

3-6 関数 $y=ax^2$ 啓林館

1 次の hakken の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

関数 $y=ax^2$ (1) 啓 P.92~93

hakken. の法則

★2乗に比例する関数… x, y の関係が、 $y=ax^2$ (a は定数)で表されるとき、 y は x の2乗に比例するという。このとき、 a を比例定数という。

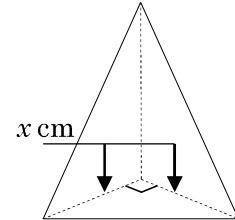
例 右のような底面が直角三角形で、高さが 6 cm の三角錐の体積を y cm³ とするとき、 y を x の式で表しなさい。また y が x の2乗に比例するかしないか答えなさい。

[解き方] 三角錐の体積 = $\frac{1}{3} \times \text{底面積} \times \text{高さ}$

$$y = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times x^2 \times 6$$

$$y = x^2$$

[答] $y = x^2$, y は x の2乗に比例する。



2

関数 $y=ax^2$ 啓 P.92~93

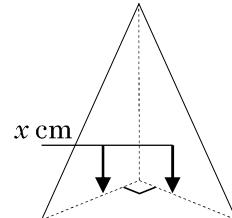
ABCDEF 右のような底面が直角三角形で、高さが 6 cm の三角錐の体積を y cm³ とするとき、 y を x の式で表しなさい。

三角錐の体積 = $\frac{1}{3} \times \text{底面積} \times \text{高さ}$

$$y = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times x^2 \times 6$$

$$y = x^2$$

$$\underline{\underline{y=x^2}}$$



3

次の hakken の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

関数 $y=ax^2$ (2) 啓 P.92~93

hakken. の法則

★関数 $y=ax^2$ では、 x の値を n 倍すると、 y の値は n^2 倍になる。

例 関数 $y=2x^2$ について、右の空らん⑦、①にあてはまる y の値を求めなさい。また、⑦、①にあてはまる数を求めなさい。

[解き方] ⑦ $y=2x^2$ に $x=2$ を代入すると $y=8$

① $y=2x^2$ に $x=4$ を代入すると $y=32$

⑦ x の値を n 倍すると、 y の値は n^2 倍になるから、4倍

① 9倍 [答] ⑦ 8 ① 32 ⑦ 4 ① 9

x	1	2	3	4
y	2	⑦	18	①

↑ ⑦倍 ↑ ①倍

↑ 2倍 ↑ 8倍

4

ABCDE

関数 $y=ax^2$ 啓 P.92~93

関数 $y=2x^2$ について、右の空らんⒶ, Ⓛにあてはまる y の値を求めなさい。また、Ⓑ, Ⓝにあてはまる数を求めなさい。

Ⓐ $y=2x^2$ に $x=2$ を代入すると $y=8$

Ⓑ $y=2x^2$ に $x=4$ を代入すると $y=32$

Ⓒ x の値を n 倍すると、 y の値は n^2 倍になるから、4 倍

Ⓓ 9 倍

x	1	2	3	4
y	2	(Ⓐ)	18	(Ⓓ)

Ⓐ 8 Ⓛ 32 Ⓜ 4 Ⓝ 9

5

ABCDE 次の問いに答えなさい。

① 半径 x cm 高さ 10cm の円柱の体積を y cm³ とするとき、 y を x の式で表しなさい。

$$\text{円柱の体積} = \pi r^2 \times \text{高さ}$$

$$y = x^2 \pi \times 10$$

$$y = 10 \pi x^2$$

$$y = 10 \pi x^2$$

② 半径が 2 倍、3 倍、4 倍…となると、体積はどうなりますか。

4 倍、9 倍、16 倍…となる

6

ABCDE

次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

関数 $y=ax^2$ の式を求める (1) 啓 P.94

hakken. の法則

例 y は x の 2 乗に比例し、 $x=2$ のとき $y=16$ である。 x と y の関係を式に表しなさい。

[解き方] 比例定数を a とすると、 $y=ax^2$

$$x=2 \text{ のとき } y=16 \text{ だから, } 16=a \times 2^2, a=4$$

[答] $y=4x^2$

関数 $y=ax^2$ の式を求める 啓 P.94

ABCDE

y は x の 2 乗に比例し、 $x=2$ のとき $y=16$ である。 x と y の関係を式に表しなさい。

比例定数を a とすると、 $y=ax^2$

$$x=2 \text{ のとき } y=16 \text{ だから, } 16=a \times 2^2, a=4$$

$$y=4x^2$$

8

ABCDE 次の間に答えなさい。

- ① y が x の 2 乗に比例し, $x=-3$ のとき
 $y=6$ である。 y を x の式で表しなさい

$$y = \frac{2}{3}x^2$$

関数 $y=ax^2$ の式を求める 啓 P.94

- ② y が x の 2 乗に比例し, $x=3$ のとき
 $y=-36$ である。 y を x の式で表しなさい

$$y = -4x^2$$

9

ABCDE

次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

関数 $y=ax^2$ の式を求める (2) 啓 P.94hakken. の法則 

- 例 y は x の 2 乗に比例し, $x=2$ のとき $y=16$ である。 $x=-2$ のときの y の値を求めなさい。

[解き方] $y=ax^2$ に $x=2$, $y=16$ を代入すると $16=4a$, $a=4$

次に $y=4x^2$ に $x=-2$ を代入すると, $y=4\times(-2)^2$ $y=16$ [答] $y=16$

10

ABCDE

関数 $y=ax^2$ の式を求める 啓 P.94 y は x の 2 乗に比例し, $x=2$ のとき $y=16$ である。 $x=-2$ のときの y の値を求めなさい。

$y=ax^2$ に $x=2$, $y=16$ を代入すると $16=4a$, $a=4$

次に $y=4x^2$ に $x=-2$ を代入すると, $y=4\times(-2)^2$ $y=16$

$$y = 16$$

11

関数 $y=ax^2$ の式を求める 啓 P.94ABCDE 関数 $y=ax^2$ について、 x , y の関係が下の表のようになるとき、次の間に答えなさい。

x	-3	...	0	...	Ⓐ	...	6
y	Ⓑ	...	Ⓐ	...	-2	...	-18

① この関数の式を求めなさい。

$$y=ax^2 \text{ に, } x=6, y=-18 \text{ を代入すると, } a=-\frac{1}{2}$$

$$\underline{y = -\frac{1}{2}x^2}$$

② 表のⒶ～Ⓑにあてはまる数を求めなさい。

$$\begin{array}{c} \text{Ⓐ} \quad -\frac{9}{2} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{Ⓑ} \quad 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{Ⓒ} \quad 2 \\ \hline \end{array}$$

関数 $y=ax^2$ の式を求める 啓 P.94

12

BCDE 半径 x cm 高さ 6cm の円錐の体積を y cm³ とする。円錐の体積が 48π cm³ のとき半径を求めなさい。

$$\text{円錐の体積} = \frac{1}{3}\pi r^2 \times \text{高さ}$$

$$\frac{1}{3}\pi x^2 \times 6 = 48\pi$$

$$2\pi x^2 = 48\pi \quad \text{両辺} \div 2\pi$$

$$x^2 = 24$$

$$x = \pm 2\sqrt{6} \quad \text{答えは正の数だから, } x = -2\sqrt{6} \text{ は不適切。}$$

したがって、答えは $x = 2\sqrt{6}$

$$\underline{2\sqrt{6} \text{ cm}}$$

13

E 右のグラフについて答えなさい。

① グラフの式を求めなさい。

右のグラフより、

$x=1, y=-3$ を $y=ax^2$ に代入、

よって、

$$\underline{y = -3x^2}$$

② $x=\frac{2}{3}$ のときの y の値を求めなさい。

$y = -3x^2$ に $x=\frac{2}{3}$ を代入

よって、 $y = -3 \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = -\frac{4}{3}$

$$\underline{y = -\frac{4}{3}}$$

③ $y=-12$ のときの x の値を求めなさい。

$y = -3x^2$ に $y=-12$ を代入すると、

$-12 = -3x^2$ よって、 $x = \pm 2$

$$\underline{x = \pm 2}$$

14

次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

$y=ax^2$ のグラフ (1) 啓 P.95~99

hakken. の 法則

★ $y=x^2$ のグラフ…右の図のように、なめらかな曲線になり、次のこと�이える。

★ y 軸を対称の軸として線対称である。

★原点を通り、 x 軸の上側にある。

★頂点は原点である。

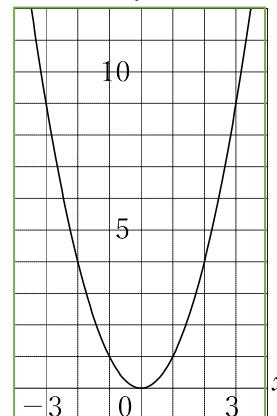
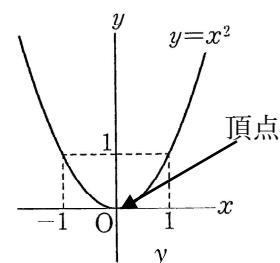
例 関数 $y=x^2$ について、下の表を完成しなさい。

また、グラフをかきなさい。

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	9	4	1	0	1	4	9	...

表より $(-3, 9), (-2, 4), (-1, 1), (0, 0), (1, 1)$,

$(2, 4), (3, 9)$ の点をグラフにとり、曲線でつなぐ。



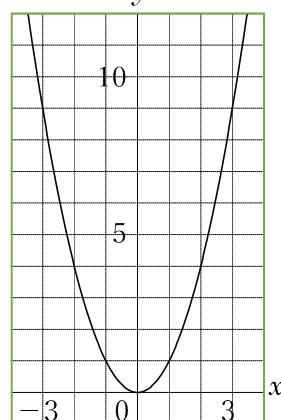
15

ABCDE

 $y=ax^2$ のグラフ 啓 P.95~99関数 $y=x^2$ について、下の表を完成しなさい。また、グラフをかきなさい。

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	9	4	1	0	1	4	9	...

表より $(-3, 9), (-2, 4), (-1, 1), (0, 0), (1, 1), (2, 4), (3, 9)$ の点をグラフにとり、曲線でつなぐ。



16

ABCDE

 $y=ax^2$ のグラフ 啓 P.95~99

次のグラフをかきなさい。

① $y=3x^2$

$(1, 3) \quad (-1, 3)$

$(2, 12) \quad (-2, 12)$ を通る

② $y=\frac{1}{3}x^2$

$(3, 3) \quad (-3, 3)$

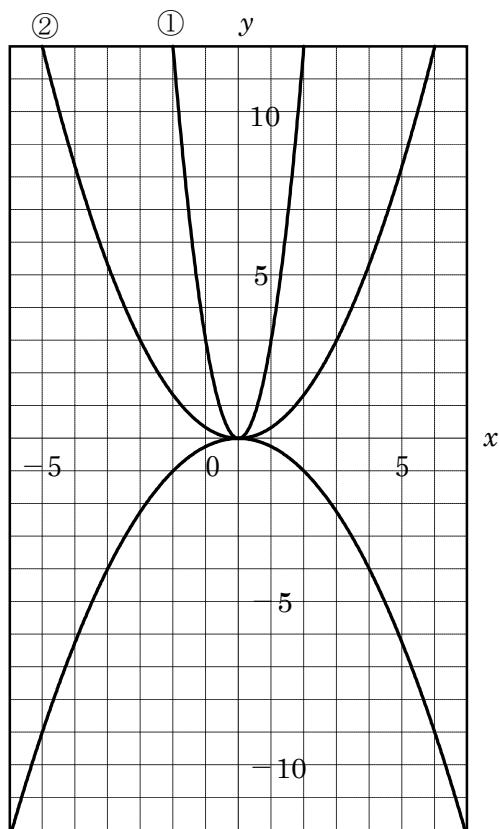
$(6, 12) \quad (-6, 12)$ を通る

③ $y=-\frac{1}{4}x^2$

$(2, -1) \quad (-2, -1)$

$(4, -4) \quad (-4, -4)$

$(6, -9) \quad (-6, -9)$ を通る



グラフの先に番号を必ず書くこと。

(3)

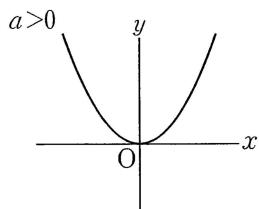
17 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

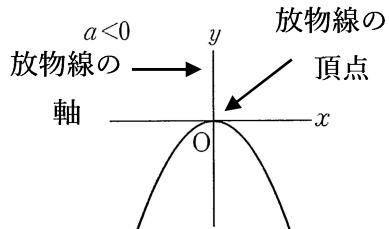
 $y=ax^2$ のグラフ (2)**hakken. の法則**

★ $y=ax^2$ のグラフ…① 原点を通り、 y 軸について対称な放物線になる。

② a の値によって次のようになる。



$a>0$ では上に開く



$a<0$ では下に開く

◎ a の絶対値が
大きくなるほど、
グラフの開き方は
小さい。

※ $y=3x^2$ のグラフと $y=-3x^2$ のグラフは x 軸について対称

 $y=ax^2$ のグラフ

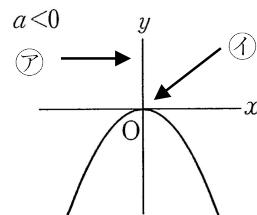
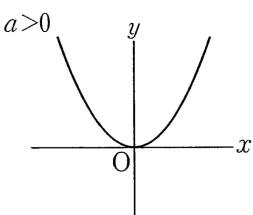
18

BCDE

空らんをうめなさい。

- $y=ax^2$ のグラフは、原点を通り、 y 軸について対称な (放物線) になる。
- 下の $y=ax^2$ のグラフで ⑦ を (放物線の軸),

①を (放物線の頂点) という。



- a の絶対値が大きくなるほど、グラフの開き方は (小さい) 。
- $y=ax^2$ のグラフは、 $a>0$ では (上) に開き、 $a<0$ では (下) に開く。
- $y=3x^2$ のグラフと $y=-3x^2$ のグラフは (x 軸) について対称である。

19

 $y=ax^2$ のグラフ 啓 P.100~101

CDE

次の⑦～⑩にあてはまる語句や文、式を書きなさい。

- x, y の関係が $y=ax^2$ と表されるとき、 y は（ ⑦ ）するという。また a を（ ① ）という。
- 関数 $y=ax^2$ のグラフは、（ ⑨ ）軸を対称の軸として線対称である。また、このグラフは（ ⑩ ）を通り、限りなくのびる曲線である。この曲線を（ ⑧ ）という。

⑦ x の 2 乗に比例① 比例定数⑨ y ⑩ 原点⑧ 放物線

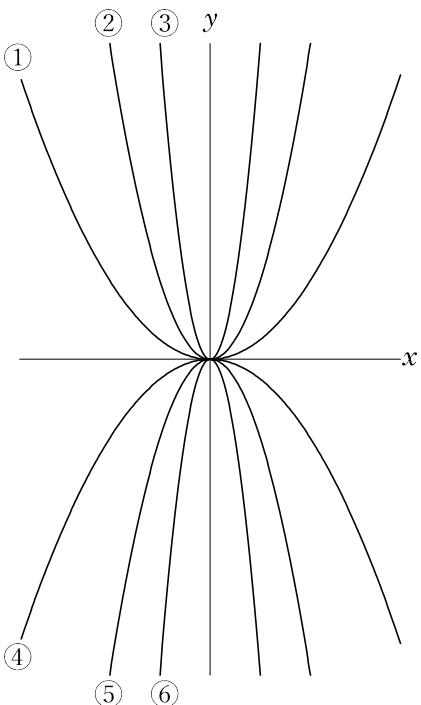
20

 $y=ax^2$ のグラフ 啓 P.100~101

DE 右の図は、6つの関数のグラフを、同じ座標軸を使ってかいたものである。①～⑥は、それぞれどの関数のグラフになっているか。記号で答えなさい。

- | | | |
|-------------|----------------------|-----------------------|
| ⑦ $y=x^2$ | ① $y=-x^2$ | ⑨ $y=4x^2$ |
| ⑩ $y=-4x^2$ | ⑧ $y=\frac{1}{4}x^2$ | ⑪ $y=-\frac{1}{4}x^2$ |

①～⑥のグラフは、比例定数の小さい順にかかれていることに注目する。

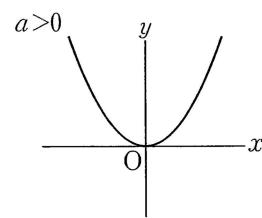
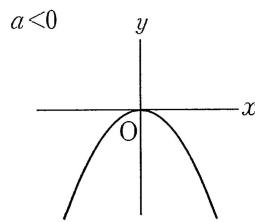
① ④② ⑦③ ⑨④ ⑩⑤ ⑪⑥ ⑫

21 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

関数 $y=ax^2$ の値の増減 啓 P.103~104

hakken. の法則

★関数 $y=ax^2$ のグラフは、 $a>0$ のとき $x\leq 0$ のとき、 x の値が増加するにつれて、 y の値は減少する。 $x\geq 0$ のとき、 x の値が増加するにつれて、 y の値は増加する。 $x=0$ のとき y の値は 0 で、最小になる。 x がどんな値をとっても、 $y\geq 0$ になる。★関数 $y=ax^2$ のグラフは、 $a<0$ のとき $x\leq 0$ のとき、 x の値が増加するにつれて、 y の値は増加する。 $x\geq 0$ のとき、 x の値が増加するにつれて、 y の値は減少する。 $x=0$ のとき、 y の値は 0 で、最大になる。 x がどんな値をとっても、 $y\leq 0$ になる。

22

BCDE

関数 $y=ax$ の値の増減 啓 P.103~104

空らんをうめなさい。

関数 $y=ax^2$ のグラフは、 $a>0$ のとき

- $x\leq 0$ のとき、 x の値が増加するにつれて、 y の値は (減少) する。
- $x\geq 0$ のとき、 x の値が増加するにつれて、 y の値は (増加) する。
- $x=0$ のとき、 y の値は 0 で、(最小) になる。
- x がどんな値をとっても、 y (\geq) 0 になる。

関数 $y=ax^2$ のグラフは、 $a<0$ のとき

- $x\leq 0$ のとき、 x の値が増加するにつれて、 y の値は (增加) する。
- $x\geq 0$ のとき、 x の値が増加するにつれて、 y の値は (減少) する。
- $x=0$ のとき、 y の値は 0 で、(最大) になる。
- x がどんな値をとっても、 y (\leq) 0 になる。

23 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

x* の変域に制限があるときの *y* の変域 啓 P.105*hakken. の法則**

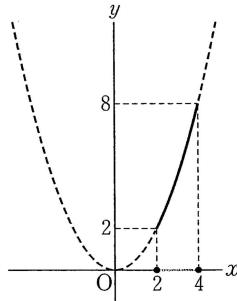
例 関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について、 x の変域が次の(1), (2)のときの y の変域を求めなさい。

(1) $2 \leq x \leq 4$

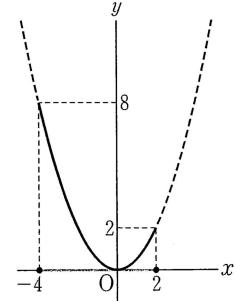
(2) $-4 \leq x \leq 2$

[解き方] それぞれの x の変域に対応するグラフは、下の図の放物線の実線になる。

y の値は、
 $2 \leq x \leq 4$ では
 2 から 8 まで
 増加する。



y の値は、
 $-4 \leq x \leq 0$ では
 8 から 0 まで
 減少し、
 $0 \leq x \leq 2$ では
 0 から 2 まで
 増加する。



[答] $2 \leq y \leq 8$

[答] $0 \leq y \leq 8$

(◎) (1)は x の変域に $x=0$ をふくまない場合、(2)は $x=0$ をふくむ場合である。違いに注意する。

24

ABCDE

***x* の変域に制限があるときの *y* の変域 啓 P.105**

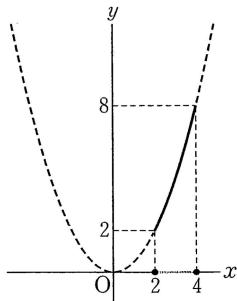
関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について、 x の変域が次の①, ②のときの y の変域を求めなさい。

① $2 \leq x \leq 4$

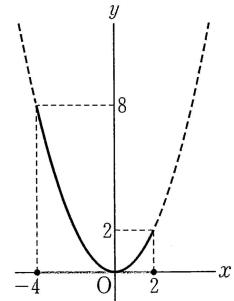
② $-4 \leq x \leq 2$

それぞれの x の変域に対応するグラフは、下の図の放物線の実線になる。

y の値は、
 $2 \leq x \leq 4$ では
 2 から 8 まで
 増加する。



y の値は、
 $-4 \leq x \leq 0$ では
 8 から 0 まで
 減少し、
 $0 \leq x \leq 2$ では
 0 から 2 まで
 増加する。



$2 \leq y \leq 8$

$0 \leq y \leq 8$

25

E 次の関数について、 x の変域が次の①, ②のときの y の変域をそれぞれ求めなさい。

$y = -\frac{1}{2}x^2$

① $1 \leq x < 4$

***x* の変域に制限があるときの *y* の変域 啓 P.105**

② $-3 < x \leq 1$

$-8 < y \leq -\frac{1}{2}$

$-\frac{9}{2} < y \leq 0$

26

 x の変域に制限があるときの y の変域 啓 P.105

ABCDE

次の関数について、 y の変域をそれぞれ求めなさい。

① $y = -2x^2 \quad (-2 \leq x \leq 1)$

x の変域が **0** をまたいでいるので、
求めるひとつの数字は **0** になる。
絶対値の大きい方、すなわち **-2** を
 x に代入して、 $y = -8$

② $y = -\frac{1}{4}x^2 \quad (-4 \leq x \leq -2)$

x の変域が **0** をまたいでいないので、
-4 と **-2** のどちらも代入する。
 x に **-4** を代入すると、 $y = -4$
 x に **-2** を代入すると、 $y = -1$

$-8 \leq y \leq 0$

$-4 \leq y \leq -1$

27

 x の変域に制限があるときの y の変域 啓 P.105E 次の関数のグラフをかき、 y の変域を求めなさい。

① $y = x^2 \quad (-3 \leq x \leq 2)$

(0) $\leqq y \leqq$ **(9)**

② $y = -x^2 \quad (-2 \leq x \leq 3)$

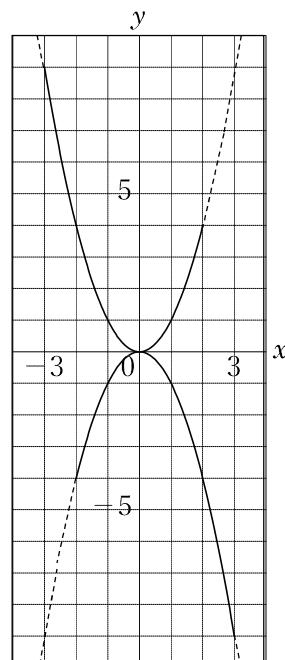
(-9) $\leqq y \leqq$ **(0)**

y の変域は、 y 軸（たて軸）の目盛りで最高値と
最低値を読めばよい。

原点を通り上に開くグラフでは、 y の最低値は必ず **0** になり、
下に開くグラフでは、 y の最高値は必ず **0** になる。

上に開くグラフ・・・ **0** $\leqq y \leqq \star$

下に開くグラフ・・・ **△** $\leqq y \leqq 0$



28

次の hakken の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

関数 $y=ax^2$ の変化の割合 啓 P.106~107

hakken の法則

例 関数 $y=2x^2$ について、 x の値が、次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

- (1) 1 から 3 まで (2) -4 から -2 まで

[解き方] 関数の変化の割合は、下記の式で計算する。

$$\text{変化の割合} = \frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$

(1) $x=1$ のとき、 $y=2 \times 1^2=2$

$x=3$ のとき、 $y=2 \times 3^2=18$

したがって、 x の増加量は、 $3-1=2$

y の増加量は、 $18-2=16$

だから、変化の割合は、 $\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}} = \frac{16}{2}=8$ [答] 8

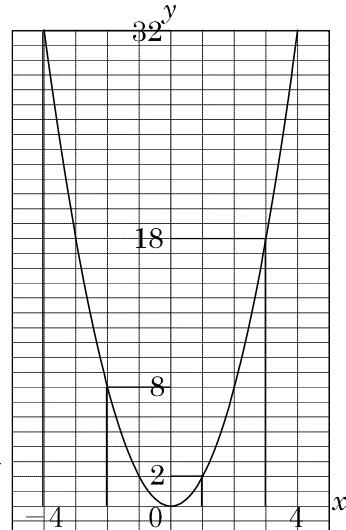
(2) (1)と同様に考えると、

$$\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}} = \frac{2 \times (-2)^2 - 2 \times (-4)^2}{-2 - (-4)} = \frac{-24}{2} = -12 \quad [\text{答}] -12$$

◎ 一次関数 $y=ax+b$ では、変化の割合は一定で、 x の係数 a に等しい。

◎ 関数 $y=ax^2$ において、 x が p から q まで増加するとき、

$$\text{変化の割合} = \frac{a q^2 - a p^2}{q-p} = \frac{a(q+p)(q-p)}{q-p} = a(p+q) \text{ となる。}$$



29

関数 $y=ax^2$ の変化の割合 啓 P.106~107

ABCDE

関数 $y=2x^2$ について、 x の値が、次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

- ① 1 から 3 まで

$x=1$ のとき、 $y=2 \times 1^2=2$

$x=3$ のとき、 $y=2 \times 3^2=18$

したがって、 x の増加量は、 $3-1=2$

y の増加量は、 $18-2=16$

だから、変化の割合は、 $\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}} = \frac{16}{2}=8$ _____ 8

- ② -4 から -2 まで

①と同様に考えると、

$$\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}} = \frac{2 \times (-2)^2 - 2 \times (-4)^2}{-2 - (-4)} = \frac{-24}{2} = -12$$

_____ -12

30

関数 $y=ax^2$ の変化の割合 啓 P.106~107

BCDE

関数 $y=3x^2$ について、 x の値が次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

① -1 から 2 まで

② -3 から 0 まで

$$\frac{3 \times 2^2 - 3 \times (-1)^2}{2 - (-1)} = \frac{12 - 3}{3} = 3$$

$$\frac{0 - 3 \times (-3)^2}{0 - (-3)} = \frac{0 - 27}{3} = -9$$

3-9

31

関数 $y=ax^2$ の変化の割合 啓 P.106~107

E

関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について、 x の値が 2 から 6 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

$$y \text{ の増加量} = \frac{1}{2} \times 6^2 - \frac{1}{2} \times 2^2 = 16$$

したがって、変化の割合 = $\frac{16}{6-2} = 4$ 別解 $2+6=8 \quad 8 \times \frac{1}{2}=4$ 4

32

次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

平均の速さ 啓 P.108~109

hakken. の法則 

★平均の速さ…ある道のりを進んだときの平均の速さは、変化の割合に等しい。

$$\text{平均の速さ} = \frac{\text{進んだ道のり}}{\text{かかった時間}} \Leftrightarrow \text{変化の割合} = \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$$

例 ある物を落とすとき、落ち始めてから x 秒後に y m 落ちるとすると、およそ $y=2x^2$ という関係があるという。落ち始めてから 3 秒後から 5 秒後までの平均の速さを求めなさい。

[解き方] 変化の割合を求めればいいから、変化の割合 = $\frac{2 \times 5^2 - 2 \times 3^2}{5-3} = \frac{50-18}{2} = \frac{32}{2} = 16$

[答] 秒速 16m

33

平均の速さ 啓 P.108~109

BCDE ある物を落とすとき、落ち始めてから x 秒後に y m 落ちるとすると、およそ $y=2x^2$ という関係があるという。落ち始めてから 3 秒後から 5 秒後までの平均の速さを求めなさい。

$$\text{変化の割合} = \frac{2 \times 5^2 - 2 \times 3^2}{5-3} = \frac{50-18}{2} = \frac{32}{2} = 16$$

秒速 16m

34

平均の速さ 啓 P.108~109

- CDE ボールが落下するとき、落下しはじめてからの時間を x 秒、その間に落下する距離を y m とすると、およそ $y=5x^2$ という関係がある。6秒後から8秒後までの平均の速さを求めなさい。

変化の割合を求めればよい。

$$\frac{5 \times 8^2 - 5 \times 6^2}{8 - 6} = 70 \text{ (m/秒)}$$

$$\text{別解 } 6+8=14 \quad 14 \times 5=70$$

秒速 70m

35

平均の速さ 啓 P.108~109

- E 物を落とすとき、落ち始めてから x 秒間に落ちる距離を ym とすると、およそ $y=5x^2$ という関係がある。このとき、次の問いに答えなさい。

- ① 物が落ち始めてから 4 秒間ではおよそ何 m 落ちますか。

$$y=5 \times 4^2$$

$$=5 \times 16$$

$$=80$$

80m

- ② 320m の高さから物を落とすとき、地面に着くまでにおよそ何秒間かかりますか。

$$320=5x^2$$

$$x^2=320 \div 5$$

$$x^2=64$$

$$x=\pm 8$$

8 秒間

- ③ 落下し始めてから 3 秒後までの平均の速さを求めなさい。

平均の速さ = 変化の割合 = $(0+3) \times 5 = 15$

$$\text{または } \frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}} = \frac{5 \times 3^2 - 0}{3 - 0} = 15$$

15m/秒

36

CDE

次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

一次関数と関数 $y=ax^2$ 啓 P.109

hakken. の 法則

		関数 $y=ax+b$	関数 $y=ax^2$
グラフの形		直線	放物線
y の 値	$a>0$ のとき	つねに 増加する	
	$a<0$ のとき	つねに 減少する	
変化の割合		一定で a に等しい。	一定ではない。

例 空らんをうめなさい。

- 関数 $y=ax+b$ は、傾きが（⑦），切片が（①）の直線であり，
関数 $y=ax^2$ は、（⑨）軸について対称な（②）線である。
- $a>0$ のとき、関数 $y=ax+b$ は、つねに（④）し，
関数 $y=ax^2$ は、 $x=0$ を境に（⑧）から（⑤）に変わる。
- $a<0$ のとき、関数 $y=ax+b$ は、つねに（⑥）し，
関数 $y=ax^2$ は、 $x=0$ を境に（⑨）から（②）に変わる。
- 変化の割合は、関数 $y=ax+b$ は、一定で（⑩）に等しく，
関数 $y=ax^2$ は、（⑪）。

- [答] ⑦ a ① b ⑨ y ② 放物
 ④ 増加 ⑧ 減少 ⑤ 増加 ⑥ 減少
 ⑩ 增加 ⑪ 減少 ⑪ a (傾き) ⑫ 一定ではない

37

一次関数と関数 $y=ax^2$ 啓 P.109

CDE 空らんをうめなさい。

- 関数 $y=ax+b$ は、傾きが（⑦），切片が（①）の直線であり，
関数 $y=ax^2$ は、（⑨）軸について対称な（⑤）線である。
- $a>0$ のとき、関数 $y=ax+b$ は、つねに（⑧）し，
関数 $y=ax^2$ は、 $x=0$ を境に（⑩）から（⑪）に変わる。
- $a<0$ のとき、関数 $y=ax+b$ は、つねに（⑫）し，
関数 $y=ax^2$ は、 $x=0$ を境に（⑬）から（⑭）に変わる。
- 変化の割合は、関数 $y=ax+b$ は、一定で（⑮）に等しく，
関数 $y=ax^2$ は、（⑯）。

⑦ **a**① **b**⑨ **y**⑤ **放物**⑩ **増加**⑪ **減少**⑫ **増加**⑬ **減少**⑭ **増加**⑯ **減少**⑮ **a(傾き)**⑯ **一定ではない**

38

一次関数と関数 $y=ax^2$ 啓 P.109

E 次の⑦～⑯の関数について、下の問い合わせに記号で答えなさい。

⑦ $y=2x+5$ ① $y=-4x+3$ ⑨ $y=3x^2$ ⑪ $y=-2x^2$

① x が増加するとき、 y がつねに減少する関数はどれか。⑪② $x \leq 0$ の範囲で、 x が増加するときに y も増加する関数はどれか。⑦, ⑨

39

一次関数と関数 $y=ax^2$ 啓 P.109

E 次のⒶ～Ⓑの中から、下の①～③にあてはまるものをすべて選びなさい。

Ⓐ $y=2x$

① $y=-2x-1$

Ⓑ $y=-\frac{2}{x}$

Ⓑ $y=2x-1$

Ⓑ $y=2x^2$

Ⓑ $y=-2x^2$

① グラフが原点を通る

Ⓐ, Ⓑ, Ⓒ② y の値が負にならないⒷ③ $y=0$ が最大値になるⒸ

40

一次関数と関数 $y=ax^2$ 啓 P.109

E 次の①～③について、下線部が正しければ○を、正しくなければ正しい答えに直して解答らんに記入しなさい。

① $y=ax^2$ のグラフは、 $y=-ax^2$ のグラフと y 軸について対称である。 x 軸② $y=ax^2$ のグラフについて、 a の値の絶対値が大きいほど、グラフの開き方は大きい。小さい③ $y=ax^2(a<0)$ のグラフについて、 x の値が増加するとき、 $x<0$ の範囲では、 y の値は減少する。増加

41 次の hakken の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

関数 $y=ax^2$ の利用 啓 P.111

hakken の法則

★せいどうきより 制動距離…自動車のブレーキがききはじめてから停止するまでの距離を、制動距離といふ。制動距離は、自動車の速さの2乗に比例する。 $y=ax^2$

例 自動車の速さが時速 x km のとき、制動距離を y m とする。 $x=30$, $y=5$ となるとき次の問い合わせに答えなさい。

(1) y を x の式で表しなさい。

[解き方] $y=ax^2$ に、 $x=30$, $y=5$ を代入すると、 $5=a \times 30^2$

$$5=900a$$

$$a=\frac{1}{180}$$

よって、求める式は $y=\frac{1}{180}x^2$

[答] $y=\frac{1}{180}x^2$

(2) 時速 60 km のときの制動距離を求めなさい。

[解き方] $y=\frac{1}{180}x^2$ に $x=60$ を代入する。

$$y=\frac{1}{180} \times 60 \times 60 = 20$$

[答] 20m

(3) この自動車の制動距離が 45 m のとき、速さを求めなさい。

[解き方] $y=\frac{1}{180}x^2$ に $y=45$ を代入する。 $45=\frac{1}{180}x^2$

$$8100=x^2$$

$$x=\pm 90$$

$x \geq 0$ だから $x=90$

[答] 時速 90km

42

関数 $y=ax^2$ の利用 啓 P.111

BCDE 自動車の速さが時速 x km のとき、制動距離を y m とする。 $x=30$, $y=5$ となるとき、次の問いに答えなさい。

- ① y を x の式で表しなさい。

$$y=ax^2 \text{ に, } x=30, y=5 \text{ を代入すると, } 5=a \times 30^2$$

$$5=900a$$

$$a=\frac{1}{180}$$

$$\text{よって, 求める式は } y=\frac{1}{180}x^2$$

$$y=\frac{1}{180}x^2$$

- ② 時速 60 km のときの制動距離を求めなさい。

$$y=\frac{1}{180}x^2 \text{ に } x=60 \text{ を代入する。}$$

$$y=\frac{1}{180} \times 60 \times 60 = 20$$

$$20\text{m}$$

- ③ この自動車の制動距離が 45 m のとき、速さを求めなさい。

$$y=\frac{1}{180}x^2 \text{ に } y=45 \text{ を代入する。 } 45=\frac{1}{180}x^2$$

$$8100=x^2$$

$$x=\pm 90$$

$$x \geq 0 \text{ だから } x=90$$

$$\underline{\text{時速 } 90\text{km}}$$

43 次の hakken の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

ふりこの長さと周期 啓 P.112

hakken. の 法則

★ふりこの長さと周期…ふりこが 1 往復するのにかかる時間は、おもりの重さやふれ幅に関係なく一定で、それを周期という。ふりこの長さは、周期の 2 乗に比例する。 $y=ax^2$

例 周期が x 秒のふりこの長さを y m とすると、およそ $y=\frac{1}{4}x^2$

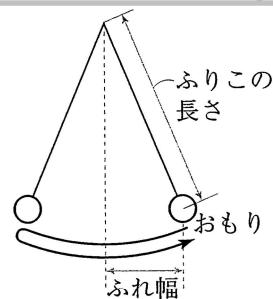
という関係がある。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 周期が 2 秒であるふりこを作るには、ふりこの長さを何 m にすればよいか求めなさい。

[解き方] $y=\frac{1}{4}x^2$ に、 $x=2$ を代入すると、 $y=1$ よって、[答] 1m

- (2) 長さが 9m であるふりこの周期は何秒になるか求めなさい。

[解き方] $y=\frac{1}{4}x^2$ に、 $y=9$ を代入すると、 $x=\pm 6$ よって、[答] 6 秒



44

BCDE

ふりこの長さと周期 啓 P.112

周期が x 秒のふりこの長さを y m とすると、およそ $y=\frac{1}{4}x^2$ という関係がある。このとき、

次の問いに答えなさい。

- ① 周期が 2 秒であるふりこを作るには、ふりこの長さを何 m にすればよいか求めなさい。

$y=\frac{1}{4}x^2$ に、 $x=2$ を代入すると、 $y=1$ よって、1m

- ② 長さが 9m であるふりこの周期は何秒になるか求めなさい。

$y=\frac{1}{4}x^2$ に、 $y=9$ を代入すると、 $x=\pm 6$ よって、6 秒

45 次の hakken の法則を読んで内容を覚えなさい。

CDE

图形の移動 啓 P.112~113

hakken の法則

例 図 I のように、正方形 ABCD と直角二等辺三角形 EFG が直線 ℓ 上にある。

正方形はそのままで、直角二等辺三角形を矢印の方向に、毎秒 2cm の速さで頂点 G が C に重なるまで移動する。

直角二等辺三角形 EFG が動き始めてから x 秒後に、重なっている部分の面積を $y \text{ cm}^2$ とするとき、次の問い合わせに答えなさい。

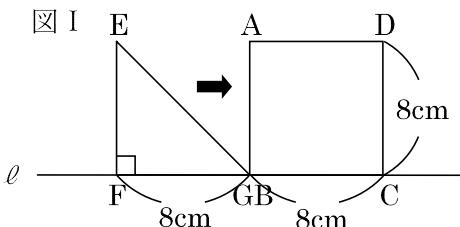


図 I

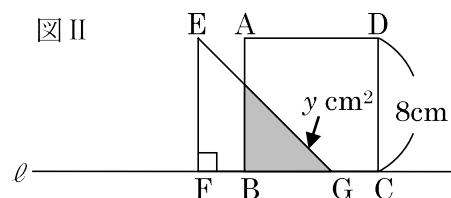


図 II

(1) x と y の関係を式で表しなさい。

[解き方] 重なってできる図形は、直角二等辺三角形

$$x \text{ の変域は } 0 \leq x \leq 4 \text{ よって, } y = 2x \times 2x \times \frac{1}{2}$$

[答] $y = 2x^2 \quad (0 \leq x \leq 4)$

(2) グラフをかきなさい。

グラフに表すと、右のようになる。

(3) 重なっている部分の面積が直角二等辺三角形 EFG

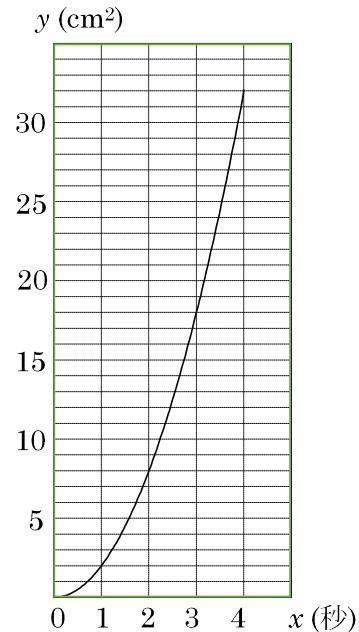
の $\frac{1}{4}$ になるのは何秒後か答えなさい。

直角二等辺三角形 EFG の面積の $\frac{1}{4}$ は、

$$8 \times 8 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = 8 \text{ だから, } 8 = 2x^2$$

$$4 = x^2$$

$$x = \pm 2 \quad \text{答えは正の数だから, } x = 2 \quad \text{[答] 2秒後}$$



46

CDE

図形の移動 啓 P.112~113

図 I のように、正方形 ABCD と直角二等辺三角形 EFG が直線 ℓ 上にある。正方形はそのまままで、直角二等辺三角形を矢印の方向に、毎秒 2cm の速さで頂点 G が C に重なるまで移動する。直角二等辺三角形 EFG が動き始めてから x 秒後に、重なっている部分の面積を y cm² とするとき、次の問いに答えなさい。

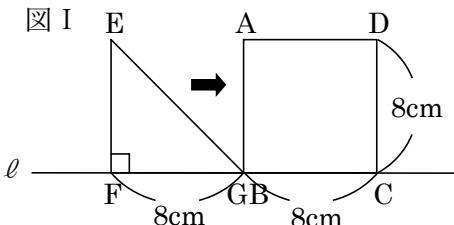
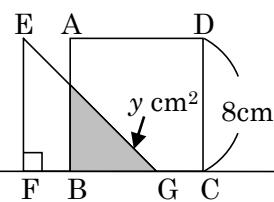


図 II



- ① x と y の関係を式で表しなさい。

重なってできる図形は、直角二等辺三角形

$$x \text{ の変域は } 0 \leq x \leq 4 \text{ よって, } y = 2x \times 2x \times \frac{1}{2}$$

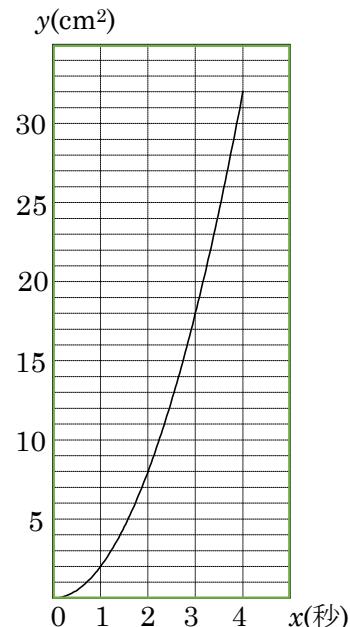
$$\underline{y = 2x^2 \quad (0 \leq x \leq 4)}$$

- ② グラフをかきなさい。

グラフに表すと、右のようになる。

- ③ 重なっている部分の面積が直角二等辺三角形 EFG

の $\frac{1}{4}$ になるのは何秒後か答えなさい。



直角二等辺三角形 EFG の面積の $\frac{1}{4}$ は、

$$8 \times 8 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = 8 \text{ だから, } 8 = 2x^2$$

$$4 = x^2$$

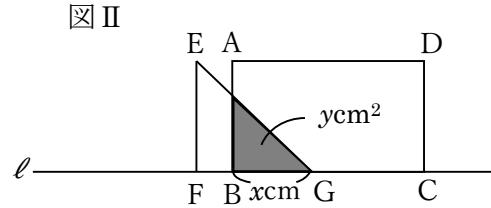
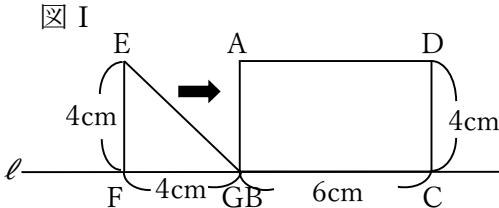
$$x = \pm 2 \quad \text{答えは正の数だから, } x = 2$$

2 秒後

47

図形の移動 啓 P.112~113

- E 次の図 I のように、長方形 ABCD と直角二等辺三角形 EFG が直線 ℓ 上にある。長方形はそのまままで、直角二等辺三角形を矢印の方向に、頂点 G が C に重なるまで移動させる。図 II のように、線分 BG の長さを x cm, 重なってできる部分の面積を y cm² とするとき、次の間に答えなさい。



① 次の場合について、 y を x の式で表しなさい。

(1) $0 \leq x \leq 4$

重なる部分は直角二等辺三角形になるので、

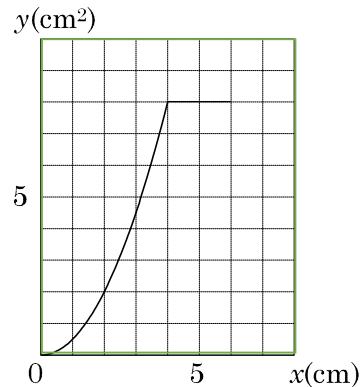
$$y = x \times x \times \frac{1}{2} \quad \text{よって,} \quad \underline{\underline{y = \frac{1}{2}x^2}}$$

(2) $4 \leq x \leq 6$

重なる部分は、面積が 8 cm² の直角二等辺三角形のまま変わらないので、

$$\underline{\underline{y = 8}}$$

② グラフに表しなさい。



48 次の hakken の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

いろいろな関数 啓 P.114~115

hakken. の 法則

- 例 ある鉄道会社では、乗車距離と運賃の関係を 20 km の範囲までは、下の表のように定めている。乗車距離が x km のときの運賃を y 円とするとき、次の問いに答えなさい。

乗車距離	4km まで	8km まで	12km まで	16km まで	20km まで
運 賃	140 円	170 円	210 円	240 円	270 円

- (1) $x=10$ のときの運賃を求めなさい。

[解き方] 表より、 $8 < x \leq 12$ のとき、 $y=210$

[答] 210 円

- (2) $y=240$ となる x の変域を求めなさい。

[解き方] 表より、 $12 < x \leq 16$

- (3) x と y の関係をグラフに表しなさい。

[解き方] 表より、 $0 < x \leq 4$ のとき $y=140$

$4 < x \leq 8$ のとき $y=170$

$8 < x \leq 12$ のとき $y=210$

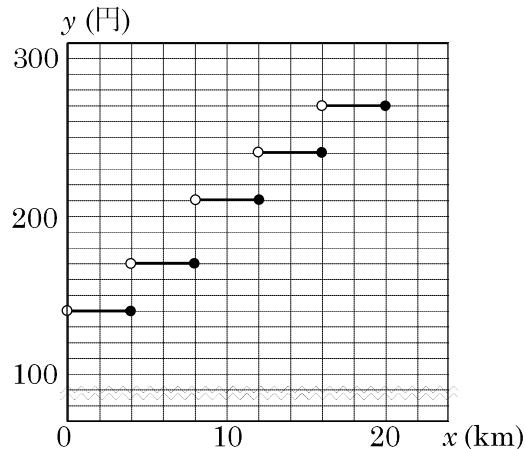
$12 < x \leq 16$ のとき $y=240$

$16 < x \leq 20$ のとき $y=270$

となり、グラフに表すと右のようになる。

※グラフの○印はその数を含まない。例 $0 < x$, $4 < x$

グラフの●印はその数を含む。 例 $x \leq 4$, $x \leq 8$



49

いろいろな関数 啓 P.114~115

- BCDE ある鉄道会社では、乗車距離と運賃の関係を 20 km の範囲までは、下の表のように定めている。
乗車距離が x km のときの運賃を y 円とするとき、次の問いに答えなさい。

乗車距離	4km まで	8km まで	12km まで	16km まで	20km まで
運 賃	140 円	170 円	210 円	240 円	270 円

- ① $x=10$ のときの運賃を求めなさい。

表より、

$$8 < x \leq 12 \text{ のとき, } y = 210$$

210 円

- ② $y=240$ となる x の変域を求めなさい。

表より、

12 < x ≤ 16

- ③ x と y の関係をグラフに表しなさい。

表より、 $0 < x \leq 4$ のとき $y = 140$

$4 < x \leq 8$ のとき $y = 170$

$8 < x \leq 12$ のとき $y = 210$

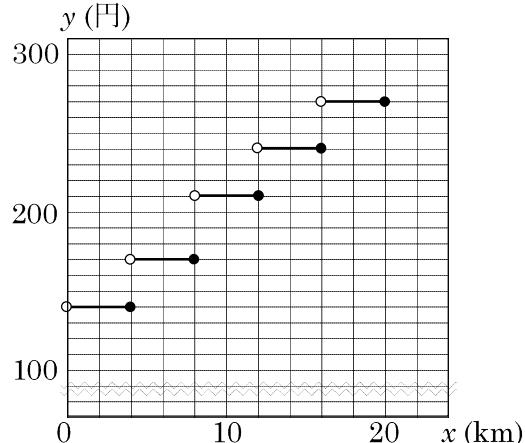
$12 < x \leq 16$ のとき $y = 240$

$16 < x \leq 20$ のとき $y = 270$

となり、グラフに表すと右のようになる。

グラフの○印はその数を含まない。

●印はその数を含む。



50 次の hakken の法則を読んで内容を覚えなさい。

DE

学びを身につけよう (1) 啓 P.118~119

hakken の法則 

例 関数 $y=ax^2$ について、 x の値が -3 から 6 まで増加するときの変化の割合が -15 であるとき、 a の値を求めなさい。

[解き方] 変化の割合 = $\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$ (増加量 = 変化後の値 - 変化前の値) より

$$\frac{6^2a - (-3)^2a}{6 - (-3)} = -15$$

$$\frac{36a - 9a}{9} = -15$$

$$\frac{27a}{9} = -15$$

$$3a = -15$$

$$\frac{3a}{3} = -\frac{15}{3}$$

$$a = -5$$

[答] $a = -5$

学びを身につけよう 啓 P.118~119

51

DE 関数 $y=ax^2$ について、 x の値が -3 から 6 まで増加するときの変化の割合が -15 であるとき、 a の値を求めなさい。

変化の割合 = $\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$ (増加量 = 変化後の値 - 変化前の値) より

$$\frac{6^2a - (-3)^2a}{6 - (-3)} = -15$$

$$\frac{36a - 9a}{9} = -15$$

$$\frac{27a}{9} = -15$$

$$3a = -15$$

$$\frac{3a}{3} = -\frac{15}{3}$$

$$a = -5$$

 $a = -5$

52 次の hakken の法則を読んで内容を覚えなさい。

DE

学びを身につけよう（2）答 P.118~119**hakken.** の法則 

例 関数 $y=ax^2$ について、 x の変域が $2 \leq x \leq 4$ 、 y の変域が $2 \leq y \leq 8$ のとき、 a の値を求めなさい。

[解き方] y の値が負にならないから $a > 0$ になる。 $x=2, 4$ のうち

原点から遠いほうの $x=4$ で y は最大となる。

よって、 $x=4$ のとき $y=8$

$y=ax^2$ に $x=4, y=8$ を代入すると

$$8=a \times 4^2 \quad a=\frac{1}{2}$$

[答] $a=\frac{1}{2}$

学びを身につけよう 答 P.118~119

53

DE 関数 $y=ax^2$ について、 x の変域が $2 \leq x \leq 4$ 、 y の変域が $2 \leq y \leq 8$ のとき、 a の値を求めなさい。

y の値が負にならないから $a > 0$ になる。 $x=2, 4$ のうち

原点から遠いほうの $x=4$ で y は最大となる。

よって、 $x=4$ のとき $y=8$

$y=ax^2$ に $x=4, y=8$ を代入すると

$$8=a \times 4^2 \quad a=\frac{1}{2}$$

$a=\frac{1}{2}$

54

学びを身につけよう 啓 P.118~119

E $y=2x^2$ について、 x の変域が $a \leq x \leq 2a+3$ のとき、 y の変域は $0 \leq y \leq 8$ となった。このとき、定数 a の値を求めなさい。

$$y=8 \text{ のとき } x=a, 2a+3$$

$$(a, 8) \text{ のとき}$$

$$8=2a^2$$

$$4=a^2$$

$$a^2=4$$

$$a=\pm 2$$

$$(2a+3, 8) \text{ のとき}$$

$$8=2(2a+3)^2$$

$$8=2(4a^2+12a+9)$$

$$8=8a^2+24a+18$$

$$8a^2+24a+10=0$$

$$2 \leq x \leq 7, -2 \leq x \leq -1 \text{ となるため}$$

$$\text{解の公式より } a=-\frac{1}{2}, -\frac{5}{2}$$

y の最小値が 0 であることから

$$-\frac{1}{2} \leq x \leq 2, -\frac{5}{2} \leq x \leq -2 \text{ となるため}$$

$a=\pm 2$ は不適当

y の最小値が 0 であることから

$$a=-\frac{5}{2} \text{ は不適当}$$

$$\text{よって } a=-\frac{1}{2}$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

学びを身につけよう 啓 P.118~119

55

DE 関数 $y=x^2$ で、 x の値が a から $a+2$ まで増加するときの変化の割合は、 $y=4x+1$ と同じになる。このとき、 a の値を求めなさい。

$y=4x+1$ と変化の割合が同じになるから

$$\frac{(a+2)^2-a^2}{(a+2)-a}=4 \text{ が成り立つから,}$$

$$\frac{4a+4}{2}=4$$

$$2a+2=4$$

$$2a=4-2$$

$$2a=2$$

$$a=1$$

$$a=1$$

56

学びを身につけよう 啓 P.118~119

DE 次のときの x と y の関係を式に表しなさい。

- ① y が x の 2 乗に比例し、比例定数が -2 のとき、 y を x の式で表しなさい。

$$\underline{y = -2x^2}$$

- ② 関数 $y=ax^2$ で、 x の値が -2 から 6 まで増加するときの変化の割合が 2 である。

$$(-2+6) \times a = 2$$

$$4a = 2$$

$$a = \frac{1}{2} \quad \text{または, } \frac{36a - 4a}{6 - (-2)} = 2$$

$$4a = 2$$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$\underline{y = \frac{1}{2}x^2}$$

57

学びを身につけよう 啓 P.118~119

E x の変域が $-2 \leq x \leq 1$ のときの y の変域をそれぞれ求めなさい。

- Ⓐ $y = -2x - 1$ Ⓑ $y = 3x + 1$ Ⓒ $y = 2x^2$ Ⓓ $y = -x^2$

Ⓐ $x = -2$ のとき $y = -2 \times (-2) - 1$ $y = 3$

$x = 1$ のとき $y = -2 \times 1 - 1$ $y = -3$ よって y の変域は $-3 \leq y \leq 3$

Ⓑ $x = -2$ のとき $y = 3 \times (-2) + 1$ $y = -5$

$x = 1$ のとき $y = 3 \times 1 + 1$ $y = 4$ よって y の変域は $-5 \leq y \leq 4$

Ⓒ, Ⓛは x の変域が 0 をまたいでいるので、求めるひとつの値は 0 になる。

絶対値の大きい方を x に代入する。

Ⓓ $y = 2 \times (-2)^2$ $y = 8$ よって y の変域は $0 \leq y \leq 8$

Ⓔ $y = -(-2)^2$ $y = -4$ よって y の変域は $-4 \leq y \leq 0$

Ⓐ $\underline{-3 \leq y \leq 3}$

Ⓑ $\underline{-5 \leq y \leq 4}$

Ⓒ $\underline{0 \leq y \leq 8}$

Ⓓ $\underline{-4 \leq y \leq 0}$

58

学びを身につけよう 啓 P.118~119

E x の値が 1 から 3 まで増加するとき変化の割合をそれぞれ求めなさい。

Ⓐ $y = -2x - 1$ Ⓑ $y = 3x + 1$ Ⓒ $y = 2x^2$ Ⓓ $y = -x^2$

Ⓐ, Ⓑ $y = ax + b$ において、変化の割合 = a だから

Ⓐ 変化の割合 = -2

Ⓑ 変化の割合 = 3

Ⓐ, Ⓓ 変化の割合 = $\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ (増加量 = 変化後の値 - 変化前の値) より

Ⓐ 変化の割合 = $\frac{18 - 2}{3 - 1} = \frac{16}{2} = 8$

Ⓑ 変化の割合 = $\frac{-9 - (-1)}{3 - 1} = \frac{-8}{2} = -4$

Ⓐ -2

Ⓑ 3

Ⓒ 8

Ⓓ -4

59

次の hakken の法則を読んで内容を覚えなさい。

DE

学びを身につけよう (3) P.118~119

hakken の法則

例 右の図のように、関数 $y=x^2$ のグラフ上に、2点 A, B がある。

A, B の x 座標を、それぞれ -2, 3 とするとき、次の問いに答えなさい。

(1) 2点 A, B の座標を求めなさい。

[解き方] $x=-2, x=3$ を $y=x^2$ に代入する。

$$\text{A 座標 } x=-2 \text{ のとき } y=(-2)^2=4$$

$$\text{B 座標 } x=3 \text{ のとき } y=3^2=9$$

[答] A(-2, 4), B(3, 9)

(2) 2点 A, B を通る直線の式を求めなさい。

[解き方] 直線 AB の式を、 $y=mx+n$ とおくと、点 A, B を通るから

$$\begin{cases} 4 = -2m + n & \cdots ① \\ 9 = 3m + n & \cdots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{rcl} ① - ② & & 4 = -2m + n \\ -) & 9 = 3m + n & \\ -5 = -5m & & \\ m = 1 & & \end{array}$$

$$m=1 \text{ を } ① \text{ に代入 } 4 = -2 + n, -n = -2 - 4, -n = -6, n = 6$$

$$m=1, n=6 \text{ を } y=mx+n \text{ に代入すると } y=x+6 \quad [\text{答}] \quad y=x+6$$

(3) $\triangle OAB$ の面積を求めなさい。

[解き方] 直線 AB と y 軸の交点を C とすると、

(2) より、C(0, 6)

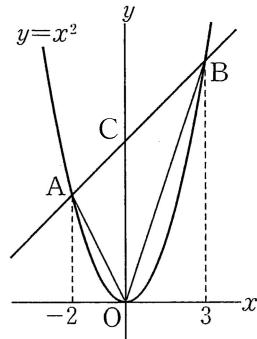
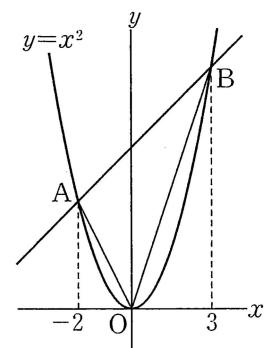
よって、 $\triangle OAB = \triangle OAC + \triangle OBC$

$\triangle OAC$ と $\triangle OBC$ の底辺を $OC=6$ とする、

$\triangle OAC$ の高さは点 A の x 座標の絶対値 = 2

$\triangle OBC$ の高さは点 B の x 座標の絶対値 = 3

$$\triangle OAB = \frac{1}{2} \times 6 \times 2 + \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 15 \quad [\text{答}] \quad 15$$



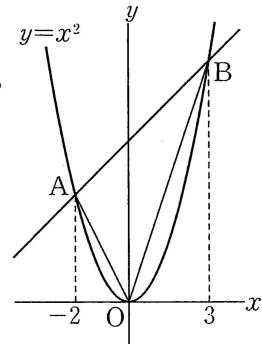
60

学びを身につけよう 啓 P.118~119

DE 右の図のように、関数 $y=x^2$ のグラフ上に、2点A, Bがある。

A, Bのx座標を、それぞれ-2, 3とするとき、次の問い合わせに答えなさい。

① 2点A, Bの座標を求めなさい。

 $x=-2, x=3$ を $y=x^2$ に代入する。A座標 $x=-2$ のとき $y=(-2)^2=4$ B座標 $x=3$ のとき $y=3^2=9$ 

A (-2, 4) B (3, 9)

② 2点A, Bを通る直線の式を求めなさい。

直線ABの式を、 $y=mx+n$ とおくと、点A, Bを通るから

$$\begin{cases} 4 = -2m + n & \cdots ① \\ 9 = 3m + n & \cdots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{rcl} ① - ② & & 4 = -2m + n \\ & -) & 9 = 3m + n \\ & & -5 = -5m \\ & & m = 1 \end{array}$$

 $m=1$ を①に代入 $4 = -2 + n, -n = -2 - 4, -n = -6, n = 6$ $m=1, n=6$ を $y=mx+n$ に代入すると $y=x+6$

$y=x+6$

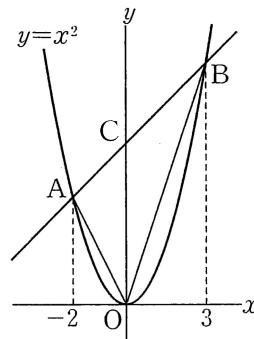
③ $\triangle OAB$ の面積を求めなさい。

直線ABとy軸の交点をCとすると、

②より、C(0, 6)

よって、 $\triangle OAB = \triangle OAC + \triangle OBC$ $\triangle OAC$ と $\triangle OBC$ の底辺を $OC=6$ とする、 $\triangle OAC$ の高さは点Aのx座標の絶対値=2 $\triangle OBC$ の高さは点Bのx座標の絶対値=3

$$\triangle OAB = \frac{1}{2} \times 6 \times 2 + \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 15$$

15

61

学びを身につけよう 啓 P.118~119

E

右の図のように、関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフ上に、3点P, Q, Rがある。

P, Q, Rのx座標は、それぞれ-3, 0, 6とするとき、次の問いに答えなさい。

① 点Pの座標を求めなさい。

グラフより $x=6$

これを $y=\frac{1}{3}x^2$ に代入

$$y=12$$

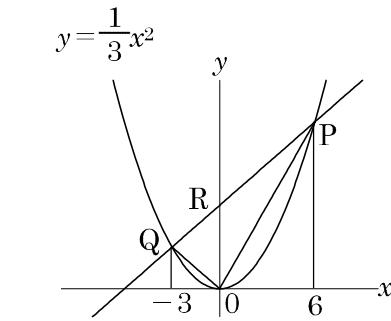
$$(6, 12)$$

② 直線PQの式を求めなさい。

Qの座標を求めると、Q(-3, 3)

$y=ax+b$ に(6, 12), (-3, 3)を代入し、連立方程式を解くと、 $a=1$, $b=6$

よって、



$$y=x+6$$

③ 点Rの座標を求めなさい。

$y=x+6$ の切片だから

$$(0, 6)$$

④ $\triangle PQO$ の面積を求めなさい

$$\triangle PQO = \triangle RQO + \triangle PRO$$

$$\triangle RQO = 6 \times 3 \times \frac{1}{2} = 9$$

$$\triangle PRO = 6 \times 6 \times \frac{1}{2} = 18$$

$$\triangle PQO = 9 + 18 = 27$$

27

62

学びを身につけよう 啓 P.118~119

E

右の図のように、関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に、点 $P(x, y)$,

点 $A(-3, 0)$, 点 $B(5, 0)$ がある。次の問い合わせに答えなさい。

① $\triangle PAB$ の面積を S とするとき、 S を x の式で表しなさい。

$$S = \frac{1}{2} \times AB \times y$$

$$= \frac{1}{2} \times (3+5) \times \frac{1}{2}x^2$$

$$= 2x^2$$

$$\underline{\underline{S = 2x^2}}$$

② $\triangle PAB$ の面積が 50 のとき P の座標を求めなさい。

$$S = 2x^2 = 50$$

$$2x^2 = 50$$

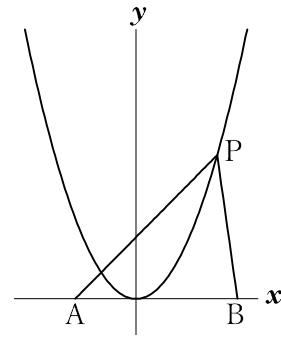
$$x^2 = 25$$

$$x = \pm 5$$

$x = \pm 5$ これを $y = \frac{1}{2}x^2$ に代入

$$y = \frac{1}{2}x^2 = \frac{25}{2}$$

$$\underline{\underline{(5, \frac{25}{2}), (-5, \frac{25}{2})}}$$



63

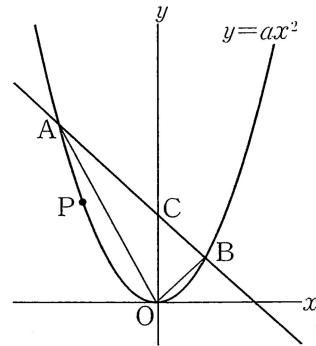
学びを身につけよう 啓 P.118~119

- E 右の図は、 $y=ax^2$ のグラフで、A(-4, 8), B(2, 2)はその上の点である。また、C は直線 AB と y 軸の交点である。次の間に答えなさい。

① a の値を求めなさい。

$$y=ax^2 \text{ に } (2, 2) \text{ を代入}$$

$$a = \frac{1}{2}$$



② 直線 AB の式を求めなさい。

A(-4, 8), B(2, 2)より、直線 AB の式は、 $y=-x+4$

$$y = -x + 4$$

③ $\triangle OAB$ の面積を求めなさい。

②より、 $OC=4$ $\triangle OAB=\triangle OAC+\triangle OBC$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 + \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 12$$

12

- ④ $y=ax^2$ のグラフ上に、点 P をとる。 $\triangle OCP$ の面積が $\triangle OAB$ の面積の $\frac{1}{2}$ になるとき、点 P の座標を求めなさい。

$\triangle OCP$ で OC を底辺とし、高さを h とすると、 $\frac{1}{2} \times 4 \times h = \frac{1}{2} \times 12$, $h=3$

よって、P の x 座標は -3 または 3 であればよい。

$$P(-3, -\frac{9}{2}), (3, -\frac{9}{2})$$

64

学びを身につけよう 啓 P.118~119

E

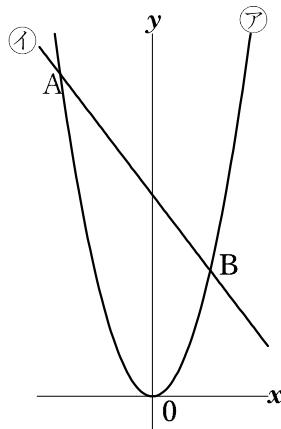
右の図で $y=ax^2 \cdots \textcircled{7}$ と $y=-\frac{3}{4}x+10 \cdots \textcircled{1}$ のグラフが 2 点 A, B で交わっている。点 A の x 座標は -8 である。このとき次の問い合わせに答えなさい。

① a の値を求めなさい。

$$y=-\frac{3}{4}x+10 \text{ に } x=-8 \text{ を代入, } y=16$$

点 A(-8, 16)これを $y=ax^2$ に代入, $a=\frac{1}{4}$

$$\underline{\frac{1}{4}}$$



② 点 B の座標を求めなさい。

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \text{より} \quad & \left\{ \begin{array}{l} y = \frac{1}{4}x^2 \\ y = -\frac{3}{4}x + 10 \end{array} \right. \cdots \textcircled{7} \\ & \cdots \textcircled{1} \quad \text{これを解いて, } x=5, -8 \end{aligned}$$

グラフより -8 は、適当でない。 $x=5$ を $\textcircled{7}$ に代入, $y=\frac{25}{4}$

$$\underline{(5, \frac{25}{4})}$$

③ $\triangle OAB$ の面積を求めなさい。

$\textcircled{1}$ と y 軸との交点を R とする。R の y 座標は, 10, $\triangle OAB = \triangle ARO + \triangle BRO$

$\triangle ARO$ の底辺を RO=10, 高さは, A の x 座標=-8, $\triangle ARO = 10 \times 8 \div 2 = 40$

$\triangle BRO$ の底辺を RO=10, 高さは, B の x 座標=5, $\triangle BRO = 10 \times 5 \div 2 = 25$

$$\triangle OAB = 40 + 25 = 65$$

$$\underline{65}$$

④ $\textcircled{7}$ のグラフ上の点 A と点 B の間に $\triangle PAB$ と $\triangle OAB$ の面積が等しくなるような点 P をとるとき, 点 P の x 座標を求めなさい。

$\triangle OAB$ の底辺を AB としたとき高さを同じにすればよいので, 点 P と点 O をつなぐ

直線が $y=-\frac{3}{4}x+10$ と並行であればよいから, その直線は $y=-\frac{3}{4}x$ つまり

$y=-\frac{3}{4}x$ と $y=\frac{1}{4}x^2$ の交点が点 P の座標となる。 $\frac{1}{4}x^2 = -\frac{3}{4}x$, $x^2 + 3x = 0$

$x(x+3)=0$, $x=0, -3$, $x=0$ は点 O なのでそれ以外の座標が適当であるから $x=-3$

$$\underline{x = -3}$$

65

学びを身につけよう 啓 P.118~119

E

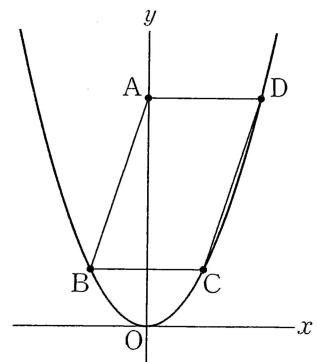
右の図で、放物線は $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフである。点 A は y 軸上の点で、 y 座標は 8 である。また、点 B, C, D は放物線上にあり、四角形 ABCD は平行四辺形で、点 D の x 座標は正、AD と x 軸は平行である。

① AD の長さを求めなさい。

$$D \text{ の } x \text{ 座標は}, 8 = \frac{1}{2}x^2, x > 0 \text{ より},$$

$$x=4 \quad \text{よって, } AD=4$$

② 平行四辺形 ABCD の面積を求めなさい。

4

平行四辺形の性質から、 $BC=4$ よって、C の x 座標は、 $4 \div 2 = 2$

$$y \text{ 座標は}, y = \frac{1}{2} \times 2^2 = 2$$

したがって、平行四辺形 ABCD で BC を底辺とみると、高さは $8 - 2 = 6$

$$\text{求める面積は, } 4 \times 6 = 24$$

24

③ 平行四辺形 ABCD の対角線の交点の座標を求めなさい。

平行四辺形の対角線は、それぞれの中点で交わる。求める交点は AC の中点だから、

$$\text{その座標は, } \left(\frac{0+2}{2}, \frac{8+2}{2} \right) = (1, 5)$$

(1, 5)

66

学びを身につけよう 啓 P.118~119

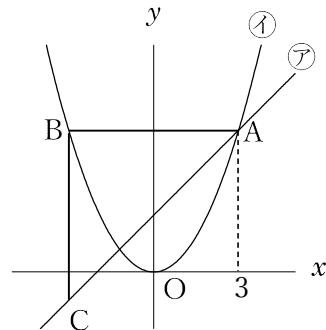
- E 右の図において、直線⑦は関数 $y=x+2$ のグラフであり、曲線①は関数 $y=ax^2$ のグラフである。点Aは直線⑦と曲線①との交点で、その x 座標は3である。点Bは曲線①上のある点で、線分ABは x 軸と平行である。また、点Cは直線⑦上のある点で、線分BCは y 軸と平行である。原点をOとするとき、次の問いに答えなさい。

- ① 曲線①の式 $y=ax^2$ の a の値を求めなさい。

点Aの座標は、(3, 5)であるため、

$$\text{曲線①に代入して } 5 = 9a \quad a = \frac{5}{9}$$

$$a = \frac{5}{9}$$



- ② 線分BC上に点Eをとり、△ABEと△ACEの面積が等しくなるようにする。

このとき、直線AEの式を $y=mx+n$ として、 m , n の値を求めなさい。

線分ABが x 軸と平行なので、点Bの座標は、(-3, 5)

線分BCが y 軸と平行なので、点Cの座標は、(-3, -1)

点Eは線分BCの中点になればいいので、(-3, 2)

よって直線AEは(3, 5), (-3, 2)を通る直線となる。

$$\left\{ \begin{array}{l} 5 = 3m + n \quad \cdots (1) \\ 2 = -3m + n \quad \cdots (2) \end{array} \right. \quad (1) + (2) \quad 7 = 2n, \quad n = \frac{7}{2} \quad \text{これを(1)に代入}$$

$$5 = 3m + \frac{7}{2}, \quad 3m = \frac{10}{2} - \frac{7}{2}, \quad 3m = \frac{3}{2}, \quad m = \frac{1}{2}$$

$$m = \frac{1}{2}, \quad n = \frac{7}{2}$$

67

学びを身につけよう 啓 P.118~119

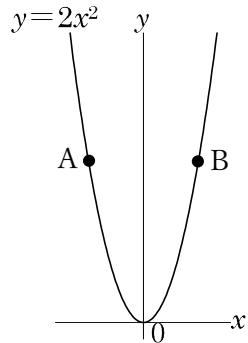
- E 右の図のように、関数 $y=2x^2$ のグラフ上に 2 点 A, B があり、それらの y 座標はともに 8 である。あとの問い合わせに答えなさい。

- ① 関数 $y=2x^2$ のグラフ上に点 C, y 軸上に点 D をとり、平行四辺形 ABCD をつくる。点 C の座標を求めなさい。

AB 間が 4 であるため、

CD 間も 4 になるから点 C の x 座標は 4

$$y=2 \times 4^2 = 2 \times 16 = 32$$



(4, 32)

- ② 直線 AD と関数のグラフとの点 A 以外の交点を E とする。点 E の座標を求めなさい。

直線 AD は $y=12x+32$ なので、

$$12x+32=2x^2$$

$$2x^2-12x-32=0$$

$$x^2-6x-16=0$$

$$(x-8)(x+2)=0$$

$$x=-2, 8$$

点 A 以外の座標なので $x=8$

$$y=2 \times 8^2 = 2 \times 64 = 128$$

(8, 128)

- ③ 平行四辺形 ABCD と四角形 ABCE の面積の比を求めなさい。

平行四辺形 ABCD の面積は $4 \times 24 = 96$

四角形 ABCE の面積は $4 \times 24 + 4 \times 96 \div 2 = 96 + 192 = 288$

$$96 : 288 = 1 : 3$$

1 : 3

68

次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

DE

学びを身につけよう (4) P.118~119

hakken. の法則

例 Aくんはある坂でボールを転がした。ボールが、転がり始めてから x 秒間に進む道のりを y とすると、 $0 \leq x \leq 6$ のとき、 y は x の2乗に比例し、2秒間に進んだ道のりは2mであった。次の問い合わせに答えなさい。

- (1) $0 \leq x \leq 6$ のときの x と y の関係を式に表し、グラフをかきなさい。

[解き方] 2秒間に進んだ道のりは2mだから、

求める式は、 $y=ax^2$ に、 $x=2$, $y=2$ を代入

$$2=4a \quad a=\frac{1}{2} \quad [\text{答}] \quad y=\frac{1}{2}x^2$$

- (2) ボールが転がってから6秒間に進んだ道のりを求めなさい。

[解き方] $y=\frac{1}{2}x^2$ に $x=6$ を代入すると、 $y=18$

$$[\text{答}] \quad 18\text{m}$$

- (3) Aくんは、ボールが坂を転がり始めたと同時に、坂を下り始めた。Aくんの速さを秒速3mすると、Aくんが坂をおり始めてから何秒後にボールに追いつかれるか。また、それをグラフにかきなさい。

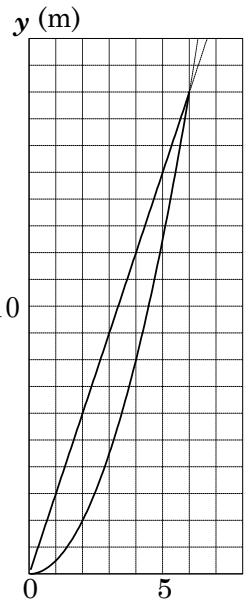
[解き方] $y=ax$ より、Aくんの進む道のりは、 $y=3x$

$$\begin{cases} y=3x \\ y=\frac{1}{2}x^2 \end{cases}$$

の連立方程式を解くと

$$3x=\frac{1}{2}x^2 \quad x=6$$

$$[\text{答}] \quad 6\text{秒後}$$



69

学びを身につけよう 啓 P.118~119

DE Aくんはある坂でボールを転がした。ボールが、転がり始めてから

x 秒間に進む道のりを y とすると、 $0 \leq x \leq 6$ のとき、 y は x の

2乗に比例し、2秒間に進んだ道のりは2mであった。

次の問いに答えなさい。

① $0 \leq x \leq 6$ のときの x と y の関係を式に表し、グラフをかきなさい。

2秒間に進んだ道のりは2mだから、

求める式は、 $y=ax^2$ に、 $x=2$, $y=2$ を代入

$$2=4a \quad a=\frac{1}{2}$$

$$y=\frac{1}{2}x^2$$

② ボールが転がってから6秒間に進んだ道のりを求めなさい。

$$y=\frac{1}{2}x^2 \text{ に } x=6 \text{ を代入すると, } y=18$$

18m

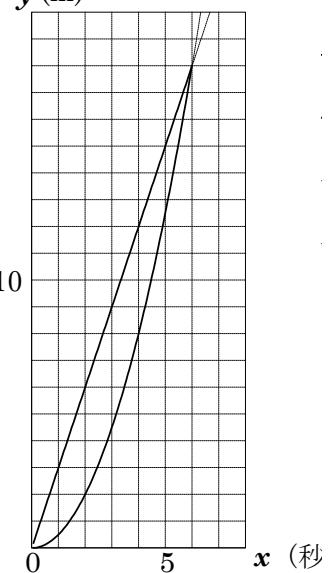
③ Aくんは、ボールが坂を転がり始めたと同時に、坂を下り始めた。Aくんの速さを秒速3mすると、Aくんが坂をおり始めてから何秒後にボールに追いつかれるか。また、それをグラフにかきなさい。

$$y=ax \text{ より, Aくんの進む道のりは, } y=3x$$

$\left[\begin{array}{l} y=3x \\ y=\frac{1}{2}x^2 \end{array} \right] \text{ の連立方程式を解くと}$

$$3x=\frac{1}{2}x^2 \quad x=6$$

6秒後



70 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

E

応用

hakken. の法則

例 右の図は $y=2x^2$ のグラフである。次の問い合わせに答えなさい。

(1) 2点 A, B はグラフ上の点で線分 AB は x 軸に平行である。

点 A の x 座標が 1 のとき点 B の座標を求めなさい。

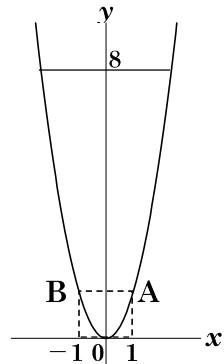
[解き方] $y=2x^2$ に、点 A の x 座標 $x=1$ を代入、 $y=2$

A の座標は(1, 2), B の y 座標は A と同じだから $y=2$

これを $y=2x^2$ に代入、 $2=2x^2$, $x=\pm 1$

$x=+1$ は点 A の x 座標なので、点 B の座標は(-1, 2)

[答] (-1, 2)



(2) グラフ上に、 y 座標が 8 の点が 2 つある。それぞれの座標を求めなさい。

[解き方] $y=2x^2$ に、 $y=8$ を代入

$8=2x^2$, $x=\pm 2$

よって求める座標は(-2, 8), (2, 8) [答] (-2, 8), (2, 8)

71

応用

E 右の図は $y=2x^2$ のグラフである。次の問い合わせに答えなさい。

① 2点 A, B はグラフ上の点で線分 AB は x 軸に平行である。

点 A の x 座標が 1 のとき点 B の座標を求めなさい。

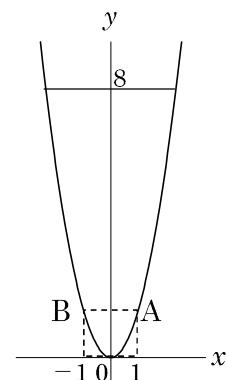
$y=2x^2$ に、点 A の x 座標 $x=1$ を代入、 $y=2$

A の座標は(1, 2), B の y 座標は A と同じだから $y=2$

これを $y=2x^2$ に代入、 $2=2x^2$, $x=\pm 1$

$x=+1$ は点 A の x 座標なので、点 B の座標は(-1, 2)

(-1, 2)



② グラフ上に、 y 座標が 8 の点が 2 つある。それぞれの座標を求めなさい。

$y=2x^2$ に、 $y=8$ を代入

$8=2x^2$, $x=\pm 2$

よって求める座標は(-2, 8), (2, 8) (-2, 8), (2, 8)

72

応用

E 次のそれについて、 y を x の式で表しなさい。

- ① y は x の2乗に比例し、そのグラフが関数 $y=-2x$ のグラフと x 座標が8である点で交わる。

交わる点は(8, -16)であるから、 $-16=a \times 8^2$

$$a = -\frac{16}{64}$$

$$a = -\frac{1}{4}$$

$$\underline{\underline{y = -\frac{1}{4}x^2}}$$

- ② y は x の2乗に比例し、そのグラフが関数 $y=-\frac{2}{3}x^2$ のグラフと x 軸について対称である。

$$\underline{\underline{y = \frac{2}{3}x^2}}$$

73

応用

E 直線 $y=\frac{1}{2}x+3$ のグラフ上に、点Pをとり、 $PO=PA$ が成り立つように点Aを x 軸上にとります。 $\triangle POA$ の面積が20になるような点Pの座標を求めなさい。ただし、点Pの x 座標の値は正とする。

点Pの x 座標を a とすると、 $P(a, \frac{1}{2}a+3)$ となる

$$2a \times (\frac{1}{2}a+3) \times \frac{1}{2} = 20$$

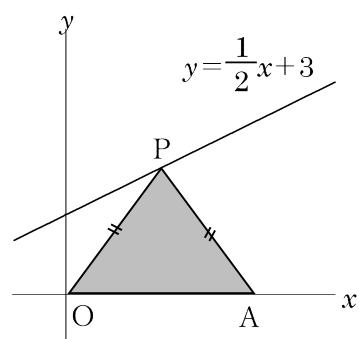
$$a^2 + 6a = 40$$

$$a^2 + 6a - 40 = 0$$

$$(a-4)(a+10) = 0$$

$$a = 4, -10$$

$P(a, \frac{1}{2}a+3)$ に代入すると、 $P(4, 5)$ となる。



P(4, 5)

74

啓林館 中3 4章 関数 $y=ax^2$

1節 関数とグラフ

教科書 目次		hakken.教材 QR コード
[1] 関数 $y=ax^2$	P. 92~93 P. 94	QR 1~5 QR 6~13
[2] 関数 $y=ax^2$ のグラフ	P. 95~99 P. 100~101	QR 14~16 QR 17~20

2節 関数 $y=ax^2$ の値の変化

教科書 目次		hakken.教材 QR コード
[1] 関数 $y=ax^2$ の値の増減と変域	P. 103~104 P. 105	QR 21~22 QR 23~28
[2] 関数 $y=ax^2$ の変化の割合	P. 106~107 P. 108~109	QR 29~33 QR 34~37
一次関数と関数	P. 109	QR 38~42

2節 いろいろな事象と関数

教科書 目次		hakken.教材 QR コード
[1] 関数 $y=ax^2$ の利用	P. 111 P. 112	QR 43~44 QR 45~46
図形の移動	P. 112~113	QR 47~49
[2] いろいろな関数	P. 114~115	QR 50~51
章末問題	P. 116~117	
学びを身につけよう	P. 118~119 応用	QR 52~71 QR 72~74