 3 : 2$$

 $\triangle DEF \sim \triangle TUS$ で、 $\angle DEF = 180 - (85 + 35) = 60^\circ$ よって、 $\angle DEF = \angle TUS = 60^\circ$ ， $DE : TU = EF : US = 2 : 3$ $\triangle GHI \sim \triangle RPQ$ で、 $\angle IGH = 180 - (76 + 44) = 60^\circ$ よって、 $\angle IGH = \angle QRP = 60^\circ$ ， $\angle GIH = \angle RQP = 44^\circ$

相似な三角形

 $\triangle ABC \sim \triangle NOM$

相似条件

3組の辺の比がすべて等しい。

相似な三角形

 $\triangle DEF \sim \triangle TUS$

相似条件

2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。

相似な三角形

 $\triangle GHI \sim \triangle RPQ$

相似条件

2組の角がそれぞれ等しい。

27

三角形の相似条件 啓 P. 128

- DE 3辺がそれぞれ 9cm, 12cm, 18cm の三角形があります。この三角形と相似で、1辺が 3cm の三角形をかくとき、との 2 辺の長さを全て答えなさい。

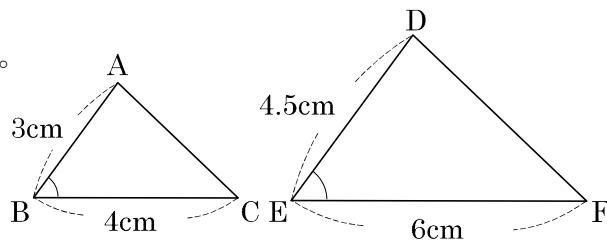
相似比を $9 : 3 = 3 : 1$ と考えるとき、**4cm, 6cm**相似比を $12 : 3 = 4 : 1$ と考えるとき、**2.25cm, 4.5cm**相似比を $18 : 3 = 6 : 1$ と考えるとき、**1.5cm, 2cm**

28

ABCDE

$\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ について、 $AB=3\text{cm}$, $BC=4\text{cm}$, $DE=4.5\text{cm}$, $EF=6\text{cm}$, $\angle B=\angle E$ のとき、次の問い合わせに答えなさい。

① $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ になる理由を述べなさい。



$$3 : 4.5 = 2 : 3, \quad 4 : 6 = 2 : 3$$

2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。

② $CA=6\text{cm}$ のとき、 FD の長さを答えなさい。

相似比は $4 : 6 = 2 : 3$ だから、 $2 : 3 = 6 : FD$ $2 \times FD = 18$

$$FD = 9$$

9cm

29

E

三角形の相似条件 啓 P. 128

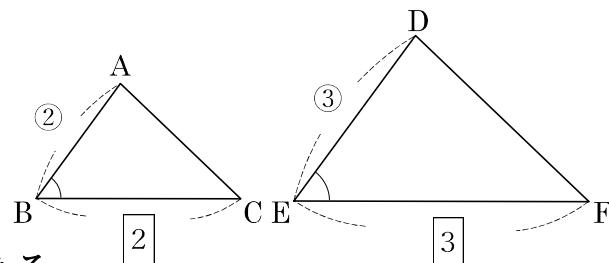
$\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ について $AB : DE = BC : EF = 2 : 3$ である。これにどのような条件を加えると $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ がいえるか。三角形の相似条件に照らし合わせて説明しなさい。

$\angle ABC = \angle DEF$ がいえれば

2組の辺の比と

その間の角がそれぞれ等しい。

よって、 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ がいえる。



別解

$AC : DF = 2 : 3$ がいえれば

3組の辺の比がすべて等しい。よって、 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ がいえる。

30

ABCDE

次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

三角形の相似条件（3） 啓 P. 128

hakken. の法則

例 右の図で相似な三角形を \sim を使って表し、使った相似条件を答えなさい。

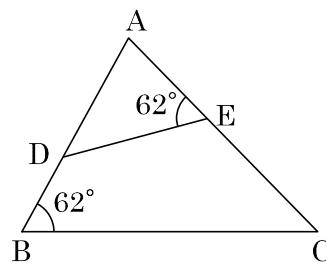
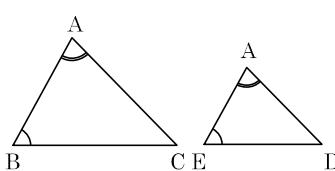
[解き方] 図の向きを変えて考えよう。

$$\angle ABC = \angle AED = 62^\circ \cdots ①$$

$$\angle BAC = \angle EAD \text{ (共通) } \cdots ②$$

①, ②より、2組の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ABC \sim \triangle AED$$



31

三角形の相似条件 啓 P. 128

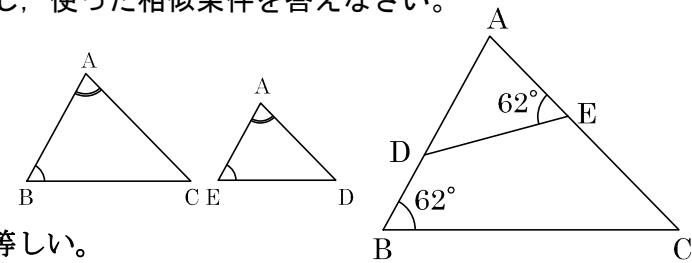
ABCDE 次の図で相似な三角形を \sim を使って表し、使った相似条件を答えなさい。

図の向きを変えて考えて考えよう。

$$\angle ABC = \angle AED = 62^\circ \cdots ①$$

$$\angle BAC = \angle EAD \text{ (共通) } \cdots ②$$

①, ②より、2組の角がそれぞれ等しい。

よって、 $\triangle ABC \sim \triangle AED$ 相似な三角形 $\triangle ABC \sim \triangle AED$ 相似条件 2組の角がそれぞれ等しい。

32

三角形の相似条件 啓 P. 128

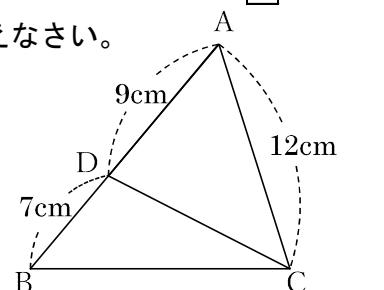
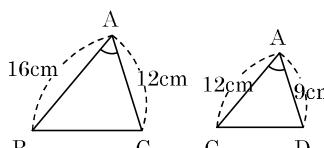
ABCDE 次の図で相似な三角形を \sim を使って表し、使った相似条件を答えなさい。

$$AB : AC = 16 : 12 = 4 : 3 \cdots ①$$

$$AC : AD = 12 : 9 = 4 : 3 \cdots ②$$

$$\angle BAC = \angle CAD \text{ (共通) } \cdots ③$$

①, ②, ③より、



2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。

よって、 $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ 相似な三角形 $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ 相似条件 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。

33

三角形の相似条件 啓 P. 128

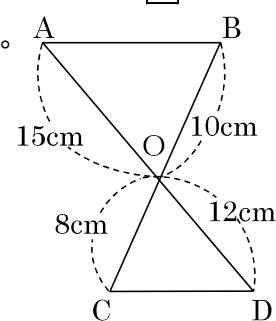
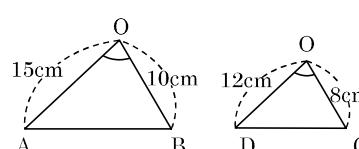
ABCDE 次の図で相似な三角形を \sim を使って表し、使った相似条件を答えなさい。

$$OA : OD = 15 : 12 = 5 : 4 \cdots ①$$

$$OB : OC = 10 : 8 = 5 : 4 \cdots ②$$

$$\angle AOB = \angle DOC \text{ (対頂角) } \cdots ③$$

①, ②, ③より、

2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。よって、 $\triangle OAB \sim \triangle ODC$ 相似な三角形 $\triangle OAB \sim \triangle ODC$ 相似条件 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。

34

三角形の相似条件 啓 P. 128

E 右の図で $\angle ACB = \angle ADC = \angle EFB = 90^\circ$ である。 $\triangle ABC$ と相似な三角形をすべて答えなさい。

$$\triangle ABC \sim \triangle ACD$$

理由は、 $\angle A = \angle A$ (共通)、 $\angle ACB = \angle ADC = 90^\circ$

$$\triangle ABC \sim \triangle CBD$$

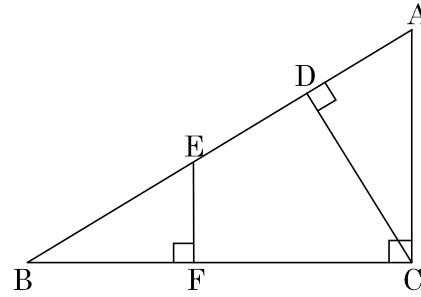
理由は、 $\angle B = \angle B$ (共通)、 $\angle ACB = \angle CDB = 90^\circ$

$$\triangle ABC \sim \triangle EBF$$

理由は、 $\angle B = \angle B$ (共通)、 $\angle ACB = \angle EFB = 90^\circ$

上記の 3 組とも、2 組の角がそれぞれ等しいので、相似となる。

直角三角形の ABC の直角の頂点 C から、斜辺に垂線をおろしたときにできる 2 つの直角三角形ともとの直角三角形 ABC は必ず相似になる。



$\triangle ACD$, $\triangle CBD$, $\triangle EBF$

35

次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

三角形の相似条件と証明 (1) 啓 P. 129~131

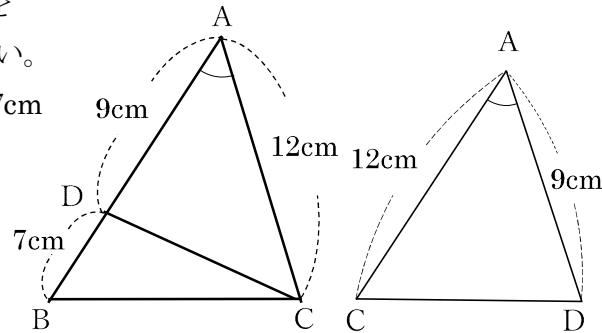
hakken. の法則

例 右の図で $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ となることを

証明するとき、仮定と結論を答えなさい。

[仮定] $AD = 9\text{cm}$, $AC = 12\text{cm}$, $DB = 7\text{cm}$

[結論] $\triangle ABC \sim \triangle ACD$



三角形の相似条件と証明 啓 P. 129~131

36

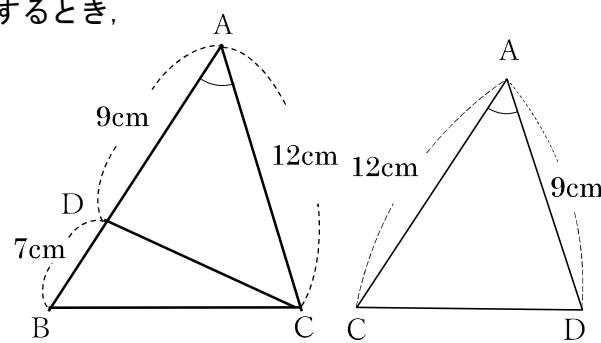
ABCDE 右の図で $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ となることを証明するとき、

仮定と結論を答えなさい。

[仮定] **AD=9cm,**

AC=12cm

DB=7cm



[結論] $\triangle ABC \sim \triangle ACD$

37

次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

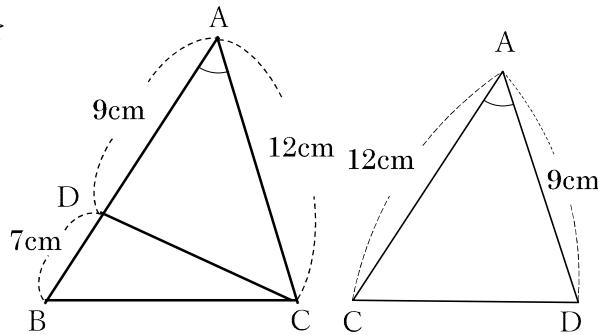
ABCDE

三角形の相似条件と証明（2） 啓 P. 129~131

hakken. の法則

- 例** 右の図で $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ となることを証明しなさい。

[証明] $\triangle ABC$ と $\triangle ACD$ において
仮定より, $AB : AC = 16 : 12 = 4 : 3 \cdots ①$



$AC : AD = 12 : 9 = 4 : 3 \cdots ②$

共通より, $\angle BAC = \angle CAD \cdots ③$

①, ②, ③より,

2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。

よって, $\triangle ABC \sim \triangle ACD$

38

三角形の相似条件と証明 啓 P. 129~131

AB

右の図で $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ となることを証明しなさい。

$\triangle ABC$ と $\triangle ACD$ において

仮定より, $AB : AC = 16 : 12 = 4 : 3 \cdots ①$

$AC : AD = 12 : 9 = 4 : 3 \cdots ②$

共通より, $\angle BAC = \angle CAD \cdots ③$

①, ②, ③より,

2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。

よって, $\triangle ABC \sim \triangle ACD$

39

三角形の相似条件と証明 啓 P. 129~131

AB

右の図で $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ となることを証明しなさい。

$\triangle ABC$ と $\triangle ACD$ において

仮定より, $AB : AC = 16 : 12 = 4 : 3 \cdots ①$

$AC : AD = 12 : 9 = 4 : 3 \cdots ②$

共通より, $\angle BAC = \angle CAD \cdots ③$

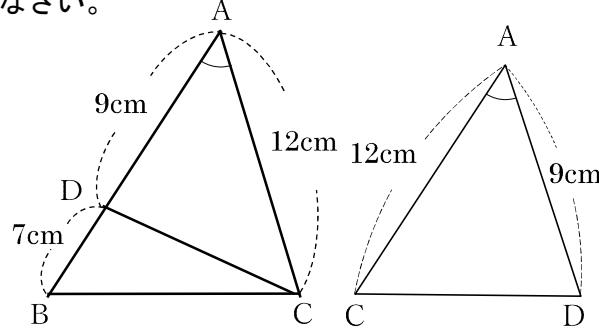
①, ②, ③より,

2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。

よって, $\triangle ABC \sim \triangle ACD$

40

三角形の相似条件と証明 啓 P. 129~131

ABCDE 右の図で $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ となることを証明しなさい。 $\triangle ABC$ において

仮定より, $AB : AC = 16 : 12 = 4 : 3 \cdots ①$

$AC : AD = 12 : 9 = 4 : 3 \cdots ②$

共通より, $\angle BAC = \angle CAD \cdots ③$

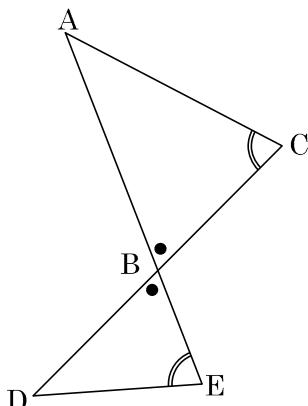
①, ②, ③より,

2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。

よって, $\triangle ABC \sim \triangle ACD$

41

三角形の相似条件と証明 啓 P. 129~131

ABCDE 右の図で $\angle ACB = \angle DEB$ のとき, $\triangle ABC \sim \triangle DBE$ となることを証明しなさい。 $\triangle ABC$ において,

仮定より, $\angle BCA = \angle BED \cdots ①$

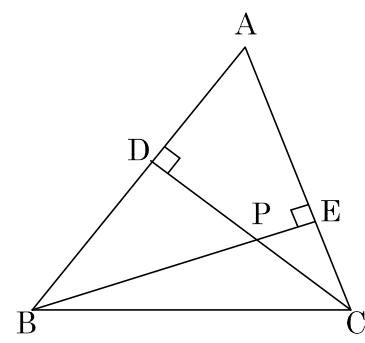
対頂角は等しいから, $\angle ABC = \angle DBE \cdots ②$

①, ②より, 2組の角がそれぞれ等しい。

よって, $\triangle ABC \sim \triangle DBE$

42

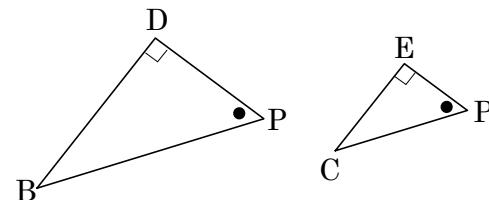
三角形の相似条件と証明 啓 P. 129~131

E 右の図の $\triangle ABC$ で点 B, C からそれぞれ AC, AB に垂線 BE, CD を引きその交点を P とする。このとき $\triangle BDP \sim \triangle CEP$ であることを証明しなさい。 $\triangle BDP$ において

仮定より, $\angle BDP = \angle CEP = 90^\circ \cdots ①$

対頂角は等しいから, $\angle BPD = \angle CPE \cdots ②$

①, ②より, 2組の角がそれぞれ等しい。

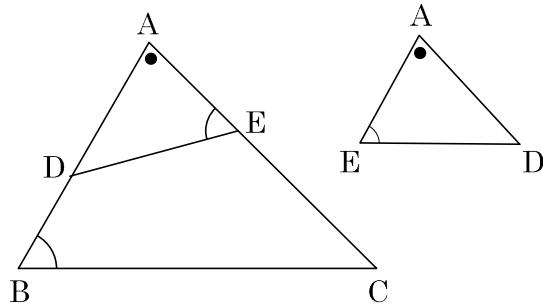
よって, $\triangle BDP \sim \triangle CEP$ 

43

三角形の相似条件と証明 啓 P. 129~131

CDE 右の図の $\triangle ABC$ で辺AB, 辺AC上にそれぞれ点D, Eをとる。 $\angle ABC = \angle AED$ のとき、次の問い合わせに答えなさい。

- (1) $\triangle ABC \sim \triangle AED$ であることを証明しなさい。



$\triangle ABC$ と $\triangle AED$ において

仮定より、 $\angle ABC = \angle AED \cdots ①$

共通な角だから $\angle BAC = \angle EAD \cdots ②$

①, ②より、

2組の角がそれぞれ等しい。

よって、 $\triangle ABC \sim \triangle AED$

- (2) $AD = 5\text{cm}$, $DB = 3\text{cm}$, $AE = 4\text{cm}$ のときACの長さを求めなさい。

対応する辺の比が等しいから、

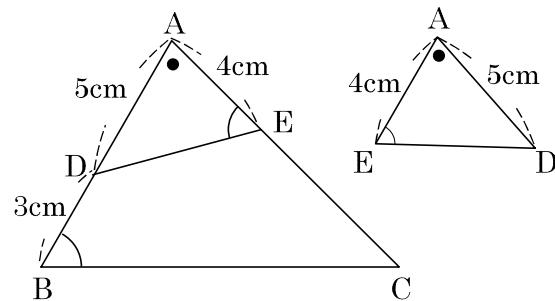
$$AB : AE = AC : AD$$

$$AB = AD + DB = 8 \quad AC = x \text{ とおく}$$

$$8 : 4 = x : 5, \quad 4x = 8 \times 5$$

$$4x = 40$$

$$x = 10$$



10cm

44

三角形の相似条件と証明 啓 P. 129~131

CDE 右の図で $\triangle ABC \sim \triangle DBE$ となることを証明しなさい。

$\triangle ABC$ と $\triangle DBE$ において、

仮定より、 $AB : DB = 7 : 3.5 = 2 : 1 \cdots ①$

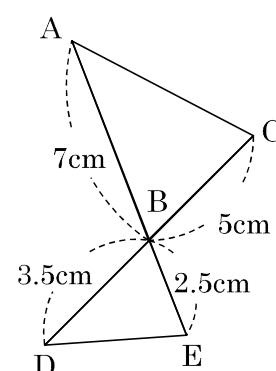
$BC : BE = 5 : 2.5 = 2 : 1 \cdots ②$

対頂角だから、 $\angle ABC = \angle DBE \cdots ③$

①, ②, ③より、

2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。

よって、 $\triangle ABC \sim \triangle DBE$



45

三角形の相似条件と証明 啓 P. 129~131

CDE $\angle A=90^\circ$ の $\triangle ABC$ で、A から斜辺 BC に垂線 AD をひく。(1) $\triangle ABC \sim \triangle DAC$ となることを証明しなさい。 $\triangle ABC$ と $\triangle DAC$ において仮定より、 $\angle BAC = \angle ADC = 90^\circ \cdots ①$ 共通だから、 $\angle ACB = \angle DCA \cdots ②$

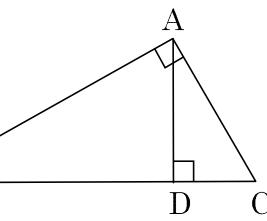
①、②より 2組の角がそれぞれ等しい。

よって、 $\triangle ABC \sim \triangle DAC$ (2) $BC = 27\text{cm}$, $AC = 9\text{cm}$ のとき、DC の長さを求めなさい。対応する辺の長さの比は等しいので $BC : AC = AC : DC$ $DC = x \text{ cm}$ とすると、 $27 : 9 = 9 : x$

$$27 \times x = 9 \times 9$$

$$27x = 81$$

$$x = 3$$

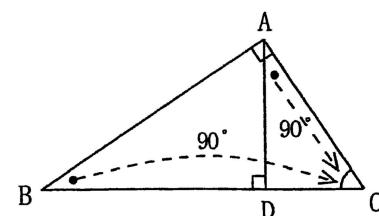
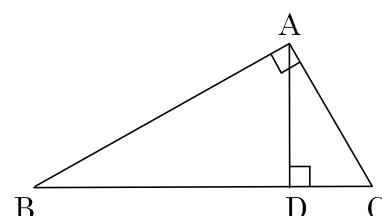
3cm

46

三角形の相似条件と証明 啓 P. 129~131

CDE 右の図で $\triangle ABC$ は $\angle A=90^\circ$ の直角三角形である。頂点 A から辺 BC にひいた垂線を AD とするとき、 $\triangle ABD \sim \triangle CAD$ であることを証明しなさい。 $\triangle ABD$ と $\triangle CAD$ において仮定より、 $\angle ADB = \angle CDA = 90^\circ \cdots ①$ 三角形の内角の和は 180° だから、 $\angle ABD + \angle ACD = 90^\circ \cdots ②$ $\angle CAD + \angle ACD = 90^\circ \cdots ③$ ②、③より、 $\angle ABD = \angle CAD \cdots ④$

①、④より、2組の角がそれぞれ等しい。

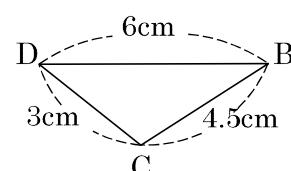
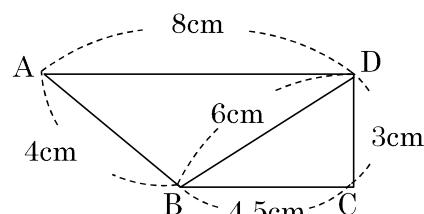
よって、 $\triangle ABD \sim \triangle CAD$ ②③の式の $\angle ACD$ のかわりに $\angle BAD$ を使ってもよい。

47

三角形の相似条件と証明 啓 P. 129~131

BCDE 右の図で $\triangle ABD \sim \triangle DCB$ となることを証明しなさい。 $\triangle ABD$ と $\triangle DCB$ において、仮定より、 $AB : DC = 4 : 3 \cdots ①$ $BD : CB = 6 : 4.5 = 4 : 3 \cdots ②$ $DA : BD = 8 : 6 = 4 : 3 \cdots ③$

①、②、③より 3組の辺の比がすべて等しい。

よって、 $\triangle ABD \sim \triangle DCB$ 

48

三角形の相似条件と証明 啓 P. 129~131

DE 右の図について、次の問い合わせに答えなさい。

(1) 相似な三角形を答えなさい。

$$\triangle ABC \sim \triangle DBA$$

(2) (1)を証明しなさい。

 $\triangle ABC \sim \triangle DBA$ において、仮定から、 $AB : DB = 6 : 4 = 3 : 2 \cdots ①$ $BC : BA = 9 : 6 = 3 : 2 \cdots ②$ 共通だから、 $\angle ABC = \angle DBA \cdots ③$

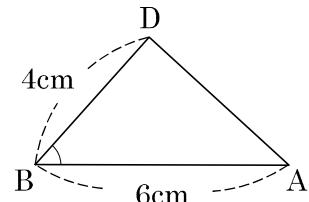
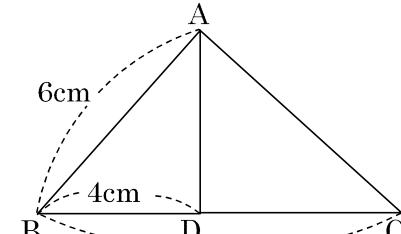
①, ②, ③より、

2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。

よって、 $\triangle ABC \sim \triangle DBA$ (3) $AD = 5\text{cm}$ のとき、 CA の長さを求めなさい。(2)より相似比は、 $3 : 2$ $3 : 2 = CA : 5$

$$2 \times CA = 15$$

$$CA = \frac{15}{2} \quad (7.5)$$



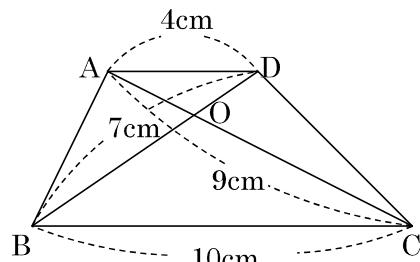
49

三角形の相似条件と証明 啓 P. 129~131

DE $AD // BC$ のとき、 BO , CO の長さを求めなさい。 $AD // BC$ より 2つの錯角が等しい。よって、 $\triangle AOD \sim \triangle COB$ 、相似比は $4 : 10 = 2 : 5$

$$BO = 7 \times \frac{5}{7} = 5\text{(cm)}$$

$$CO = 9 \times \frac{5}{7} = \frac{45}{7}\text{(cm)}$$



$$BO \quad 5\text{cm}$$

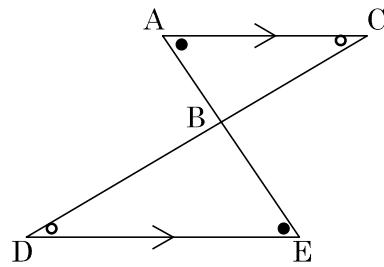
$$CO \quad \frac{45}{7}\text{cm}$$

50

三角形の相似条件と証明 啓 P. 129~131

- E 右の図で $AC \parallel DE$ ならば $\triangle ABC \sim \triangle EBD$ であることを証明しなさい。

$\triangle ABC$ と $\triangle EBD$ において、
 $AC \parallel DE$ の錯角だから、
 $\angle CAB = \angle DEB$ ($\angle ACB = \angle EDB$)…①
 対頂角は等しいから、
 $\angle ABC = \angle EBD$ …②
 ①, ②より、2組の角がそれぞれ等しい。
 よって、 $\triangle ABC \sim \triangle EBD$

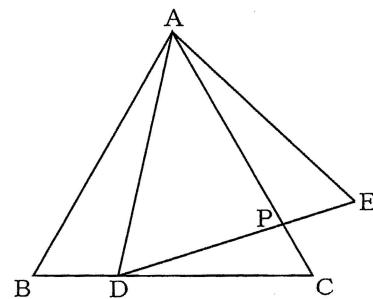


51

三角形の相似条件と証明 啓 P. 129~131

- E 右の図で $\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ は、ともに正三角形である。AC と DE の交点を P とするとき、 $\triangle ABD \sim \triangle AEP$ であることを証明しなさい。

$\triangle ABD$ と $\triangle AEP$ において
 正三角形の定理より、
 $\angle ABD = \angle AEP = 60^\circ$ …①
 $\angle BAC = \angle DAE = 60^\circ$ …②
 $\angle BAD = \angle BAC - \angle DAC$ …③
 $\angle EAP = \angle DAE - \angle DAC$ …④
 ②, ③, ④より、 $\angle BAD = \angle EAP$ …⑤
 ①, ⑤より、2組の角がそれぞれ等しい。
 よって、 $\triangle ABD \sim \triangle AEP$



52

三角形の相似条件と証明 啓 P. 129~131

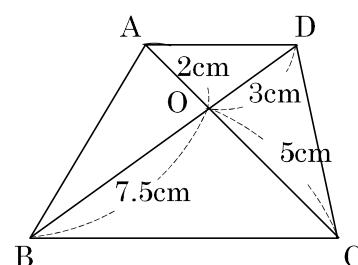
- BCDE 右の図の四角形 ABCD で、点 O は AC, BD の交点である。

- (1) $\triangle OAD \sim \triangle OCB$ とあることを証明しなさい。

$\triangle OAD$ と $\triangle OCB$ において
 $OA : OC = 2 : 5$ …①
 $OD : OB = 3 : 7.5 = 2 : 5$ …②
 対頂角は等しいから、 $\angle AOD = \angle COB$ …③
 ①, ②, ③から 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。
 よって、 $\triangle OAD \sim \triangle OCB$

- (2) $AD \parallel BC$ であるわけを答えなさい。

(1) から、相似な図形では対応する角は等しいので、 $\angle OAD = \angle OCB$
 錯角が等しいので、 $AD \parallel BC$



錯角が等しいから

53

三角形の相似条件と証明 啓 P. 129~131

- E 右の図のような△ABC で、∠A の二等分線と辺 BC の交点を D とし、線分 AD 上に BD=BE となる点 E をとする。

次の問い合わせに答えなさい。

- (1) △ABE ∽ △ACD であることを証明しなさい。

△ABE と △ACD において

仮定より $\angle BAE = \angle CAD \cdots ①$

△BDE は二等辺三角形だから、

$\angle BED = \angle BDE$, $180^\circ - \angle BED = \angle AEB$

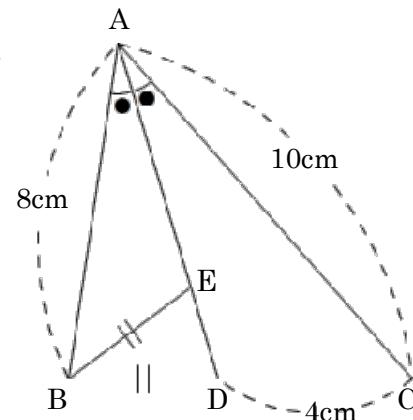
$180^\circ - \angle BDE = \angle ADC$

よって $\angle AEB = \angle ADC \cdots ②$

①, ②より、2組の角がそれぞれ等しい。

よって、△ABE ∽ △ACD

- (2) BD の長さを求めなさい。



△ABE と △ACD の相似比は $AB : AC = 8 : 10 = 4 : 5$

$BE = x$ として

$BE : CD = x : 4 = 4 : 5$

$$5x = 16$$

$$x = \frac{16}{5} \quad BE = BD \text{ より, } BD = \frac{16}{5}$$

$$\frac{16}{5} \text{ cm}$$

54

啓林館 中3 5章 図形と相似

1節 図形と相似

教科書 目次		hakken.教材 QR コード
[1] 相似な图形	P. 122	QR 1~2
	P. 123~124	QR 3~7
相似比	P. 124~125	QR 8~11
比の性質を使って辺の長さを求めるこ	P. 125	QR 12~18
[2] 三角形の相似条件	P. 126~127	QR 19~24
	P. 128	QR 25~34
[3] 三角形の相似条件と証明	P. 129~131	QR 35~54