

3-6 関数 $y=ax^2$  啓林館

1 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

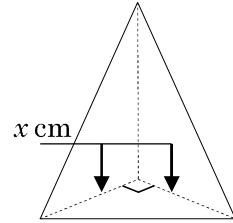
ABCDE

関数  $y=ax^2$  (1) 啓 P.92~93

hakken. の法則 

★2 乗に比例する関数… $x, y$  の関係が、 $y=ax^2$  ( $a$  は定数) で表されるとき、 $y$  は  $x$  の 2 乗に比例するという。このとき、 $a$  を比例定数という。

例 右のような底面が直角三角形で、高さが 6 cm の三角錐の体積を  $y \text{ cm}^3$  とするとき、 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。また  $y$  が  $x$  の 2 乗に比例するかどうか答えなさい。



[解き方] 三角錐の体積 =  $\frac{1}{3} \times$  底面積  $\times$  高さ

$$y = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times x^2 \times 6$$

$$y = x^2$$

[答]  $y = x^2$ ,  $y$  は  $x$  の 2 乗に比例する。

2 関数  $y=ax^2$  啓 P.92~93

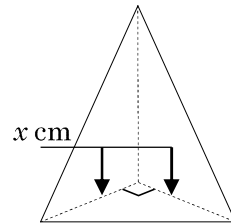
右のような底面が直角三角形で、高さが 6 cm の三角錐の体積を  $y \text{ cm}^3$  とするとき、 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。

三角錐の体積 =  $\frac{1}{3} \times$  底面積  $\times$  高さ

$$y = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times x^2 \times 6$$

$$y = x^2$$

$$y = x^2$$



3 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

関数  $y=ax^2$  (2) 啓 P.92~93

hakken. の法則 

★関数  $y=ax^2$  では、 $x$  の値を  $n$  倍すると、 $y$  の値は  $n^2$  倍になる。

例 関数  $y=2x^2$  について、右の空らん㉞, ㉟にあてはまる  $y$  の値を求めなさい。また、㉞, ㉟にあてはまる数を求めなさい。

[解き方] ㉞  $y=2x^2$  に  $x=2$  を代入すると  $y=8$

㉟  $y=2x^2$  に  $x=4$  を代入すると  $y=32$

㉞  $x$  の値を  $n$  倍すると、 $y$  の値は  $n^2$  倍になるから、4 倍

㉟ 9 倍

[答] ㉞ 8 ㉟ 32 ㉞ 4 ㉟ 9

		2 倍		3 倍
$x$	1	2	3	4
$y$	2	㉞	18	㉟
		㉞ 倍		㉟ 倍

4

関数  $y=ax^2$  啓 P.92~93

ABCDE 関数  $y=2x^2$  について、右の空らん㉞、㉟にあてはまる  $y$  の値を求めなさい。また、㊸、㊹にあてはまる数を求めなさい。

$x$	1	2	3	4
$y$	2	㉞	18	㉟

2倍 3倍  
 ㊸倍 ㊹倍

- ㉞  $y=2x^2$  に  $x=2$  を代入すると  $y=8$   
 ㉟  $y=2x^2$  に  $x=4$  を代入すると  $y=32$   
 ㊸  $x$  の値を  $n$  倍すると、 $y$  の値は  $n^2$  倍になるから、4倍  
 ㊹ 9倍

㉞ 8      ㉟ 32      ㊸ 4      ㊹ 9

5

関数  $y=ax^2$  啓 P.92~93

ABCDE 次の問いに答えなさい。

- ① 半径  $x$  cm 高さ 10cm の円柱の体積を  $y$   $\text{cm}^3$  とするとき、 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。

円柱の体積 =  $\pi r^2 \times$  高さ

$$y = x^2 \pi \times 10$$

$$y = 10 \pi x^2$$

$$y = 10 \pi x^2$$

- ② 半径が 2 倍、3 倍、4 倍…となると、体積はどうなりますか。

4 倍, 9 倍, 16 倍…となる

6

次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

関数  $y=ax^2$  の式を求める (1) 啓 P.94

hakken. の法則 

例  $y$  は  $x$  の 2 乗に比例し、 $x=2$  のとき  $y=16$  である。 $x$  と  $y$  の関係を式に表しなさい。

[解き方] 比例定数を  $a$  とすると、 $y=ax^2$

$$x=2 \text{ のとき } y=16 \text{ だから, } 16=a \times 2^2, a=4 \quad \text{[答] } y=4x^2$$

7

関数  $y=ax^2$  の式を求める 啓 P.94

ABCDE

$y$  は  $x$  の 2 乗に比例し、 $x=2$  のとき  $y=16$  である。 $x$  と  $y$  の関係を式に表しなさい。

比例定数を  $a$  とすると、 $y=ax^2$

$$x=2 \text{ のとき } y=16 \text{ だから, } 16=a \times 2^2, a=4$$

$$y = 4x^2$$

8

関数  $y=ax^2$  の式を求める 啓 P.94

ABCDE 次の間に答えなさい。

①  $y$  が  $x$  の 2 乗に比例し、 $x=-3$  のとき  
 $y=6$  である。 $y$  を  $x$  の式で表しなさい

$$y = \frac{2}{3}x^2$$

②  $y$  が  $x$  の 2 乗に比例し、 $x=3$  のとき  
 $y=-36$  である。 $y$  を  $x$  の式で表しなさい

$$y = -4x^2$$

9

次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

関数  $y=ax^2$  の式を求める (2) 啓 P.94hakken. の法則 例  $y$  は  $x$  の 2 乗に比例し、 $x=2$  のとき  $y=16$  である。 $x=-2$  のときの  $y$  の値を求めなさい。[解き方]  $y=ax^2$  に  $x=2$ ,  $y=16$  を代入すると  $16=4a$ ,  $a=4$ 次に  $y=4x^2$  に  $x=-2$  を代入すると、 $y=4 \times (-2)^2$   $y=16$  [答]  $y=16$ 

10

関数  $y=ax^2$  の式を求める 啓 P.94ABCDE  $y$  は  $x$  の 2 乗に比例し、 $x=2$  のとき  $y=16$  である。 $x=-2$  のときの  $y$  の値を求めなさい。 $y=ax^2$  に  $x=2$ ,  $y=16$  を代入すると  $16=4a$ ,  $a=4$ 次に  $y=4x^2$  に  $x=-2$  を代入すると、 $y=4 \times (-2)^2$   $y=16$ 

$$y = 16$$

11

関数  $y=ax^2$  の式を求める 啓 P.94

ABCDE 関数  $y=ax^2$  について、 $x$ 、 $y$  の関係が下の表のようになるとき、次の問に答えなさい。

$x$	-3	...	0	...	㊦	...	6
$y$	㊧	...	㊨	...	-2	...	-18

① この関数の式を求めなさい。

$y=ax^2$  に、 $x=6$ 、 $y=-18$  を代入すると、 $a=-\frac{1}{2}$

$$y = -\frac{1}{2}x^2$$

② 表の㊦～㊨にあてはまる数を求めなさい。

$$\text{㊦ } -\frac{9}{2} \quad \text{㊨ } 0 \quad \text{㊧ } 2$$

12

関数  $y=ax^2$  の式を求める 啓 P.94

BCDE 半径  $x$  cm 高さ 6cm の円錐の体積を  $y$   $\text{cm}^3$  とする。円錐の体積が  $48\pi$   $\text{cm}^3$  のとき半径を求めなさい。

円錐の体積  $= \frac{1}{3} \pi r^2 \times \text{高さ}$

$$\frac{1}{3}x^2\pi \times 6 = 48\pi$$

$$2\pi x^2 = 48\pi \quad \text{両辺} \div 2\pi$$

$$x^2 = 24$$

$$x = \pm 2\sqrt{6} \quad \text{答えは正の数だから、} x = -2\sqrt{6} \text{ は不適切。}$$

したがって、答えは  $x = 2\sqrt{6}$

$$2\sqrt{6} \text{ cm}$$

13 関数  $y=ax^2$  の式を求める 啓 P.94

E 右のグラフについて答えなさい。

① グラフの式を求めなさい。

右のグラフより、

$x=1, y=-3$  を  $y=ax^2$  に代入、

よって、 
$$y = -3x^2$$

②  $x=\frac{2}{3}$  のときの  $y$  の値を求めなさい。

$y=-3x^2$  に  $x=\frac{2}{3}$  を代入

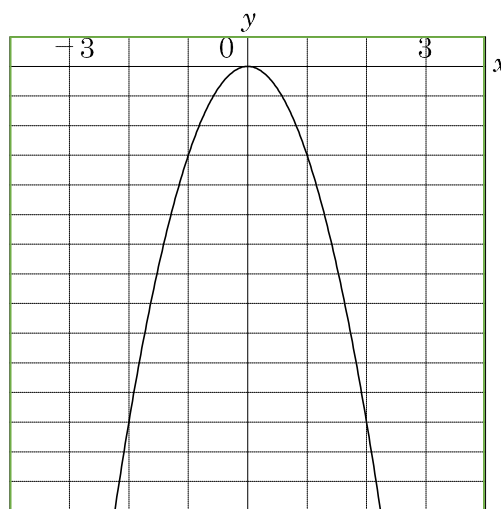
よって、 
$$y = -3 \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = -\frac{4}{3}$$

$$y = -\frac{4}{3}$$

③  $y=-12$  のときの  $x$  の値を求めなさい。

$y=-3x^2$  に  $y=-12$  を代入すると、  
 $-12 = -3x^2$  よって、  $x = \pm 2$

$$x = \pm 2$$



14 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

$y=ax^2$  のグラフ (1) 啓 P.95~99

hakken. の法則

★ $y=x^2$  のグラフ…右の図のように、なめらかな曲線になり、  
 次のことがいえる。

★ $y$  軸を対称の軸として線対称である。

★原点を通り、 $x$  軸の上側にある。

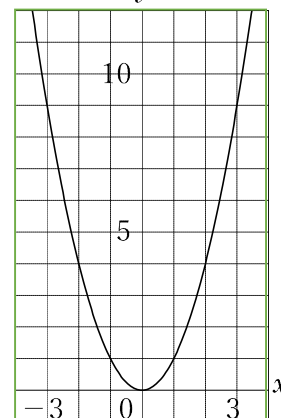
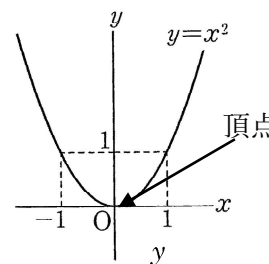
★頂点は原点である。

例 関数  $y=x^2$  について、下の表を完成しなさい。

また、グラフをかきなさい。

$x$	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
$y$	...	9	4	1	0	1	4	9	...

表より  $(-3, 9), (-2, 4), (-1, 1), (0, 0), (1, 1), (2, 4), (3, 9)$  の点をグラフにとり、曲線でつなぐ。

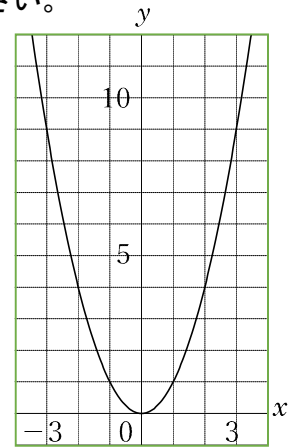


**15**  $y=ax^2$  のグラフ 啓 P.95~99

ABCDE 関数  $y=x^2$  について、下の表を完成しなさい。また、グラフをかきなさい。

$x$	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
$y$	...	<b>9</b>	<b>4</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>4</b>	<b>9</b>	...

表より  $(-3, 9), (-2, 4), (-1, 1), (0, 0), (1, 1), (2, 4), (3, 9)$  の点をグラフにとり、曲線でつなぐ。



**16**  $y=ax^2$  のグラフ 啓 P.95~99

ABCDE 次のグラフをかきなさい。

①  $y=3x^2$

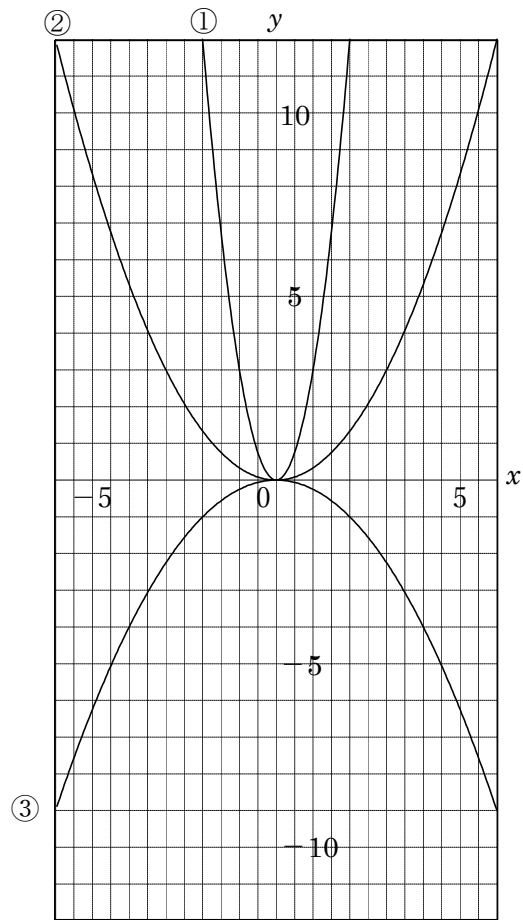
- (1, 3) (-1, 3)  
 (2, 12) (-2, 12) を通る

②  $y=\frac{1}{3}x^2$

- (3, 3) (-3, 3)  
 (6, 12) (-6, 12) を通る

③  $y=-\frac{1}{4}x^2$

- (2, -1) (-2, -1)  
 (4, -4) (-4, -4)  
 (6, -9) (-6, -9) を通る



グラフの先に番号を必ず書くこと。

17 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

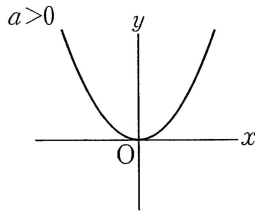
BCDE

$y=ax^2$  のグラフ (2) 啓 P.100~101

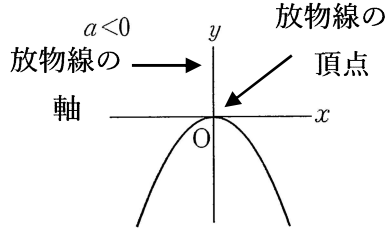
hakken. の法則 

★ $y=ax^2$  のグラフ…① 原点を通り、 $y$  軸について対称な<sup>ほうぶつせん</sup>放物線になる。

②  $a$  の値によって次のようになる。



$a > 0$  では上に開く



$a < 0$  では下に開く

◎ $a$  の絶対値が  
大きくなるほど、  
グラフの開き方は  
小さい。

※  $y=3x^2$  のグラフと  $y=-3x^2$  のグラフは  $x$  軸について対称

18

BCDE

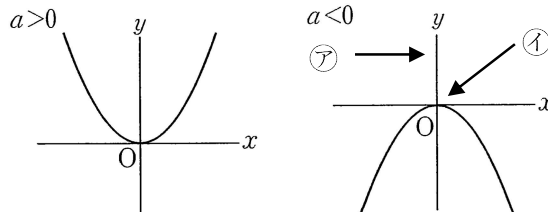
空らんをうめなさい。

$y=ax^2$  のグラフ 啓 P.100~101

○  $y=ax^2$  のグラフは、原点を通り、 $y$  軸について対称な ( **放物線** ) になる。

○ 下の  $y=ax^2$  のグラフで㉗を ( **放物線の軸** ) ，

㉘を ( **放物線の頂点** ) という。



○  $a$  の絶対値が大きくなるほど、グラフの開き方は ( **小さい** ) 。

○  $y=ax^2$  のグラフは、 $a > 0$  では ( **上** ) に開き、 $a < 0$  では ( **下** ) に開く。

○  $y=3x^2$  のグラフと  $y=-3x^2$  のグラフは ( **x 軸** ) について対称である。

19

$y=ax^2$  のグラフ 啓 P.100~101

CDE 次の㉗~㉙にあてはまる語句や文、式を書きなさい。

- $x, y$  の関係が  $y=ax^2$  と表されるとき、 $y$  は ( ㉗ ) するという。また  $a$  を ( ㉘ ) という。
- 関数  $y=ax^2$  のグラフは、( ㉙ ) 軸を対称の軸として線対称である。また、このグラフは ( ㉚ ) を通り、限りなくのびる曲線である。この曲線を ( ㉛ ) という。

㉗  $x$  の 2 乗に比例      ㉘ 比例定数

㉙  $y$       ㉚ 原点

㉛ 放物線

20

$y=ax^2$  のグラフ 啓 P.100~101

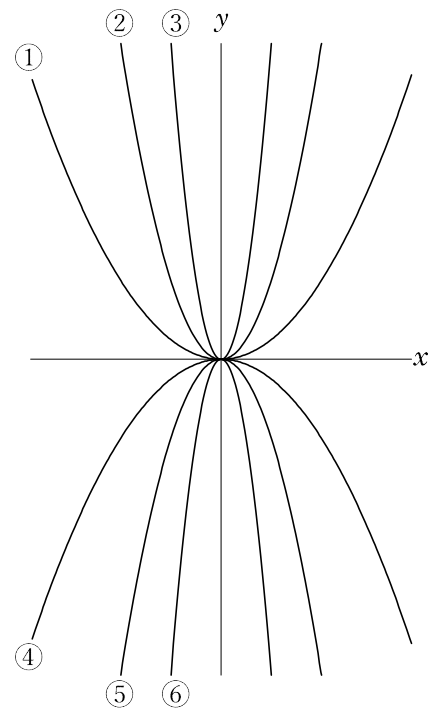
DE 右の図は、6つの関数のグラフを、同じ座標軸を使ってかいたものである。①~⑥は、それぞれどの関数のグラフになっているか。記号で答えなさい。

- ㉗  $y=x^2$       ㉘  $y=-x^2$       ㉙  $y=4x^2$
- ㉚  $y=-4x^2$       ㉛  $y=\frac{1}{4}x^2$       ㉜  $y=-\frac{1}{4}x^2$

①~⑥のグラフは、比例定数の小さい順にかかれていることに注目する。

① ㉛      ② ㉗      ③ ㉙

④ ㉜      ⑤ ㉘      ⑥ ㉚





21 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

関数  $y=ax^2$  の値の増減 啓 P.103~104

hakken. の法則 

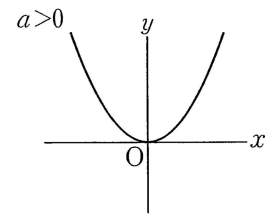
★関数  $y=ax^2$  のグラフは、 $a>0$  のとき

$x \leq 0$  のとき、 $x$  の値が増加するにつれて、 $y$  の値は減少する。

$x \geq 0$  のとき、 $x$  の値が増加するにつれて、 $y$  の値は増加する。

$x=0$  のとき  $y$  の値は 0 で、最小になる。

$x$  がどんな値をとっても、 $y \geq 0$  になる。



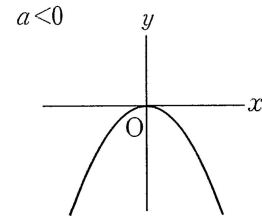
★関数  $y=ax^2$  のグラフは、 $a<0$  のとき

$x \leq 0$  のとき、 $x$  の値が増加するにつれて、 $y$  の値は増加する。

$x \geq 0$  のとき、 $x$  の値が増加するにつれて、 $y$  の値は減少する。

$x=0$  のとき、 $y$  の値は 0 で、最大になる。

$x$  がどんな値をとっても、 $y \leq 0$  になる。



22

関数  $y=ax$  の値の増減 啓 P.103~104

BCDE

空らんをうめなさい。

関数  $y=ax^2$  のグラフは、 $a>0$  のとき

○  $x \leq 0$  のとき、 $x$  の値が増加するにつれて、 $y$  の値は ( 減少 ) する。

○  $x \geq 0$  のとき、 $x$  の値が増加するにつれて、 $y$  の値は ( 増加 ) する。

○  $x=0$  のとき、 $y$  の値は 0 で、( 最小 ) になる。

○  $x$  がどんな値をとっても、 $y$  (  $\geq$  ) 0 になる。

関数  $y=ax^2$  のグラフは、 $a<0$  のとき

○  $x \leq 0$  のとき、 $x$  の値が増加するにつれて、 $y$  の値は ( 増加 ) する。

○  $x \geq 0$  のとき、 $x$  の値が増加するにつれて、 $y$  の値は ( 減少 ) する。

○  $x=0$  のとき、 $y$  の値は 0 で、( 最大 ) になる。

○  $x$  がどんな値をとっても、 $y$  (  $\leq$  ) 0 になる。

23 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

$x$  の変域に制限があるときの  $y$  の変域 啓 P.105

hakken. の法則 

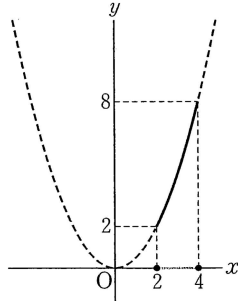
例 関数  $y = \frac{1}{2}x^2$  について、 $x$  の変域が次の(1)、(2)のときの  $y$  の変域を求めなさい。

(1)  $2 \leq x \leq 4$

(2)  $-4 \leq x \leq 2$

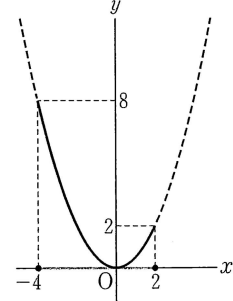
[解き方] それぞれの  $x$  の変域に対応するグラフは、下の図の放物線の実線になる。

$y$  の値は、  
 $2 \leq x \leq 4$  では  
 2 から 8 まで  
 増加する。



[答]  $2 \leq y \leq 8$

$y$  の値は、  
 $-4 \leq x \leq 0$  では  
 8 から 0 まで  
 減少し、  
 $0 \leq x \leq 2$  では  
 0 から 2 まで  
 増加する。



[答]  $0 \leq y \leq 8$

◎ (1)は  $x$  の変域に  $x=0$  をふくまない場合、(2)は  $x=0$  をふくむ場合である。違いに注意する。

24  $x$  の変域に制限があるときの  $y$  の変域 啓 P.105

ABCDE

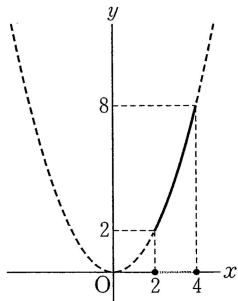
関数  $y = \frac{1}{2}x^2$  について、 $x$  の変域が次の①、②のときの  $y$  の変域を求めなさい。

①  $2 \leq x \leq 4$

②  $-4 \leq x \leq 2$

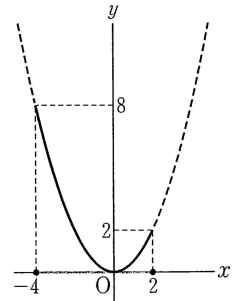
それぞれの  $x$  の変域に対応するグラフは、下の図の放物線の実線になる。

$y$  の値は、  
 $2 \leq x \leq 4$  では  
 2 から 8 まで  
 増加する。



$2 \leq y \leq 8$

$y$  の値は、  
 $-4 \leq x \leq 0$  では  
 8 から 0 まで  
 減少し、  
 $0 \leq x \leq 2$  では  
 0 から 2 まで  
 増加する。



$0 \leq y \leq 8$

25  $x$  の変域に制限があるときの  $y$  の変域 啓 P.105

E 次の関数について、 $x$  の変域が次の①、②のときの  $y$  の変域をそれぞれ求めなさい。

$y = -\frac{1}{2}x^2$

①  $1 \leq x < 4$

②  $-3 < x \leq 1$

$-8 < y \leq -\frac{1}{2}$

$-\frac{9}{2} < y \leq 0$

**26**  $x$ の変域に制限があるときの $y$ の変域 **啓** P.105

ABCDE 次の関数について、 $y$ の変域をそれぞれ求めなさい。

①  $y = -2x^2 \quad (-2 \leq x \leq 1)$

$x$ の変域が0をまたいでいるので、  
求めるひとつの数字は0になる。  
絶対値の大きい方、すなわち-2を  
 $x$ に代入して、 $y = -8$

$-8 \leq y \leq 0$

②  $y = -\frac{1}{4}x^2 \quad (-4 \leq x \leq -2)$

$x$ の変域が0をまたいでいないので、  
-4と-2のどちらも代入する。  
 $x$ に-4を代入すると、 $y = -4$   
 $x$ に-2を代入すると、 $y = -1$

$-4 \leq y \leq -1$

**27**  $x$ の変域に制限があるときの $y$ の変域 **啓** P.105

E 次の関数のグラフをかき、 $y$ の変域を求めなさい。

①  $y = x^2 \quad (-3 \leq x \leq 2)$

( **0** )  $\leq y \leq$  ( **9** )

②  $y = -x^2 \quad (-2 \leq x \leq 3)$

( **-9** )  $\leq y \leq$  ( **0** )

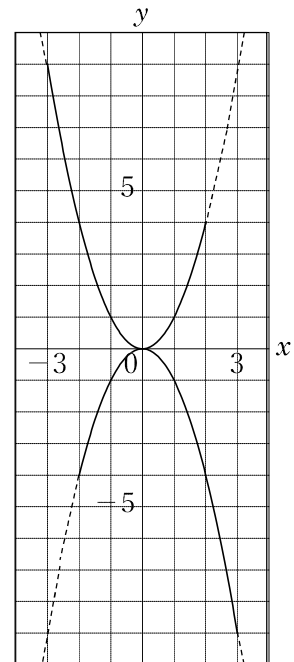
$y$ の変域は、 $y$ 軸(たて軸)の目盛りで最高値と  
最低値を読めばよい。

原点を通り上に開くグラフでは、 $y$ の最低値は必ず0になり、

下に開くグラフでは、 $y$ の最高値は必ず0になる。

上に開くグラフ・・・  $0 \leq y \leq \star$

下に開くグラフ・・・  $\triangle \leq y \leq 0$



28 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

関数  $y=ax^2$  の変化の割合 啓 P.106~107

hakken. の法則 

例 関数  $y=2x^2$  について、 $x$  の値が、次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

- (1) 1 から 3 まで                      (2) -4 から -2 まで

[解き方] 関数の変化の割合は、下記の式で計算する。

$$\text{変化の割合} = \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$$

(1)  $x=1$  のとき、 $y=2 \times 1^2=2$

$x=3$  のとき、 $y=2 \times 3^2=18$

したがって、 $x$  の増加量は、 $3-1=2$

$y$  の増加量は、 $18-2=16$

だから、変化の割合は、 $\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = \frac{16}{2} = 8$     [答] 8

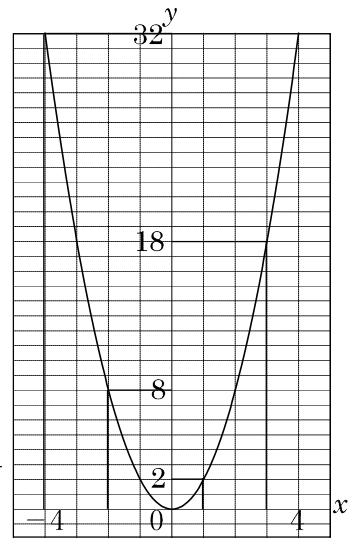
(2) (1) と同様に考えると、

$$\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = \frac{2 \times (-2)^2 - 2 \times (-4)^2}{-2 - (-4)} = \frac{-24}{2} = -12$$
    [答] -12

◎ 一次関数  $y=ax+b$  では、変化の割合は一定で、 $x$  の係数  $a$  に等しい。

◎ 関数  $y=ax^2$  において、 $x$  が  $p$  から  $q$  まで増加するとき、

$$\text{変化の割合} = \frac{aq^2 - ap^2}{q - p} = \frac{a(q+p)(q-p)}{q-p} = a(p+q) \text{ となる。}$$



29

関数  $y=ax^2$  の変化の割合 啓 P.106~107

ABCDE

関数  $y=2x^2$  について、 $x$  の値が、次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

- ① 1 から 3 まで

$x=1$  のとき、 $y=2 \times 1^2=2$

$x=3$  のとき、 $y=2 \times 3^2=18$

したがって、 $x$  の増加量は、 $3-1=2$

$y$  の増加量は、 $18-2=16$

だから、変化の割合は、 $\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = \frac{16}{2} = 8$                       8

- ② -4 から -2 まで

① と同様に考えると、

$$\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = \frac{2 \times (-2)^2 - 2 \times (-4)^2}{-2 - (-4)} = \frac{-24}{2} = -12$$

-12

30

関数  $y=ax^2$  の変化の割合 啓 P.106~107BCDE 関数  $y=3x^2$  について、 $x$  の値が次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。①  $-1$  から  $2$  まで②  $-3$  から  $0$  まで

$$\frac{3 \times 2^2 - 3 \times (-1)^2}{2 - (-1)} = \frac{12 - 3}{3} = 3$$

3

$$\frac{0 - 3 \times (-3)^2}{0 - (-3)} = \frac{0 - 27}{3} = -9$$

-9

31

関数  $y=ax^2$  の変化の割合 啓 P.106~107

E

関数  $y=\frac{1}{2}x^2$  について、 $x$  の値が  $2$  から  $6$  まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

$$y \text{ の増加量} = \frac{1}{2} \times 6^2 - \frac{1}{2} \times 2^2 = 16$$

$$\text{したがって、変化の割合} = \frac{16}{6-2} = 4$$

$$\text{別解 } 2+6=8 \quad 8 \times \frac{1}{2} = 4$$

4

32

BCDE

次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

平均の速さ 啓 P.108~109

hakken. の法則 

★平均の速さ…ある道のりを進んだときの平均の速さは、変化の割合に等しい。

$$\text{平均の速さ} = \frac{\text{進んだ道のり}}{\text{かかった時間}} \Leftrightarrow \text{変化の割合} = \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$$

例 ある物を落とすとき、落ち始めてから  $x$  秒後に  $y$  m 落ちるとすると、およそ  $y=2x^2$  という関係があるという。落ち始めてから  $3$  秒後から  $5$  秒後までの平均の速さを求めなさい。

$$\text{[解き方]} \quad \text{変化の割合を求めればよいから、変化の割合} = \frac{2 \times 5^2 - 2 \times 3^2}{5 - 3} = \frac{50 - 18}{2} = \frac{32}{2} = 16$$

[答] 秒速 16m

33

BCDE

平均の速さ 啓 P.108~109

ある物を落とすとき、落ち始めてから  $x$  秒後に  $y$  m 落ちるとすると、およそ  $y=2x^2$  という関係があるという。落ち始めてから  $3$  秒後から  $5$  秒後までの平均の速さを求めなさい。

$$\text{変化の割合を求めればよいから、変化の割合} = \frac{2 \times 5^2 - 2 \times 3^2}{5 - 3} = \frac{50 - 18}{2} = \frac{32}{2} = 16$$

秒速 16m

34

平均の速さ 啓 P.108~109

CDE ボールが落下するとき、落下しはじめてからの時間を  $x$  秒、その間に落下する距離を  $y$  m とすると、およそ  $y=5x^2$  という関係がある。6 秒後から 8 秒後までの平均の速さを求めなさい。

変化の割合を求めればよい。  $\frac{5 \times 8^2 - 5 \times 6^2}{8 - 6} = 70(\text{m/秒})$

別解  $6+8=14$   $14 \times 5=70$

秒速 70m

35

平均の速さ 啓 P.108~109

E 物を落とすとき、落ち始めてから  $x$  秒間に落ちる距離を  $y$  m とすると、およそ  $y=5x^2$  という関係がある。このとき、次の問いに答えなさい。

① 物が落ち始めてから 4 秒間ではおよそ何 m 落ちますか。

$$\begin{aligned} y &= 5 \times 4^2 \\ &= 5 \times 16 \\ &= 80 \end{aligned}$$

80m

② 320m の高さから物を落とすとき、地面に着くまでにおよそ何秒間かかりますか。

$$\begin{aligned} 320 &= 5x^2 \\ x^2 &= 320 \div 5 \\ x^2 &= 64 \end{aligned}$$

$$x = \pm 8$$

8 秒間

③ 落下し始めてから 3 秒後までの平均の速さを求めなさい。

$$\text{平均の速さ} = \text{変化の割合} = (0+3) \times 5 = 15$$

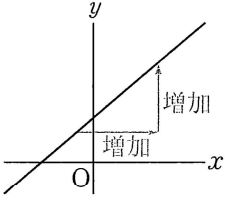
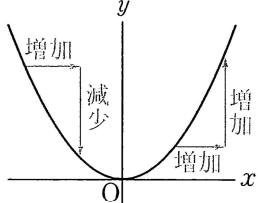
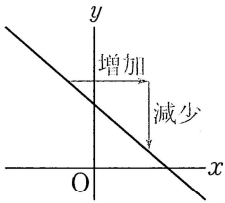
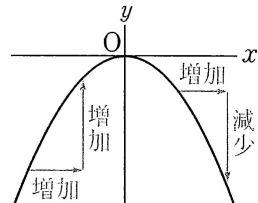
$$\text{または } \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = \frac{5 \times 3^2 - 0}{3 - 0} = 15$$

15m/秒

CDE 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

一次関数と関数  $y=ax^2$  啓 P.109

hakken.の法則 

		関数 $y=ax+b$	関数 $y=ax^2$
グラフの形		直線	放物線
y の 値 の 増 減	$a>0$ のとき	つねに 増加する 	$x=0$ を境と して、減少 から増加に 変わる 
	$a<0$ のとき	つねに 減少する 	$x=0$ を境と して、増加 から減少に 変わる 
変化の割合		一定で $a$ に等しい。	一定ではない。

**例** 空らんをうめなさい。

- 関数  $y=ax+b$  は、傾きが ( ㉞ ), 切片が ( ㉠ ) の直線であり、  
関数  $y=ax^2$  は、( ㉡ ) 軸について対称な ( ㉢ ) 線である。
- $a>0$  のとき、関数  $y=ax+b$  は、つねに ( ㉣ ) し、  
関数  $y=ax^2$  は、 $x=0$  を境に ( ㉤ ) から ( ㉥ ) に変わる。
- $a<0$  のとき、関数  $y=ax+b$  は、つねに ( ㉦ ) し、  
関数  $y=ax^2$  は、 $x=0$  を境に ( ㉧ ) から ( ㉨ ) に変わる。
- 変化の割合は、関数  $y=ax+b$  は、一定で ( ㉩ ) に等しく、  
関数  $y=ax^2$  は、( ㉪ ) 。

- [答] ㉞  $a$                       ㉠  $b$                       ㉡  $y$                       ㉢ 放物  
 ㉣ 増加                      ㉤ 減少                      ㉥ 増加                      ㉦ 減少  
 ㉧ 増加                      ㉨ 減少                      ㉩  $a$ (傾き)                      ㉪ 一定ではない

37

一次関数と関数 $y=ax^2$  啓 P.109

CDE 空らんをうめなさい。

- 関数 $y=ax+b$ は、傾きが (ア), 切片が (イ) の直線であり、  
関数 $y=ax^2$ は、(ウ) 軸について対称な (エ) 線である。
- $a>0$  のとき、関数 $y=ax+b$ は、つねに (オ) し、  
関数 $y=ax^2$ は、 $x=0$  を境に (カ) から (キ) に変わる。
- $a<0$  のとき、関数 $y=ax+b$ は、つねに (ク) し、  
関数 $y=ax^2$ は、 $x=0$  を境に (ケ) から (コ) に変わる。
- 変化の割合は、関数 $y=ax+b$ は、一定で (カ) に等しく、  
関数 $y=ax^2$ は、(シ) 。

ア  a                       イ  b                       ウ  y エ  放物                       オ  増加                       カ  減少 キ  増加                       ク  減少                       ケ  増加 コ  減少                       カ  a(傾き)                       シ  一定ではない 

38

一次関数と関数 $y=ax^2$  啓 P.109

E 次のア～エの関数について、下の問いに記号で答えなさい。

ア  $y=2x+5$       イ  $y=-4x+3$       ウ  $y=3x^2$       エ  $y=-2x^2$

- ①
- $x$
- が増加するとき、
- $y$
- がつねに減少する関数はどれか。

イ

- ②
- $x \leq 0$
- の範囲で、
- $x$
- が増加するときに
- $y$
- も増加する関数はどれか。

ア, エ



39

一次関数と関数 $y=ax^2$  啓 P.109

E 次の㉗～㉙の中から、下の①～③にあてはまるものをすべて選びなさい。

㉗  $y=2x$

①  $y=-2x-1$

㉘  $y=-\frac{2}{x}$

㉙  $y=2x-1$

㉚  $y=2x^2$

㉛  $y=-2x^2$

① グラフが原点を通る

㉗, ㉚, ㉛

②  $y$  の値が負にならない

㉚

③  $y=0$  が最大値になる

㉛

40

一次関数と関数 $y=ax^2$  啓 P.109

E 次の①～③について、下線部が正しければ○を、正しくなければ正しい答えに直して解答らんに記入しなさい。

①  $y=ax^2$  のグラフは、 $y=-ax^2$  のグラフと  $y$  軸 について対称である。 $x$  軸②  $y=ax^2$  のグラフについて、 $a$  の値の絶対値が大きいほど、グラフの開き方は 大きい。小さい③  $y=ax^2(a<0)$  のグラフについて、 $x$  の値が増加するとき、 $x<0$  の範囲では、 $y$  の値は 減少 する。増加

41 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

関数  $y=ax^2$  の利用 啓 P.111hakken. の法則 

★制動距離<sup>せいどうきょり</sup>…自動車のブレーキがききはじめてから停止するまでの距離を、制動距離という。制動距離は、自動車の速さの2乗に比例する。 $y=ax^2$

㊦ 自動車の速さが時速  $x$  km のとき、制動距離を  $y$  m とする。 $x=30$ ,  $y=5$  となるとき次の問いに答えなさい。

(1)  $y$  を  $x$  の式で表しなさい。

[解き方]  $y=ax^2$  に、 $x=30$ ,  $y=5$  を代入すると、 $5=a \times 30^2$

$$5=900a$$

$$a=\frac{1}{180}$$

よって、求める式は  $y=\frac{1}{180}x^2$

[答]  $y=\frac{1}{180}x^2$

(2) 時速 60 km のときの制動距離を求めなさい。

[解き方]  $y=\frac{1}{180}x^2$  に  $x=60$  を代入する。

$$y=\frac{1}{180} \times 60 \times 60 = 20$$

[答] 20m

(3) この自動車の制動距離が 45 m のとき、速さを求めなさい。

[解き方]  $y=\frac{1}{180}x^2$  に  $y=45$  を代入する。 $45=\frac{1}{180}x^2$

$$8100=x^2$$

$$x=\pm 90$$

$x \geq 0$  だから  $x=90$

[答] 時速 90km

42

関数  $y=ax^2$  の利用 啓 P.111

BCDE 自動車の速さが時速  $x$  km のとき、制動距離を  $y$  m とする。 $x=30$ ,  $y=5$  となるとき、次の問いに答えなさい。

①  $y$  を  $x$  の式で表しなさい。

$$y=ax^2 \text{ に, } x=30, y=5 \text{ を代入すると, } 5=a \times 30^2$$

$$5=900a$$

$$a=\frac{1}{180}$$

$$\text{よって, 求める式は } y=\frac{1}{180}x^2$$

$$\underline{y=\frac{1}{180}x^2}$$

② 時速 60 km のときの制動距離を求めなさい。

$$y=\frac{1}{180}x^2 \text{ に } x=60 \text{ を代入する。}$$

$$y=\frac{1}{180} \times 60 \times 60 = 20$$

$$\underline{20\text{m}}$$

③ この自動車の制動距離が 45 m のとき、速さを求めなさい。

$$y=\frac{1}{180}x^2 \text{ に } y=45 \text{ を代入する。 } 45=\frac{1}{180}x^2$$

$$8100=x^2$$

$$x=\pm 90$$

$$x \geq 0 \text{ だから } x=90$$

$$\underline{\text{時速 } 90\text{km}}$$

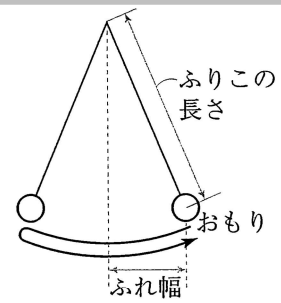
43 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

## ふりこの長さ と 周期 啓 P.112

hakken. の法則 

★ふりこの長さ と 周期…ふりが 1 往復するのにかかる時間は、おもりの重さやふれ幅に関係なく一定で、それを周期という。ふりこの長さは、周期の 2 乗に比例する。 $y=ax^2$



例 周期が  $x$  秒のふりこの長さを  $y$  m とすると、およそ  $y=\frac{1}{4}x^2$

という関係がある。このとき、次の問いに答えなさい。

(1) 周期が 2 秒であるふりこを作るには、ふりこの長さを何 m にすればよいか求めなさい。

[解き方]  $y=\frac{1}{4}x^2$  に、 $x=2$  を代入すると、 $y=1$  よって、 [答] 1m

(2) 長さが 9m であるふりこの周期は何秒になるか求めなさい。

[解き方]  $y=\frac{1}{4}x^2$  に、 $y=9$  を代入すると、 $x=\pm 6$  よって、 [答] 6 秒

44

BCDE

## ふりこの長さ と 周期 啓 P.112

周期が  $x$  秒のふりこの長さを  $y$  m とすると、およそ  $y=\frac{1}{4}x^2$  という関係がある。このとき、

次の問いに答えなさい。

① 周期が 2 秒であるふりこを作るには、ふりこの長さを何 m にすればよいか求めなさい。

$y=\frac{1}{4}x^2$  に、 $x=2$  を代入すると、 $y=1$  よって、 1m

② 長さが 9m であるふりこの周期は何秒になるか求めなさい。

$y=\frac{1}{4}x^2$  に、 $y=9$  を代入すると、 $x=\pm 6$  よって、 6 秒

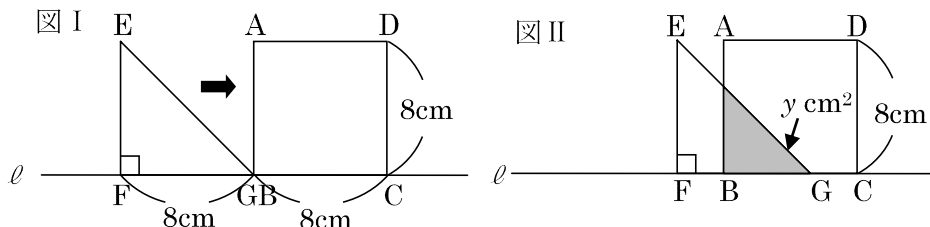
45 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

CDE

図形の移動 啓 P.112~113

hakken. の法則 

**例** 図 I のように、正方形 ABCD と直角二等辺三角形 EFG が直線  $\ell$  上にある。正方形はそのまま、直角二等辺三角形を矢印の方向に、毎秒 2cm の速さで頂点 G が C に重なるまで移動する。直角二等辺三角形 EFG が動き始めてから  $x$  秒後に、重なっている部分の面積を  $y \text{ cm}^2$  とするとき、次の問いに答えなさい。



(1)  $x$  と  $y$  の関係を式で表しなさい。

[解き方] 重なってできる図形は、直角二等辺三角形

$x$  の変域は  $0 \leq x \leq 4$  よって、 $y = 2x \times 2x \times \frac{1}{2}$

[答]  $y = 2x^2$  ( $0 \leq x \leq 4$ )

(2) グラフをかきなさい。

グラフに表すと、右のようになる。

(3) 重なっている部分の面積が直角二等辺三角形 EFG

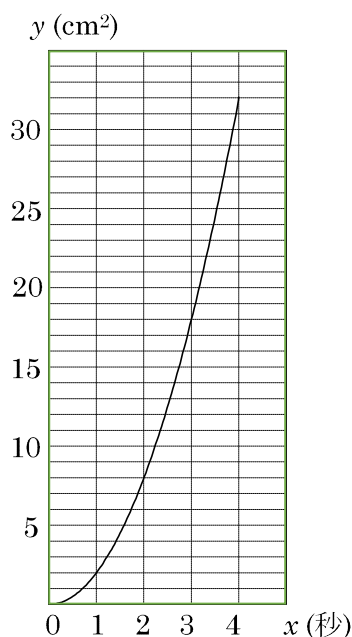
の  $\frac{1}{4}$  になるのは何秒後か答えなさい。

直角二等辺三角形 EFG の面積の  $\frac{1}{4}$  は、

$8 \times 8 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = 8$  だから、 $8 = 2x^2$

$4 = x^2$

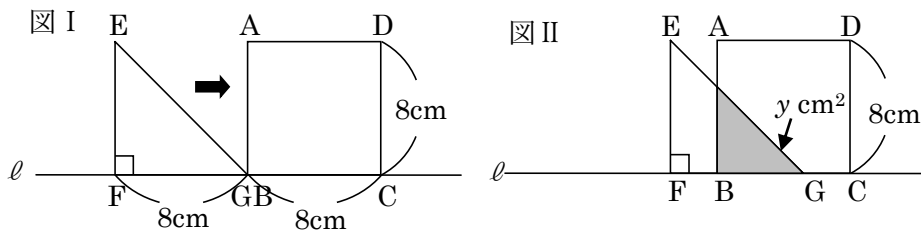
$x = \pm 2$  答えは正の数だから、 $x = 2$  [答] 2 秒後



46

図形の移動 啓 P.112~113

CDE 図 I のように、正方形 ABCD と直角二等辺三角形 EFG が直線  $\ell$  上にある。正方形はそのまま、直角二等辺三角形を矢印の方向に、毎秒 2cm の速さで頂点 G が C に重なるまで移動する。直角二等辺三角形 EFG が動き始めてから  $x$  秒後に、重なっている部分の面積を  $y \text{ cm}^2$  とするとき、次の問いに答えなさい。



①  $x$  と  $y$  の関係を式で表しなさい。

重なってできる図形は、直角二等辺三角形

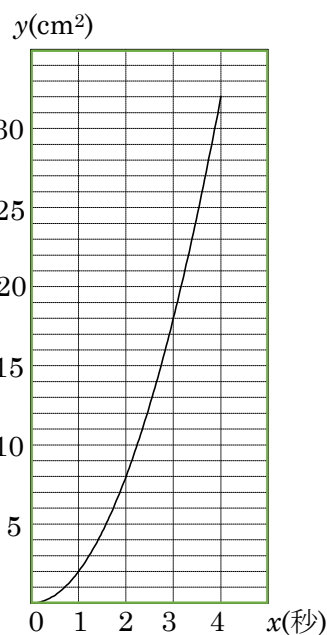
$x$  の変域は  $0 \leq x \leq 4$  よって、 $y = 2x \times 2x \times \frac{1}{2}$

$$y = 2x^2 \quad (0 \leq x \leq 4)$$

② グラフをかきなさい。

グラフに表すと、右のようになる。

③ 重なっている部分の面積が直角二等辺三角形 EFG の  $\frac{1}{4}$  になるのは何秒後か答えなさい。



直角二等辺三角形 EFG の面積の  $\frac{1}{4}$  は、

$$8 \times 8 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = 8 \text{ だから、} 8 = 2x^2$$

$$4 = x^2$$

$$x = \pm 2$$

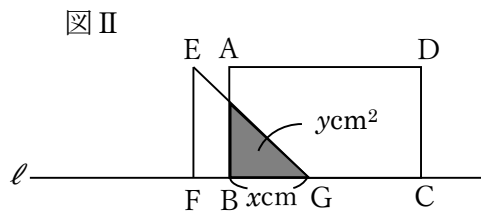
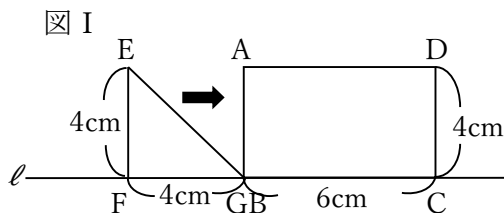
答えは正の数だから、 $x = 2$

2 秒後

47

図形の移動 啓 P.112~113

E 次の図 I のように、長方形 ABCD と直角二等辺三角形 EFG が直線  $\ell$  上にある。長方形はそのまま、直角二等辺三角形を矢印の方向に、頂点 G が C に重なるまで移動させる。図 II のように、線分 BG の長さを  $x$  cm、重なってできる部分の面積を  $y$  cm<sup>2</sup> とするとき、次の間に答えなさい。



① 次の場合について、 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。

(1)  $0 \leq x \leq 4$

重なる部分は直角二等辺三角形になるので、

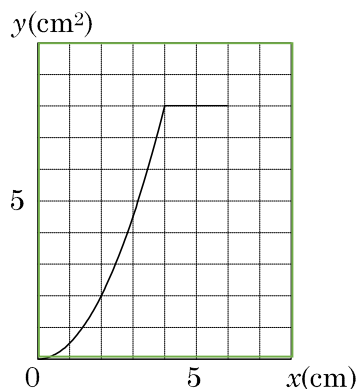
$$y = x \times x \times \frac{1}{2} \quad \text{よって,} \quad \underline{y = \frac{1}{2}x^2}$$

(2)  $4 \leq x \leq 6$

重なる部分は、面積が  $8\text{cm}^2$  の直角二等辺三角形のまま変わらないので、

$$\underline{y = 8}$$

② グラフに表しなさい。



48 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

いろいろな関数 啓 P.114~115

hakken. の法則 

例 ある鉄道会社では、乗車距離と運賃の関係を 20 km の範囲までは、下の表のように定めている。乗車距離が  $x$  km のときの運賃を  $y$  円とすると、次の問いに答えなさい。

乗車距離	4km まで	8km まで	12km まで	16km まで	20km まで
運賃	140 円	170 円	210 円	240 円	270 円

(1)  $x=10$  のときの運賃を求めなさい。

[解き方] 表より、 $8 < x \leq 12$  のとき、 $y=210$

[答] 210 円

(2)  $y=240$  となる  $x$  の変域を求めなさい。

[解き方] 表より、 $12 < x \leq 16$

(3)  $x$  と  $y$  の関係をグラフに表しなさい。

[解き方] 表より、 $0 < x \leq 4$  のとき  $y=140$

$4 < x \leq 8$  のとき  $y=170$

$8 < x \leq 12$  のとき  $y=210$

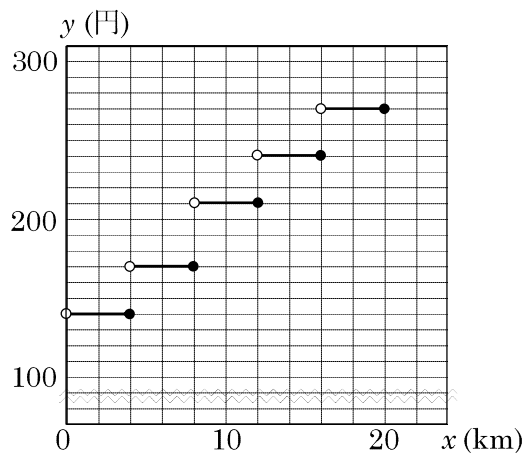
$12 < x \leq 16$  のとき  $y=240$

$16 < x \leq 20$  のとき  $y=270$

となり、グラフに表すと右のようになる。

※グラフの○印はその数を含まない。例  $0 < x$  ,  $4 < x$

グラフの●印はその数を含む。 例  $x \leq 4$  ,  $x \leq 8$





49

いろいろな関数 啓 P.114~115

BCDE ある鉄道会社では、乗車距離と運賃の関係を 20 km の範囲までは、下の表のように定めている。乗車距離が  $x$  km のときの運賃を  $y$  円とすると、次の問いに答えなさい。

乗車距離	4km まで	8km まで	12km まで	16km まで	20km まで
運賃	140 円	170 円	210 円	240 円	270 円

①  $x=10$  のときの運賃を求めなさい。

表より、

$8 < x \leq 12$  のとき、 $y=210$       210 円

②  $y=240$  となる  $x$  の変域を求めなさい。

表より、       $12 < x \leq 16$

③  $x$  と  $y$  の関係をグラフに表しなさい。

表より、 $0 < x \leq 4$  のとき  $y=140$

$4 < x \leq 8$  のとき  $y=170$

$8 < x \leq 12$  のとき  $y=210$

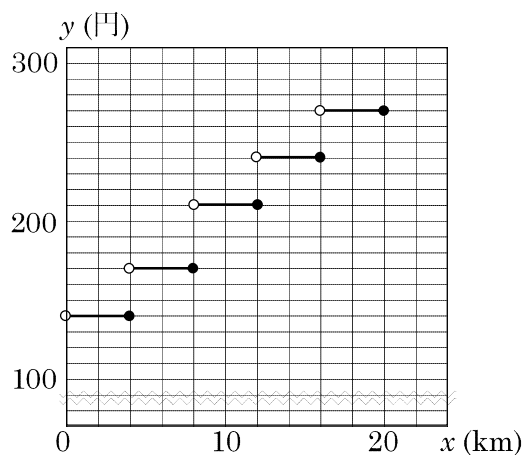
$12 < x \leq 16$  のとき  $y=240$

$16 < x \leq 20$  のとき  $y=270$

となり、グラフに表すと右のようになる。

グラフの○印はその数を含まない。

●印はその数を含む。



50 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

DE

学びを身につけよう (1) 啓 P.118~119

hakken. の法則 

例 関数  $y=ax^2$  について、 $x$  の値が  $-3$  から  $6$  まで増加するときの変化の割合が  $-15$  であるとき、 $a$  の値を求めなさい。

[解き方] 変化の割合  $= \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$  (増加量 = 変化後の値 - 変化前の値) より

$$\frac{6^2a - (-3)^2a}{6 - (-3)} = -15$$

$$\frac{36a - 9a}{9} = -15$$

$$\frac{27a}{9} = -15$$

$$3a = -15$$

$$\frac{3a}{3} = \frac{-15}{3}$$

$$a = -5$$

[答]  $a = -5$ 

51

学びを身につけよう 啓 P.118~119

DE

関数  $y=ax^2$  について、 $x$  の値が  $-3$  から  $6$  まで増加するときの変化の割合が  $-15$  であるとき、 $a$  の値を求めなさい。

変化の割合  $= \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$  (増加量 = 変化後の値 - 変化前の値) より

$$\frac{6^2a - (-3)^2a}{6 - (-3)} = -15$$

$$\frac{36a - 9a}{9} = -15$$

$$\frac{27a}{9} = -15$$

$$3a = -15$$

$$\frac{3a}{3} = \frac{-15}{3}$$

$$a = -5$$

 $a = -5$

52 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

DE

学びを身につけよう (2) 啓 P.118~119

hakken. の法則 

例 関数  $y=ax^2$  について、 $x$  の変域が  $2 \leq x \leq 4$ 、 $y$  の変域が  $2 \leq y \leq 8$  のとき、 $a$  の値を求めなさい。

[解き方]  $y$  の値が負にならないから  $a > 0$  になる。 $x=2, 4$  のうち

原点から遠いほうの  $x=4$  で  $y$  は最大となる。

よって、 $x=4$  のとき  $y=8$

$y=ax^2$  に  $x=4$ 、 $y=8$  を代入すると

$$8 = a \times 4^2 \quad a = \frac{1}{2}$$

[答]  $a = \frac{1}{2}$

53

学びを身につけよう 啓 P.118~119

DE

関数  $y=ax^2$  について、 $x$  の変域が  $2 \leq x \leq 4$ 、 $y$  の変域が  $2 \leq y \leq 8$  のとき、 $a$  の値を求めなさい。

$y$  の値が負にならないから  $a > 0$  になる。 $x=2, 4$  のうち

原点から遠いほうの  $x=4$  で  $y$  は最大となる。

よって、 $x=4$  のとき  $y=8$

$y=ax^2$  に  $x=4$ 、 $y=8$  を代入すると

$$8 = a \times 4^2 \quad a = \frac{1}{2}$$

$$a = \frac{1}{2}$$

54

学びを身につけよう 啓 P.118~119

E  $y=2x^2$  について、 $x$  の変域が  $a \leq x \leq 2a+3$  のとき、 $y$  の変域は  $0 \leq y \leq 8$  となった。このとき、定数  $a$  の値を求めなさい。

$$y=8 \text{ のとき } x=a, 2a+3$$

$$(a, 8) \text{ のとき}$$

$$8=2a^2$$

$$4=a^2$$

$$a^2=4$$

$$a=\pm 2$$

$$(2a+3, 8) \text{ のとき}$$

$$8=2(2a+3)^2$$

$$8=2(4a^2+12a+9)$$

$$8=8a^2+24a+18$$

$$8a^2+24a+10=0$$

$$2 \leq x \leq 7, -2 \leq x \leq -1 \text{ となるため}$$

$y$  の最小値が 0 であることから

$$a=\pm 2 \text{ は不適当}$$

$$\text{解の公式より } a=-\frac{1}{2}, -\frac{5}{2}$$

$$-\frac{1}{2} \leq x \leq 2, -\frac{5}{2} \leq x \leq -2 \text{ となるため}$$

$y$  の最小値が 0 であることから

$$a=-\frac{5}{2} \text{ は不適当}$$

$$\text{よって } a=-\frac{1}{2}$$

$$\underline{\underline{a = -\frac{1}{2}}}$$

55

学びを身につけよう 啓 P.118~119

DE 関数  $y=x^2$  で、 $x$  の値が  $a$  から  $a+2$  まで増加するときの変化の割合は、 $y=4x+1$  と同じになる。このとき、 $a$  の値を求めなさい。

$y=4x+1$  と変化の割合が同じになるから

$$\frac{(a+2)^2 - a^2}{(a+2) - a} = 4 \text{ が成り立つから,}$$

$$\frac{4a+4}{2} = 4$$

$$2a+2=4$$

$$2a=4-2$$

$$2a=2$$

$$a=1$$

$$\underline{\underline{a = 1}}$$

56

学びを身につけよう 啓 P.118~119

DE 次のときの  $x$  と  $y$  の関係を式に表しなさい。

- ①
- $y$
- が
- $x$
- の 2 乗に比例し、比例定数が
- $-2$
- のとき、
- $y$
- を
- $x$
- の式で表しなさい。

$$\underline{y = -2x^2}$$

- ② 関数
- $y=ax^2$
- で、
- $x$
- の値が
- $-2$
- から
- $6$
- まで増加するときの変化の割合が
- $2$
- である。

$$(-2+6) \times a = 2$$

$$4a = 2$$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$\text{または, } \frac{36a - 4a}{6 - (-2)} = 2$$

$$4a = 2$$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$\underline{y = \frac{1}{2}x^2}$$

57

学びを身につけよう 啓 P.118~119

E  $x$  の変域が  $-2 \leq x \leq 1$  のときの  $y$  の変域をそれぞれ求めなさい。

- ⑦
- $y = -2x - 1$
- ⑧
- $y = 3x + 1$
- ⑨
- $y = 2x^2$
- ⑩
- $y = -x^2$

⑦  $x = -2$  のとき  $y = -2 \times (-2) - 1$      $y = 3$

$x = 1$  のとき  $y = -2 \times 1 - 1$      $y = -3$  よって  $y$  の変域は  $-3 \leq y \leq 3$

⑧  $x = -2$  のとき  $y = 3 \times (-2) + 1$      $y = -5$

$x = 1$  のとき  $y = 3 \times 1 + 1$      $y = 4$  よって  $y$  の変域は  $-5 \leq y \leq 4$

⑨, ⑩は  $x$  の変域が  $0$  をまたいでいるので、求めるひとつの値は  $0$  になる。絶対値の大きい方を  $x$  に代入する。

⑨  $y = 2 \times (-2)^2$      $y = 8$  よって  $y$  の変域は  $0 \leq y \leq 8$

⑩  $y = -(-2)^2$      $y = -4$  よって  $y$  の変域は  $-4 \leq y \leq 0$

⑦  $\underline{-3 \leq y \leq 3}$

⑧  $\underline{-5 \leq y \leq 4}$

⑨  $\underline{0 \leq y \leq 8}$

⑩  $\underline{-4 \leq y \leq 0}$

58

学びを身につけよう 啓 P.118~119

E  $x$ の値が1から3まで増加するとき変化の割合をそれぞれ求めなさい。

$$\textcircled{ア} \quad y = -2x - 1 \quad \textcircled{イ} \quad y = 3x + 1 \quad \textcircled{ウ} \quad y = 2x^2 \quad \textcircled{エ} \quad y = -x^2$$

$\textcircled{ア}$ ,  $\textcircled{イ}$   $y = ax + b$  において, 変化の割合 =  $a$  だから

$\textcircled{ア}$  変化の割合 =  $-2$

$\textcircled{イ}$  変化の割合 =  $3$

$\textcircled{ウ}$ ,  $\textcircled{エ}$  変化の割合 =  $\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$  (増加量 = 変化後の値 - 変化前の値) より

$$\textcircled{ウ} \quad \text{変化の割合} = \frac{18 - 2}{3 - 1} = \frac{16}{2} = 8$$

$$\textcircled{エ} \quad \text{変化の割合} = \frac{-9 - (-1)}{3 - 1} = \frac{-8}{2} = -4$$

$$\textcircled{ア} \quad \underline{-2} \quad \textcircled{イ} \quad \underline{3} \quad \textcircled{ウ} \quad \underline{8} \quad \textcircled{エ} \quad \underline{-4}$$

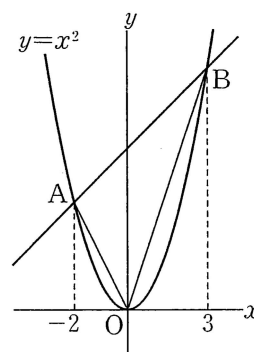
59 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

DE

## 学びを身につけよう (3) 啓 P.118~119

hakken. の法則 

**例** 右の図のように、関数  $y=x^2$  のグラフ上に、2点 A, B がある。  
A, B の  $x$  座標を、それぞれ  $-2, 3$  とするとき、次の問いに答えなさい。



(1) 2点 A, B の座標を求めなさい。

[解き方]  $x=-2, x=3$  を  $y=x^2$  に代入する。

$$\text{A 座標 } x=-2 \text{ のとき } y=(-2)^2=4$$

$$\text{B 座標 } x=3 \text{ のとき } y=3^2=9$$

[答] A(-2, 4), B(3, 9)

(2) 2点 A, B を通る直線の式を求めなさい。

[解き方] 直線 AB の式を、 $y=mx+n$  とおくと、点 A, B を通るから

$$\begin{cases} 4=-2m+n \cdots \text{①} & \text{①}-\text{②} & 4=-2m+n \\ 9=3m+n \cdots \text{②} & & -) 9=3m+n \\ & & \hline & & -5=-5m \\ & & & & m=1 \end{cases}$$

$$m=1 \text{ を①に代入 } 4=-2+n, -n=-2-4, -n=-6, n=6$$

$$m=1, n=6 \text{ を } y=mx+n \text{ に代入すると } y=x+6 \quad \text{[答] } y=x+6$$

(3)  $\triangle OAB$  の面積を求めなさい。

[解き方] 直線 AB と  $y$  軸の交点を C とすると、

(2) より、C(0, 6)

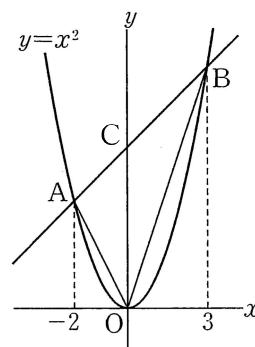
よって、 $\triangle OAB = \triangle OAC + \triangle OBC$

$\triangle OAC$  と  $\triangle OBC$  の底辺を  $OC=6$  とする、

$\triangle OAC$  の高さは点 A の  $x$  座標の絶対値  $=2$

$\triangle OBC$  の高さは点 B の  $x$  座標の絶対値  $=3$

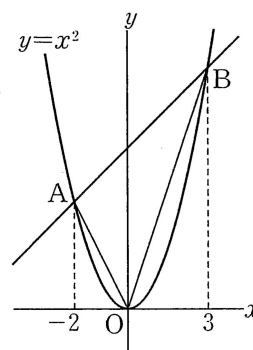
$$\triangle OAB = \frac{1}{2} \times 6 \times 2 + \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 15 \quad \text{[答] } 15$$



60

学びを身につけよう 啓 P.118~119

DE 右の図のように、関数  $y=x^2$  のグラフ上に、2点 A, B がある。  
A, B の  $x$  座標を、それぞれ  $-2, 3$  とするとき、次の問いに答えなさい。



① 2点 A, B の座標を求めなさい。

$x=-2, x=3$  を  $y=x^2$  に代入する。

A 座標  $x=-2$  のとき  $y=(-2)^2=4$

B 座標  $x=3$  のとき  $y=3^2=9$

A (-2, 4)      B (3, 9)

② 2点 A, B を通る直線の式を求めなさい。

直線 AB の式を、 $y=mx+n$  とおくと、点 A, B を通るから

$$\begin{cases} 4 = -2m + n & \cdots \textcircled{1} \\ 9 = 3m + n & \cdots \textcircled{2} \end{cases} \quad \begin{array}{r} \textcircled{1} - \textcircled{2} \\ -) \end{array} \begin{array}{r} 4 = -2m + n \\ 9 = 3m + n \\ \hline -5 = -5m \\ m = 1 \end{array}$$

$m=1$  を  $\textcircled{1}$  に代入  $4 = -2 + n, -n = -2 - 4, -n = -6, n = 6$

$m=1, n=6$  を  $y=mx+n$  に代入すると  $y=x+6$

$$\underline{y = x + 6}$$

③  $\triangle OAB$  の面積を求めなさい。

直線 AB と  $y$  軸の交点を C とすると、

$\textcircled{2}$  より、C (0, 6)

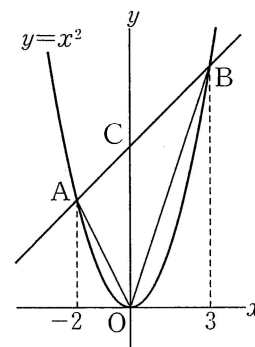
よって、 $\triangle OAB = \triangle OAC + \triangle OBC$

$\triangle OAC$  と  $\triangle OBC$  の底辺を  $OC=6$  とする、

$\triangle OAC$  の高さは点 A の  $x$  座標の絶対値  $=2$

$\triangle OBC$  の高さは点 B の  $x$  座標の絶対値  $=3$

$$\triangle OAB = \frac{1}{2} \times 6 \times 2 + \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 15$$



15



61

学びを身につけよう 啓 P.118~119

E 右の図のように、関数  $y=\frac{1}{3}x^2$  のグラフ上に、3点 P, Q, R がある。

P, Q, R の  $x$  座標は、それぞれ  $-3, 0, 6$  とするとき、次の問いに答えなさい。

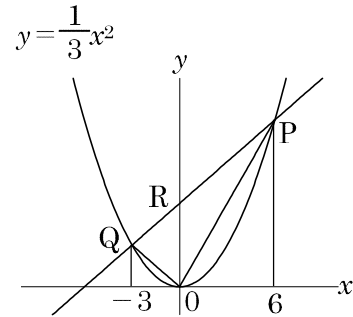
① 点 P の座標を求めなさい。

グラフより  $x=6$

これを  $y=\frac{1}{3}x^2$  に代入

$$y=12$$

( 6 , 12 )



② 直線 PQ の式を求めなさい。

Q の座標を求めると、 $Q(-3, 3)$

$y=ax+b$  に  $(6, 12), (-3, 3)$  を代入し、連立方程式を解くと、 $a=1, b=6$

よって、

$$\underline{y=x+6}$$

③ 点 R の座標を求めなさい。

$y=x+6$  の切片だから

$$\underline{( 0 , 6 )}$$

④  $\triangle PQO$  の面積を求めなさい

$$\triangle PQO = \triangle RQO + \triangle PRO$$

$$\triangle RQO = 6 \times 3 \times \frac{1}{2} = 9$$

$$\triangle PRO = 6 \times 6 \times \frac{1}{2} = 18$$

$$\triangle PQO = 9 + 18 = 27$$

$$\underline{27}$$

62

学びを身につけよう 啓 P.118~119

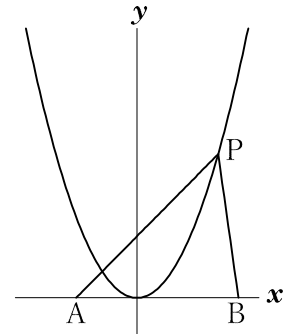
E

右の図のように、関数  $y = \frac{1}{2}x^2$  のグラフ上に、点  $P(x, y)$ ,

点  $A(-3, 0)$ , 点  $B(5, 0)$  がある。次の問いに答えなさい。

①  $\triangle PAB$  の面積を  $S$  とするとき、 $S$  を  $x$  の式で表しなさい。

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} \times AB \times y \\ &= \frac{1}{2} \times (3+5) \times \frac{1}{2}x^2 \\ &= 2x^2 \end{aligned}$$



$$\underline{\underline{S = 2x^2}}$$

②  $\triangle PAB$  の面積が 50 のとき  $P$  の座標を求めなさい。

$$S = 2x^2 = 50$$

$$2x^2 = 50$$

$$x^2 = 25$$

$$x = \pm 5$$

$x = \pm 5$  これを  $y = \frac{1}{2}x^2$  に代入

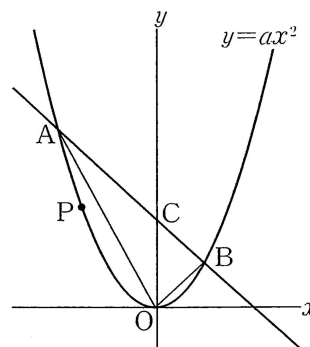
$$y = \frac{1}{2}x^2 = \frac{25}{2}$$

$$\underline{\underline{\left( 5, \frac{25}{2} \right), \left( -5, \frac{25}{2} \right)}}$$

63

学びを身につけよう 啓 P.118~119

E 右の図は、 $y=ax^2$ のグラフで、 $A(-4, 8)$ 、 $B(2, 2)$ はその上の点である。また、 $C$ は直線 $AB$ と $y$ 軸の交点である。次の問に答えなさい。



①  $a$ の値を求めなさい。

$y=ax^2$  に $(2, 2)$ を代入

$$a = \frac{1}{2}$$

② 直線 $AB$ の式を求めなさい。

$A(-4, 8)$ 、 $B(2, 2)$ より、直線 $AB$ の式は、 $y=-x+4$

$$y = -x + 4$$

③  $\triangle OAB$ の面積を求めなさい。

②より、 $OC=4$   $\triangle OAB = \triangle OAC + \triangle OBC$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 + \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 12$$

$$12$$

④  $y=ax^2$ のグラフ上に、点 $P$ をとる。 $\triangle OCP$ の面積が $\triangle OAB$ の面積の $\frac{1}{2}$ になるとき、点 $P$ の座標を求めなさい。

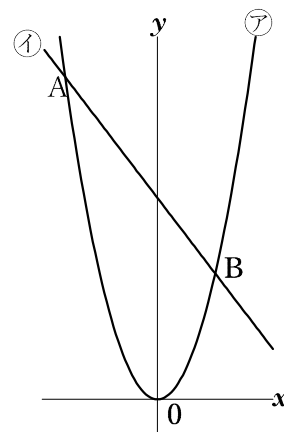
$\triangle OCP$ で $OC$ を底辺とし、高さを $h$ とすると、 $\frac{1}{2} \times 4 \times h = \frac{1}{2} \times 12$ 、 $h=3$

よって、 $P$ の $x$ 座標は $-3$ または $3$ であればよい。

$$P\left(-3, \frac{9}{2}\right), \left(3, \frac{9}{2}\right)$$

E

右の図で  $y=ax^2$ …㉞と  $y=-\frac{3}{4}x+10$ …㉟のグラフが 2 点 A, B で交わっている。点 A の  $x$  座標は  $-8$  である。このとき次の問いに答えなさい。



①  $a$  の値を求めなさい。

$y=-\frac{3}{4}x+10$  に  $x=-8$  を代入,  $y=16$

点 A( $-8, 16$ )これを  $y=ax^2$  に代入,  $a=\frac{1}{4}$

$\frac{1}{4}$

② 点 B の座標を求めなさい。

①より  $\begin{cases} y=\frac{1}{4}x^2 & \dots\text{㉞} \\ y=-\frac{3}{4}x+10 & \dots\text{㉟} \end{cases}$

これを解いて,  $x=5, -8$

グラフより  $-8$  は, 適当でない。  $x=5$  を㉞に代入,  $y=\frac{25}{4}$

$(5, \frac{25}{4})$

③  $\triangle OAB$  の面積を求めなさい。

㉟と  $y$  軸との交点を R とする。R の  $y$  座標は, 10,  $\triangle OAB = \triangle ARO + \triangle BRO$   
 $\triangle ARO$  の底辺を  $RO=10$ , 高さは, A の  $x$  座標  $=-8$ ,  $\triangle ARO = 10 \times 8 \div 2 = 40$   
 $\triangle BRO$  の底辺を  $RO=10$ , 高さは, B の  $x$  座標  $=5$ ,  $\triangle BRO = 10 \times 5 \div 2 = 25$

$\triangle OAB = 40 + 25 = 65$

65

④ ㉞のグラフ上の点 A と点 B の間に  $\triangle PAB$  と  $\triangle OAB$  の面積が等しくなるような点 P をとるとき, 点 P の  $x$  座標を求めなさい。

$\triangle OAB$  の底辺を AB としたとき高さを同じにすればよいので, 点 P と点 O をつなぐ

直線が  $y=-\frac{3}{4}x+10$  と並行であればよいから, その直線は  $y=-\frac{3}{4}x$  つまり

$y=-\frac{3}{4}x$  と  $y=\frac{1}{4}x^2$  の交点が点 P の座標となる。  $\frac{1}{4}x^2 = -\frac{3}{4}x, x^2 + 3x = 0$

$x(x+3)=0, x=0, -3, x=0$  は点 O なのでそれ以外の座標が適当であるから  $x=-3$

$x = -3$

65

学びを身につけよう 啓 P.118~119

E

右の図で、放物線は $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフである。点Aは $y$ 軸上の点で、 $y$ 座標は8である。また、点B、C、Dは放物線上にあり、四角形ABCDは平行四辺形で、点Dの $x$ 座標は正、ADと $x$ 軸は平行である。

- ① ADの長さを求めなさい。

$$D \text{ の } x \text{ 座標は, } 8 = \frac{1}{2}x^2, x > 0 \text{ より,}$$

$$x = 4 \quad \text{よって, } AD = 4$$

4

- ② 平行四辺形ABCDの面積を求めなさい。

平行四辺形の性質から、 $BC = 4$  よって、Cの $x$ 座標は、 $4 \div 2 = 2$

$$y \text{ 座標は, } y = \frac{1}{2} \times 2^2 = 2$$

したがって、平行四辺形ABCDでBCを底辺とみると、高さは $8 - 2 = 6$

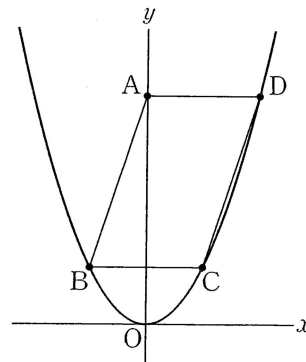
$$\text{求める面積は, } 4 \times 6 = 24$$

24

- ③ 平行四辺形ABCDの対角線の交点の座標を求めなさい。

平行四辺形の対角線は、それぞれの中点で交わる。求める交点はACの中点だから、

$$\text{その座標は, } \left( \frac{0+2}{2}, \frac{8+2}{2} \right) = (1, 5)$$

(1, 5)

66

学びを身につけよう 啓 P.118~119

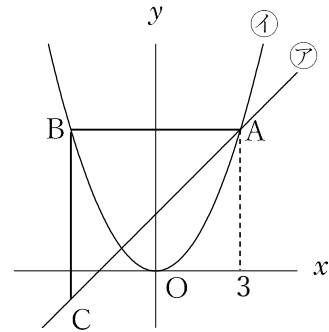
E 右の図において、直線⑦は関数  $y=x+2$  のグラフであり、曲線①は関数  $y=ax^2$  のグラフである。点 A は直線⑦と曲線①との交点で、その  $x$  座標は 3 である。点 B は曲線①上の点で、線分 AB は  $x$  軸と平行である。また、点 C は直線⑦上の点で、線分 BC は  $y$  軸と平行である。原点を O とするとき、次の問いに答えなさい。

① 曲線①の式  $y=ax^2$  の  $a$  の値を求めなさい。

点 A の座標は、(3, 5) であるため、

$$\text{曲線①に代入して } 5=9a \quad a=\frac{5}{9}$$

$$\underline{a=\frac{5}{9}}$$



② 線分 BC 上に点 E をとり、 $\triangle ABE$  と  $\triangle ACE$  の面積が等しくなるようにする。このとき、直線 AE の式を  $y=mx+n$  として、 $m$ 、 $n$  の値を求めなさい。

線分 AB が  $x$  軸と平行なので、点 B の座標は、(-3, 5)

線分 BC が  $y$  軸と平行なので、点 C の座標は、(-3, -1)

点 E は線分 BC の中点になればいいので、(-3, 2)

よって直線 AE は (3, 5)、(-3, 2) を通る直線となる。

$$\begin{cases} 5=3m+n & \cdots(1) \\ 2=-3m+n & \cdots(2) \end{cases} \quad (1)+(2) \quad 7=2n \quad , \quad n=\frac{7}{2} \quad \text{これを(1)に代入}$$

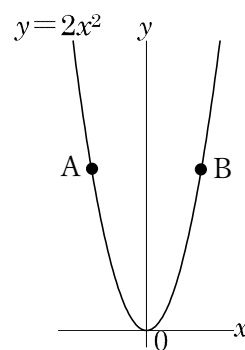
$$5=3m+\frac{7}{2}, \quad 3m=\frac{10}{2}-\frac{7}{2}, \quad 3m=\frac{3}{2}, \quad m=\frac{1}{2}$$

$$\underline{m=\frac{1}{2}, \quad n=\frac{7}{2}}$$

67

学びを身につけよう 啓 P.118~119

E 右の図のように、関数  $y=2x^2$  のグラフ上に 2 点 A, B があり、それらの  $y$  座標はともに 8 である。あとの問いに答えなさい。



- ① 関数  $y=2x^2$  のグラフ上に点 C,  $y$  軸上に点 D をとり、平行四辺形 ABCD をつくる。点 C の座標を求めなさい。

AB 間が 4 であるため、  
CD 間も 4 になるから点 C の  $x$  座標は 4  
 $y=2 \times 4^2=2 \times 16=32$

(4, 32)

- ② 直線 AD と関数のグラフとの点 A 以外の交点を E とする。点 E の座標を求めなさい。

直線 AD は  $y=12x+32$  なので、

$$\begin{aligned} 12x+32 &= 2x^2 \\ 2x^2-12x-32 &= 0 \\ x^2-6x-16 &= 0 \\ (x-8)(x+2) &= 0 \end{aligned}$$

$$x = -2, 8$$

点 A 以外の座標なので  $x=8$

$$y=2 \times 8^2=2 \times 64=128$$

(8, 128)

- ③ 平行四辺形 ABCD と四角形 ABCE の面積の比を求めなさい。

平行四辺形 ABCD の面積は  $4 \times 24=96$

四角形 ABCE の面積は  $4 \times 24 + 4 \times 96 \div 2=96+192=288$

$$96 : 288 = 1 : 3$$

1 : 3

68 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

DE

学びを身につけよう(4) 啓 P.118~119

hakken.の法則 

**例** Aくんはある坂でボールを転がした。ボールが、転がり始めてから  $x$  秒に進む道のりを  $y$  とすると、 $0 \leq x \leq 6$  のとき、 $y$  は  $x$  の2乗に比例し、2秒間に進んだ道のりは2mであった。次の問いに答えなさい。

(1)  $0 \leq x \leq 6$  のときの  $x$  と  $y$  の関係を式に表し、グラフをかきなさい。

[解き方] 2秒間に進んだ道のりは2mだから、  
求める式は、 $y=ax^2$  に、 $x=2, y=2$  を代入

$$2=4a \quad a=\frac{1}{2} \quad \text{[答]} \quad \underline{y=\frac{1}{2}x^2}$$

(2) ボールが転がってから6秒間に進んだ道のりを求めなさい。

[解き方]  $y=\frac{1}{2}x^2$  に  $x=6$  を代入すると、 $y=18$

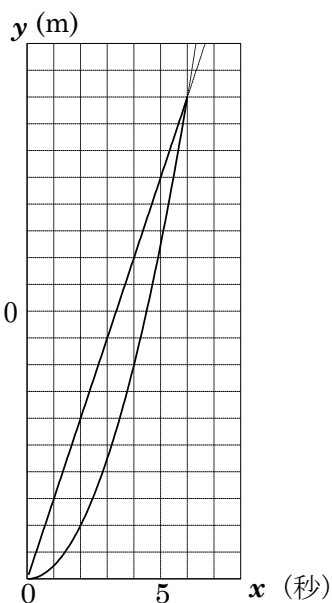
[答] 18m

(3) Aくんは、ボールが坂を転がり始めたと同時に、坂を下り始めた。Aくんの速さを秒速3mすると、Aくんが坂をおり始めてから何秒後にボールに追いつかれるか。また、それをグラフにかきなさい。

[解き方]  $y=ax$  より、Aくんの進む道のりは、 $y=3x$   $\begin{cases} y=3x \\ y=\frac{1}{2}x^2 \end{cases}$  の連立方程式を解くと

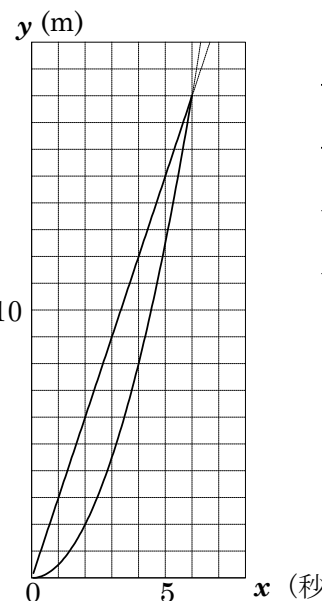
$$3x=\frac{1}{2}x^2 \quad x=6$$

[答] 6秒後





DE Aくんはある坂でボールを転がした。ボールが、転がり始めてから  $x$  秒間に進む道のりを  $y$  とすると、 $0 \leq x \leq 6$  のとき、 $y$  は  $x$  の 2 乗に比例し、2 秒間に進んだ道のりは 2m であった。次の問いに答えなさい。



- ①  $0 \leq x \leq 6$  のときの  $x$  と  $y$  の関係を式に表し、グラフをかきなさい。

2 秒間に進んだ道のりは 2m だから、  
求める式は、 $y=ax^2$  に、 $x=2, y=2$  を代入

$$2=4a \quad a=\frac{1}{2} \quad \underline{y=\frac{1}{2}x^2}$$

- ② ボールが転がってから 6 秒間に進んだ道のりを求めなさい。

$y=\frac{1}{2}x^2$  に  $x=6$  を代入すると、 $y=18$

18m

- ③ Aくんは、ボールが坂を転がり始めたと同時に、坂を下り始めた。Aくんの速さを秒速 3m すると、Aくんが坂をおり始めてから何秒後にボールに追いつかれるか。また、それをグラフにかきなさい。

$y=ax$  より、Aくんの進む道のりは、 $y=3x$   $\left\{ \begin{array}{l} y=3x \\ y=\frac{1}{2}x^2 \end{array} \right.$  の連立方程式を解くと

$3x=\frac{1}{2}x^2 \quad x=6$

6 秒後

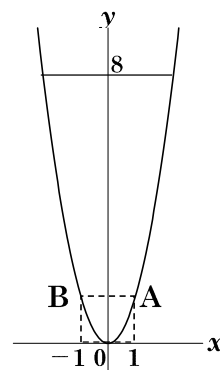
70 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

E

## 応用

hakken. の法則 例 右の図は  $y=2x^2$  のグラフである。次の問いに答えなさい。(1) 2点 A, B はグラフ上の点で線分 AB は  $x$  軸に平行である。点 A の  $x$  座標が 1 のとき点 B の座標を求めなさい。

[解き方]  $y=2x^2$  に、点 A の  $x$  座標  $x=1$  を代入、  $y=2$   
 A の座標は (1, 2)、B の  $y$  座標は A と同じだから  $y=2$   
 これを  $y=2x^2$  に代入、  $2=2x^2$ 、  $x=\pm 1$   
 $x=+1$  は点 A の  $x$  座標なので、点 B の座標は (-1, 2)

[答] (-1, 2)(2) グラフ上に、 $y$  座標が 8 の点が 2 つある。それぞれの座標を求めなさい。[解き方]  $y=2x^2$  に、 $y=8$  を代入

$$8=2x^2, x=\pm 2$$

よって求める座標は (-2, 8), (2, 8) [答] (-2, 8), (2, 8)

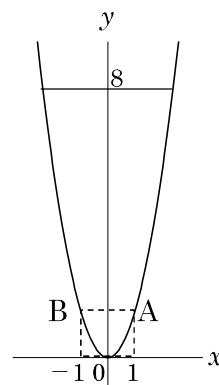
71

応用

E

右の図は  $y=2x^2$  のグラフである。次の問いに答えなさい。① 2点 A, B はグラフ上の点で線分 AB は  $x$  軸に平行である。点 A の  $x$  座標が 1 のとき点 B の座標を求めなさい。

$y=2x^2$  に、点 A の  $x$  座標  $x=1$  を代入、  $y=2$   
 A の座標は (1, 2)、B の  $y$  座標は A と同じだから  $y=2$   
 これを  $y=2x^2$  に代入、  $2=2x^2$ 、  $x=\pm 1$   
 $x=+1$  は点 A の  $x$  座標なので、点 B の座標は (-1, 2)

(-1, 2)② グラフ上に、 $y$  座標が 8 の点が 2 つある。それぞれの座標を求めなさい。 $y=2x^2$  に、 $y=8$  を代入

$$8=2x^2, x=\pm 2$$

よって求める座標は (-2, 8), (2, 8) (-2, 8), (2, 8)

72

応用

E 次のそれぞれについて、 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。

- ①  $y$  は  $x$  の 2 乗に比例し、そのグラフが関数  $y = -2x$  のグラフと  $x$  座標が 8 である点で交わる。

交わる点は  $(8, -16)$  であるから、 $-16 = a \times 8^2$

$$a = -\frac{16}{64}$$

$$a = -\frac{1}{4}$$

$$\underline{y = -\frac{1}{4}x^2}$$

- ②  $y$  は  $x$  の 2 乗に比例し、そのグラフが関数  $y = -\frac{2}{3}x^2$  のグラフと  $x$  軸について対称である。

$$\underline{y = \frac{2}{3}x^2}$$

73

応用

E

直線  $y = \frac{1}{2}x + 3$  のグラフ上に、点  $P$  をとり、 $PO = PA$  が成り立つように点  $A$  を  $x$  軸上にとります。 $\triangle POA$  の面積が 20 になるような点  $P$  の座標を求めなさい。ただし、点  $P$  の  $x$  座標の値は正とする。

点  $P$  の  $x$  座標を  $a$  とすると、 $P(a, \frac{1}{2}a + 3)$  となる

$$2a \times (\frac{1}{2}a + 3) \times \frac{1}{2} = 20$$

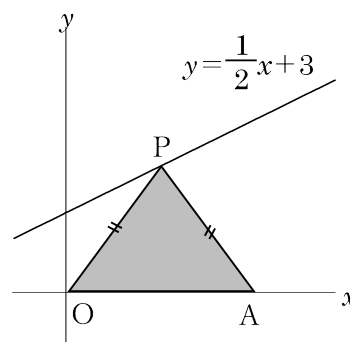
$$a^2 + 6a = 40$$

$$a^2 + 6a - 40 = 0$$

$$(a - 4)(a + 10) = 0$$

$$a = 4, -10$$

$P(a, \frac{1}{2}a + 3)$  に代入すると、 $P(4, 5)$  となる。



$$\underline{P(4, 5)}$$

74

啓林館 中3 4章 関数 $y=ax^2$ 

## 1節 関数とグラフ

教科書 目次		hakken.教材 QR コード
1 関数 $y=ax^2$	P. 92~93	QR 1~5
	P. 94	QR 6~13
2 関数 $y=ax^2$ のグラフ	P. 95~99	QR 14~16
	P. 100~101	QR 17~20

2節 関数 $y=ax^2$ の値の変化

教科書 目次		hakken.教材 QR コード
1 関数 $y=ax^2$ の値の増減と変域	P. 103~104	QR 21~22
	P. 105	QR 23~28
2 関数 $y=ax^2$ の変化の割合	P. 106~107	QR 29~33
	P. 108~109	QR 34~37
一次関数と関数	P. 109	QR 38~42

## 2節 いろいろな事象と関数

教科書 目次		hakken.教材 QR コード
1 関数 $y=ax^2$ の利用	P. 111	QR 43~44
	P. 112	QR 45~46
	図形の移動	P. 112~113
2 いろいろな関数	P. 114~115	QR 50~51
	章末問題	P. 116~117
学びを身につけよう	P. 118~119	QR 52~71
	応用	QR 72~74