

3-2 因数分解 啓林館

1 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

因数分解 啓 P.21

hakken.の法則 

★**因数**^{いんすう}…単項式や多項式が、いくつかの単項式や多項式の積の形で表されるとき、その1つ1つの式を、もとの式の**因数**という。

例 2xy では、2, x, y は因数である。

★**因数分解**^{いんすうぶんかい}…多項式をいくつかの因数の積の形に表すことをその多項式を**因数分解**するという。

★**共通因数**^{きょうつういんすう}… $ax+ay$ のように、各項に共通な因数 a をもつ多項式は、**共通因数** a をとり出して因数分解することができる。

展開
 $(2x+3)(2x-3) \longleftrightarrow 4x^2-9$
因数分解

$ax+ay=a(x+y)$

2 空らんをうめなさい。 因数分解 啓 P.21

BCDE

- 単項式や多項式が、いくつかの単項式や多項式の積の形で表されるとき、その1つ1つの式を、もとの式の (**因数**) という。
- 多項式をいくつかの因数の積の形に表すことを、その多項式を (**因数分解**) するという。
- $ax+ay$ の a , $4a+4b$ の 4 を (**共通因数**) という。

3 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

共通因数をくくり出す 啓 P.21~22

hakken.の法則 

例 次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2-6x = \underline{x} \times x - \underline{x} \times 6$
 $= \underline{x}(x-6)$
↑

(2) $4ab+2a = \underline{2a} \times 2b + \underline{2a} \times 1$
 $= \underline{2a}(2b+1)$
↑

共通因数

4 共通因数をくくり出す 啓 P.21~22

ABCDE

次の式を因数分解しなさい。

① x^2-6x

$=x(x-6)$

② $4ab+2a$

$=2a(2b+1)$

5

共通因数をくくり出す 啓 P.21~22

ABCDE 次の式を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad a^2b - ac \\ = a(ab - c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad 3ax + 3bx \\ = 3x(a + b) \end{aligned}$$

6

共通因数をくくり出す 啓 P.21~22

A 次の式を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad 9x^2y + 12xy^2 \\ = 3xy(3x + 4y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad x^2y - xy^2 \\ = xy(x - y) \end{aligned}$$

7

共通因数をくくり出す 啓 P.21~22

ABCDE 次の式を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad 9ab - 9ac \\ = 9a(b - c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad 12x^2y - 9xy^2 + 3xy \\ = 3xy(4x - 3y + 1) \end{aligned}$$

8

次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

和と差の積の利用 啓 P. 22

hakken. の法則 ★公式 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ を利用して、因数分解をする。

$$\begin{aligned} \textcircled{例} \quad (1) \quad 9x^2 - 4 \\ = (3x)^2 - 2^2 \\ = (3x + 2)(3x - 2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad 64x^2 - 1 \\ = (8x)^2 - 1^2 \\ = (8x + 1)(8x - 1) \end{aligned}$$

9

和と差の積の利用 啓 P. 22

ABCDE 次の式を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad 9x^2 - 4 \\ = (3x)^2 - 2^2 \\ = (3x + 2)(3x - 2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad 64x^2 - 1 \\ = (8x)^2 - 1^2 \\ = (8x + 1)(8x - 1) \end{aligned}$$

10

和と差の積の利用 啓 P. 22

ABCDE 次の式を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad 25x^2 - y^2 \\ = (5x + y)(5x - y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad 36x^2 - 81y^2 \\ = (6x + 9y)(6x - 9y) \end{aligned}$$

11

和と差の積の利用 啓 P. 22

A 次の式を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad 25x^2 - 9y^2 \\ = (5x + 3y)(5x - 3y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad 49a^2 - 1 \\ = (7a + 1)(7a - 1) \end{aligned}$$

12

和と差の積の利用 啓 P.22

DE 次の式を因数分解しなさい。

① $64 - a^2$

$$= (8 + a)(8 - a)$$

② $a^2 - \frac{16}{25}b^2$

$$= \left(a + \frac{4}{5}b \right) \left(a - \frac{4}{5}b \right)$$

13

和と差の積の利用 啓 P.22

E 次の式を因数分解しなさい。

$$-x^2 + 100 = 100 - x^2$$

$$= (10 + x)(10 - x)$$

14

次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

平方の公式の利用 (1) 啓 P.22~23

hakken. の法則 ★公式 $x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$ $x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$ を利用して、因数分解をする。

例 (1) $a^2 + 6a + 9$

[解き方] $9 = 3^2, 6a = 2 \times a \times 3$

[答] $(a + 3)^2$

例 (2) $x^2 - 10xy + 25y^2$

 $25y^2 = (5y)^2, 10xy = 2 \times x \times y \times 5$

[答] $(x - 5y)^2$

15

平方の公式の利用 啓 P.22~23

ABCDE

次の式を因数分解しなさい。

① $a^2 + 6a + 9$

$9 = 3^2, 6a = 2 \times a \times 3$

$$= (a + 3)^2$$

② $x^2 - 10xy + 25y^2$

$25y^2 = (5y)^2, 10xy = 2 \times x \times y \times 5$

$$= (x - 5y)^2$$

16

平方の公式の利用 啓 P.22~23

ABCDE

次の式を因数分解しなさい。

① $a^2 + 16a + 64$

$64 = 8^2, 16a = 2 \times a \times 8$

$$= (a + 8)^2$$

② $x^2 - 8x + 16$

$16 = 4^2, 8x = 2 \times x \times 4$

$$= (x - 4)^2$$

17

平方の公式の利用 啓 P.22~23

A 次の式を因数分解しなさい。

① $x^2 + 4x + 4$

$4 = 2^2, 4x = 2 \times x \times 2$

$$= (x + 2)^2$$

② $x^2 - 14x + 49$

$49 = 7^2, 14x = 2 \times x \times 7$

$$= (x - 7)^2$$

18 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

平方の公式の利用 (2) 啓 P.23

hakken. の法則 

★公式 $x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$

$x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$ を利用して, 因数分解をする。

例 (1) $9x^2 + 12x + 4$ (2) $4a^2 - 20ab + 25b^2$

[解き方] $9x^2 = (3x)^2$, $4 = 2^2$, $12x = 2 \times 3x \times 2$ $4a^2 = (2a)^2$, $25b^2 = (5b)^2$, $20ab = 2 \times 2a \times 5b$

[答] $(3x + 2)^2$ [答] $(2a - 5b)^2$

19

平方の公式の利用 啓 P.23

ABCDE 次の式を因数分解しなさい。

① $9x^2 + 12x + 4$

$9x^2 = (3x)^2$, $4 = 2^2$, $12x = 2 \times 3x \times 2$

$= (3x + 2)^2$

② $4a^2 - 20ab + 25b^2$

$4a^2 = (2a)^2$, $25b^2 = (5b)^2$, $20ab = 2 \times 2a \times 5b$

$= (2a - 5b)^2$

20

平方の公式の利用 啓 P.23

ABCDE 次の式を因数分解しなさい。

① $4x^2 + 12x + 9$

$4x^2 = (2x)^2$, $9 = 3^2$, $12x = 2 \times 2x \times 3$

$= (2x + 3)^2$

② $9x^2 - 30x + 25$

$9x^2 = (3x)^2$, $25 = 5^2$, $30x = 2 \times 3x \times 5$

$= (3x - 5)^2$

21

平方の公式の利用 啓 P.23

CDE 次の式を因数分解しなさい。

① $x^2 - x + \frac{1}{4}$

$\frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$, $x = 2 \times x \times \frac{1}{2}$

$= \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$

② $a^2 + \frac{1}{2}a + \frac{1}{16}$

$\frac{1}{16} = \left(\frac{1}{4}\right)^2$, $\frac{1}{2}a = 2 \times a \times \frac{1}{4}$

$= \left(a + \frac{1}{4}\right)^2$

22

平方の公式の利用 啓 P.23

E 次の式を因数分解しなさい。

$x^2 + 81 - 18x = x^2 - 18x + 81$

$81 = 9^2$, $18x = 2 \times x \times 9$

$= (x - 9)^2$

23 平方の公式の利用 啓 P.23
 BCDE 次の□にあてはまる正の数を書きなさい。

① $x^2 + \boxed{10}x + 25 = (x + \boxed{5})^2$ ② $x^2 - 12x + \boxed{36} = (x - \boxed{6})^2$

24 平方の公式の利用 啓 P.23
 BCDE 次の□にあてはまる正の数を書きなさい。

① $4x^2 - \boxed{12}x + 9 = (\boxed{2}x - 3)^2$ ② $\boxed{25}x^2 + 20x + 4 = (\boxed{5}x + 2)^2$

25 次の hakken.の法則を読んで内容を覚えなさい。
 ABCDE

hakken.の法則

$x^2 + (a+b)x + ab$ の因数分解 (1) 啓 P.23~24

★公式 $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$ を利用して、因数分解をする。

例 (1) $x^2 + 6x + 5$

[解き方] $x^2 \boxed{+6}x \boxed{+5}$
 $\boxed{a+b=6} \quad \boxed{ab=5}$

積が+5	和が+6
1, 5	○
-1, -5	

$x^2 + 6x + 5 = (x+1)(x+5)$
 [答] $(x+1)(x+5)$

(2) $y^2 + 7y + 10$

$y^2 \boxed{+7}y \boxed{+10}$
 $\boxed{a+b=7} \quad \boxed{a=10}$

積が+10	和が+7
1, 10	
-1, -10	
2, 5	○
-2, -5	

$y^2 + 7y + 10 = (y+2)(y+5)$
 [答] $(y+2)(y+5)$

26 $x^2 + (a+b)x + ab$ の因数分解 啓 P.23~24
 ABCDE 次の式を因数分解しなさい。

① $x^2 + 6x + 5 = \mathbf{(x+1)(x+5)}$ ② $y^2 + 7y + 10 = \mathbf{(y+2)(y+5)}$

積が+5	和が+6
1, 5	○
-1, -5	

積が+10	和が+7
1, 10	
-1, -10	
2, 5	○
-2, -5	

27

 $x^2+(a+b)x+ab$ の因数分解 啓 P.23~24

ABCDE 次の式を因数分解しなさい。

① x^2+9x+8

$$=(x+1)(x+8)$$

積が+8	和が+9
1, 8	○
-1, -8	
2, 4	
-2, -4	

② $x^2+10x+21$

$$=(x+3)(x+7)$$

積が+21	和が+10
1, 21	
-1, -21	
3, 7	○
-3, -7	

28

 $x^2+(a+b)x+ab$ の因数分解 啓 P.23~24

A 次の式を因数分解しなさい。

① $a^2+7a+12$

$$=(a+3)(a+4)$$

積が+12	和が+7
1, 12	
-1, -12	
2, 6	
-2, -6	
3, 4	○
-3, -4	

② $x^2+11x+18$

$$=(x+2)(x+9)$$

積が+18	和が+11
1, 18	
-1, -18	
2, 9	○
-2, -9	
3, 6	
-3, -6	

29

 $x^2+(a+b)x+ab$ の因数分解 啓 P.23~24

A 次の式を因数分解しなさい。

① $x^2+10x+16$

$$=(x+2)(x+8)$$

積が+16	和が+10
1, 16	
-1, -16	
2, 8	○
-2, -8	
4, 4	
-4, -4	

② $t^2+10t+24$

$$=(t+4)(t+6)$$

積が+24	和が+10
1, 24	
-1, -24	
2, 12	
-2, -12	
3, 8	
-3, -8	
4, 6	○
-4, -6	

30 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

$x^2+(a+b)x+ab$ の因数分解 (2) 啓 P. 24



★公式 $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$ を利用して、因数分解をする。

例 (1) x^2-7x+6

(2) t^2-6t+8

[解き方] $x^2 \begin{matrix} \boxed{-7} \\ \boxed{a+b} \end{matrix} x \begin{matrix} \boxed{+6} \\ \boxed{ab} \end{matrix}$

$t^2 \begin{matrix} \boxed{-6} \\ \boxed{a+b} \end{matrix} t \begin{matrix} \boxed{+8} \\ \boxed{ab} \end{matrix}$

積が+6	和が-7
1, 6	
-1, -6	○
2, 3	
-2, -3	

積が+8	和が-6
1, 8	
-1, -8	
2, 4	
-2, -4	○

$x^2-7x+6=(x-1)(x-6)$

$t^2-6t+8=(t-2)(t-4)$

[答] $(x-1)(x-6)$

[答] $(t-2)(t-4)$

31

ABCDE

次の式を因数分解しなさい。

$x^2+(a+b)x+ab$ の因数分解 啓 P. 24

① x^2-7x+6

② t^2-6t+8

$= (x-1)(x-6)$

$= (t-2)(t-4)$

積が+6	和が-7
1, 6	
-1, -6	○
2, 3	
-2, -3	

積が+8	和が-6
1, 8	
-1, -8	
2, 4	
-2, -4	○

32

ABCDE

次の式を因数分解しなさい。

$x^2+(a+b)x+ab$ の因数分解 啓 P.24

① a^2-5a+6

② $x^2-8x+15$

$= (a-2)(a-3)$

$= (x-3)(x-5)$

積が+6	和が-5
1, 6	
-1, -6	
2, 3	
-2, -3	○

積が+15	和が-8
1, 15	
-1, -15	
3, 5	
-3, -5	○

33 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

$x^2+(a+b)x+ab$ の因数分解 (3) 啓 P. 24

hakken. の法則 

★公式 $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$ を利用して、因数分解をする。

例 (1) x^2-x-2

(2) x^2-2x-8

[解き方] x^2-1x-2 として考える

x^2	$\boxed{-1}x$	$\boxed{-2}$
	$\boxed{a+b}$	\boxed{ab}
積が-2	和が-1	
1, -2	○	
-1, 2		

x^2	$\boxed{-2}x$	$\boxed{-8}$
	$\boxed{a+b}$	\boxed{ab}
積が-8	和が-2	
1, -8		
-1, 8		
2, -4	○	
-2, 4		

$x^2-x-2=(x+1)(x-2)$

$x^2-2x-8=(x+2)(x-4)$

[答] $(x+1)(x-2)$

[答] $(x+2)(x-4)$

34

ABCDE

次の式を因数分解しなさい。

① x^2-x-2

$= (x+1)(x-2)$

積が-2	和が-1
1, -2	○
-1, 2	

② x^2-2x-8

$= (x+2)(x-4)$

積が-8	和が-2
1, -8	
-1, 8	
2, -4	○
-2, 4	

$x^2+(a+b)x+ab$ の因数分解 啓 P. 24

35

ABCDE

次の式を因数分解しなさい。

① $a^2+2a-35$

$= (a-5)(a+7)$

積が-35	和が+2
1, -35	
-1, 35	
5, -7	
-5, 7	○

② $t^2-10t-11$

$= (t+1)(t-11)$

積が-11	和が-10
1, -11	○
-1, +11	

$x^2+(a+b)x+ab$ の因数分解 啓 P. 24

36

 $x^2+(a+b)x+ab$ の因数分解 啓 P. 24

ABCDE 次の式を因数分解しなさい。

① $a^2-7a-30$

$$=(a+3)(a-10)$$

積が-30	和が-7
1, -30	
-1, 30	
2, -15	
-2, 15	
3, -10	○
-3, 10	
5, -6	
-5, 6	

② $x^2+10x-24$

$$=(x-2)(x+12)$$

積が-24	和が+10
1, -24	
-1, 24	
2, -12	
-2, 12	○
3, -8	
-3, 8	
4, -6	
-4, 6	

37

 $x^2+(a+b)x+ab$ の因数分解 啓 P. 24

DE 次の式を因数分解しなさい。

$$9+x^2-10x=x^2-10x+9$$

$$=(x-1)(x-9)$$

38

次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

因数分解の公式のまとめ 啓 P.25

hakken. の法則 

★因数分解の公式のまとめ

$$Ma+Mb=M(a+b)$$

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$$

$$x^2+2xy+y^2=(x+y)^2$$

$$x^2-2xy+y^2=(x-y)^2$$

$$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$$

39

因数分解の公式のまとめ 啓 P.25

A 因数分解の公式を書きなさい。

$$Ma+Mb = \underline{M(a+b)}$$

$$a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$a^2+2ab+b^2 = (a+b)^2$$

$$a^2-2ab+b^2 = (a-b)^2$$

$$x^2+(a+b)x+ab = (x+a)(x+b)$$

40

因数分解の公式のまとめ 啓 P.25

A 因数分解の公式を書きなさい。

$$Ma+Mb = \underline{M(a+b)}$$

$$a^2-b^2 = \underline{(a+b)(a-b)}$$

$$a^2+2ab+b^2 = (a+b)^2$$

$$a^2-2ab+b^2 = (a-b)^2$$

$$x^2+(a+b)x+ab = (x+a)(x+b)$$

41

因数分解の公式のまとめ 啓 P.25

A 因数分解の公式を書きなさい。

$$Ma+Mb = \underline{M(a+b)}$$

$$a^2-b^2 = \underline{(a+b)(a-b)}$$

$$a^2+2ab+b^2 = \underline{(a+b)^2}$$

$$a^2-2ab+b^2 = (a-b)^2$$

$$x^2+(a+b)x+ab = (x+a)(x+b)$$

42

因数分解の公式のまとめ 啓 P.25

A 因数分解の公式を書きなさい。

$$Ma+Mb = \underline{M(a+b)}$$

$$a^2-b^2 = \underline{(a+b)(a-b)}$$

$$a^2+2ab+b^2 = \underline{(a+b)^2}$$

$$a^2-2ab+b^2 = \underline{(a-b)^2}$$

$$x^2+(a+b)x+ab = (x+a)(x+b)$$

43

因数分解の公式のまとめ 啓 P.25

ABCDE 因数分解の公式を書きなさい。

$$Ma + Mb = \underline{M(a + b)}$$

$$a^2 - b^2 = \underline{(a + b)(a - b)}$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = \underline{(a + b)^2}$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = \underline{(a - b)^2}$$

$$x^2 + (a + b)x + ab = \underline{(x + a)(x + b)}$$

44

因数分解の公式のまとめ 啓 P.25

ABCDE 次の式を因数分解しなさい。

① $a^2 - 6a - 16$

$$= (a + 2)(a - 8)$$

② $x^2 + 2x - 15$

$$= (x - 3)(x + 5)$$

③ $t^2 + 11t + 18$

$$= (t + 2)(t + 9)$$

④ $y^2 - 5y - 36$

$$= (y + 4)(y - 9)$$

45

因数分解の公式のまとめ 啓 P.25

ABCDE 次の式を因数分解しなさい。

① $x^2 - 2xy - 3y^2$

$$= (x + y)(x - 3y)$$

② $x^2 + 8xy + 16y^2$

$$= (x + 4y)^2$$

③ $x^2 - 10xy + 9y^2$

$$= (x - y)(x - 9y)$$

④ $a^2 + 4ab - 5b^2$

$$= (a - b)(a + 5b)$$

46

因数分解の公式のまとめ 啓 P.25

ABCDE 次の式を因数分解しなさい。

① $x^2 - 9y^2$

$$= (x + 3y)(x - 3y)$$

② $x^2 + 8xy + 12y^2$

$$= (x + 2y)(x + 6y)$$

③ $x^2 - 10xy - 24y^2$

$$= (x + 2y)(x - 12y)$$

④ $x^2 - 8xy + 16y^2$

$$= (x - 4y)^2$$

47

因数分解の公式のまとめ 啓 P.25

ABCDE 次の式を因数分解しなさい。

① $x^2 + 3xy - 10y^2$

$$= (x - 2y)(x + 5y)$$

② $x^2 + 8xy + 7y^2$

$$= (x + y)(x + 7y)$$

③ $x^2 + 12xy + 36y^2$

$$= (x + 6y)^2$$

④ $a^2 - 4a - 21$

$$= (a + 3)(a - 7)$$

48

因数分解の公式のまとめ 啓 P.25

E □にあてはまる数式を入れて、公式を完成させなさい。

$$\boxed{(a + b)(c + d)} = ac + ad + bc + bd$$

49

因数分解の公式のまとめ 啓 P.25

E $x^2 + px - 12$ を $(x+a)(x+b)$ の形に因数分解したい。 a, b を整数とすると、何通りの因数分解が考えられますか。(ただし、 p は整数とする。)

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab \text{ より, } ab = -12$$

積が -12 になる組み合わせは $(-1, 12), (-2, 6), (-3, 4), (-4, 3), (-6, 2), (-12, 1)$ である。

よって、6通り

6通り

50

因数分解の公式のまとめ 啓 P.25

E $x^2 + 7x + a$ が、自然数 b, c を用いて $(x+b)(x+c)$ と因数分解できるような定数 a の値をすべて答えなさい。 $7 = b + c$ であるから、 (b, c) の組み合わせは $(1, 6), (2, 5), (3, 4)$ の3通りである。また、 $a = b \times c$ であるから、 a の値は $6, 10, 12$ となる。 $a = 6, 10, 12$

51 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

いろいろな因数分解 (1) 啓 P.26

hakken. の法則 

例 次の式を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & ax^2 + 8ax + 15a \\
 & = a(x^2 + 8x + 15) \\
 & = a(x+3)(x+5)
 \end{aligned}$$

② 共通因数は a
 ③ 因数分解

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & 24x - 48 - 3x^2 \\
 & = -3x^2 + 24x - 48 \\
 & = -3(x^2 - 8x + 16) \\
 & = -3(x-4)^2
 \end{aligned}$$

① 次数の大きい順に並びかえる
 ② 共通因数は -3
 ③ 因数分解

★因数分解の解き方

- ① 次数の大きい順に並びかえる
- ② 共通因数を取り出す
- ③ かつこの中の式の因数分解を考える
(①, ②はしなくて良い場合もある)

52

ABCDE 次の式を因数分解しなさい。

いろいろな因数分解 啓 P.26

$$\begin{aligned}
 ① \quad & ax^2 + 8ax + 15a \\
 & = a(x^2 + 8x + 15) \\
 & = a(x+3)(x+5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 ② \quad & 24x - 48 - 3x^2 \\
 & = -3x^2 + 24x - 48 \\
 & = -3(x^2 - 8x + 16) \\
 & = -3(x-4)^2
 \end{aligned}$$

53

ABCDE 次の式を因数分解しなさい。

いろいろな因数分解 啓 P.26

$$\begin{aligned}
 ① \quad & 8 - 8x + 2x^2 \\
 & = 2x^2 - 8x + 8 \\
 & = 2(x^2 - 4x + 4) \\
 & = 2(x-2)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 ② \quad & -8 + 2x^2 \\
 & = 2x^2 - 8 \\
 & = 2(x^2 - 4) \\
 & = 2(x+2)(x-2)
 \end{aligned}$$

54

A 次の式を因数分解しなさい。

いろいろな因数分解 啓 P.26

$$\begin{aligned}
 ① \quad & ax^2 + 6ax + 5a \\
 & = a(x^2 + 6x + 5) \\
 & = a(x+1)(x+5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 ② \quad & 5x^2 - 80 \\
 & = 5(x^2 - 16) \\
 & = 5(x+4)(x-4)
 \end{aligned}$$

55

ABCDE 次の式を因数分解しなさい。

いろいろな因数分解 啓 P.26

$$\begin{aligned}
 ① \quad & -x^2 - 3x + 54 \\
 & = -(x^2 + 3x - 54) \\
 & = -(x-6)(x+9)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 ② \quad & -3x^2 + 33x - 90 \\
 & = -3(x^2 - 11x + 30) \\
 & = -3(x-5)(x-6)
 \end{aligned}$$

56

いろいろな因数分解 啓 P.26

A 次の式を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & 4ax^2 - 16ax + 16a \\ & = 4a(x^2 - 4x + 4) \\ & = 4a(x - 2)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad & 2ab^2 - 72a \\ & = 2a(b^2 - 36) \\ & = 2a(b + 6)(b - 6) \end{aligned}$$

57

次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

いろいろな因数分解 (2) 啓 P.26~27

hakken. の法則 

例 (1) $(x-y)^2 - 4(x-y) + 4$

$$\begin{aligned} & x-y=A \text{ とおく} \\ & A^2 - 4A + 4 \\ & = (A-2)^2 \\ & = \{(x-y)-2\}^2 \\ & = (x-y-2)^2 \end{aligned}$$

(2) $2ax + a - 2bx - b$

$$\begin{aligned} & = a(2x+1) - b(2x+1) \\ & 2x+1=A \text{ とおく} \\ & = aA - bA \\ & = A(a-b) \\ & = (2x+1)(a-b) \end{aligned}$$

58

いろいろな因数分解 啓 P.26~27

BCDE

次の式を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & (x-y)^2 - 4(x-y) + 4 \\ & x-y=A \text{ とおく} \\ & A^2 - 4A + 4 \\ & = (A-2)^2 \\ & = \{(x-y)-2\}^2 \\ & = (x-y-2)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad & 2ax + a - 2bx - b \\ & = a(2x+1) - b(2x+1) \\ & 2x+1=A \text{ とおく} \\ & aA - bA \\ & = A(a-b) \\ & = (2x+1)(a-b) \end{aligned}$$

59

いろいろな因数分解 啓 P.26~27

CDE

次の式を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & (x-y)^2 + (x-y) - 20 \\ & x-y=A \text{ とおく} \\ & A^2 + A - 20 \\ & = (A+5)(A-4) \\ & = \{(x-y)+5\}\{(x-y)-4\} \\ & = (x-y+5)(x-y-4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad & (y+3)^2 - 2(y+3) - 3 \\ & y+3=A \text{ とおく} \\ & A^2 - 2A - 3 \\ & = (A+1)(A-3) \\ & = (y+3+1)(y+3-3) \\ & = (y+4)y \\ & = y(y+4) \end{aligned}$$

60

いろいろな因数分解 啓 P.26~27

CDE 次の式を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned}
 \textcircled{1} \quad & 2x(3-y)-y+3 \\
 & =2x(3-y)+3-y \\
 & 3-y=A \text{ とおく} \\
 & 2xA+A \\
 & =A(2x+1) \\
 & =\mathbf{(3-y)(2x+1)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{2} \quad & xy-x-y+1 \\
 & =x(y-1)-(y-1) \\
 & y-1=A \text{ とおく} \\
 & Ax-A \\
 & =A(x-1) \\
 & =\mathbf{(y-1)(x-1)}
 \end{aligned}$$

61

いろいろな因数分解 啓 P.26~27

DE 次の式を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned}
 \textcircled{1} \quad & 2ax+2a-x-1 \\
 & =2a(x+1)-(x+1) \\
 & x+1=A \text{ とおく} \\
 & 2aA-A \\
 & =A(2a-1) \\
 & =\mathbf{(x+1)(2a-1)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{2} \quad & x(x+y)-x-y \\
 & =x(x+y)-(x+y) \\
 & x+y=A \text{ とおく} \\
 & Ax-A \\
 & =A(x-1) \\
 & =\mathbf{(x+y)(x-1)}
 \end{aligned}$$

62

いろいろな因数分解 啓 P.26~27

DE 次の式を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned}
 \textcircled{1} \quad & ax+ay-bx-by \\
 & =a(x+y)-b(x+y) \\
 & x+y=A \text{ とおく} \\
 & aA-bA \\
 & =A(a-b) \\
 & =\mathbf{(x+y)(a-b)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{2} \quad & (x+y)^2-81 \\
 & x+y=A \text{ とおく} \\
 & A^2-9^2 \\
 & =(A+9)(A-9) \\
 & =\mathbf{(x+y+9)(x+y-9)}
 \end{aligned}$$

63

いろいろな因数分解 啓 P.26~27

E 次の式を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned}
 \textcircled{1} \quad & x^2-x-y^2+y \\
 & =x^2-y^2-x+y \\
 & =(x-y)(x+y)-(x-y) \\
 & x-y=A \text{ とおく} \\
 & =A(x+y)-A \\
 & =A(x+y-1) \\
 & =\mathbf{(x-y)(x+y-1)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{2} \quad & x^2-4x+4-y^2 \\
 & =(x-2)^2-y^2 \\
 & x-2=A \text{ とおく} \\
 & =A^2-y^2 \\
 & =(A+y)(A-y) \\
 & =\mathbf{(x-2+y)(x-2-y)}
 \end{aligned}$$

64 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

E

いろいろな因数分解 (3) 啓 P.26~27

hakken. の法則 

例 (1) x^2+ax-3 を因数分解すると $(x-3)(x+b)$ になるとき、 a 、 b の値を求めなさい。

[解き方] $(x-3)(x+b)$ を展開すると、 $x^2+(-3+b)x-3b$ となるので

$$x^2+ax-3=x^2+(-3+b)x-3b$$

$$\begin{cases} a=(-3+b) & \dots\text{①} \\ 3=3b & \dots\text{②} \end{cases} \quad \text{連立方程式を解くと}$$

②より $b=1$ これを①に代入して $a=-2$

[答] $a=-2, b=1$

(2) $x^2+px-5=(x+a)(x+b)$ の形に因数分解できるような整数 p の値をすべて答えなさい。

[解き方] $-5=5 \times (-1)$, $-5=1 \times (-5)$ だから

$$\begin{aligned} x^2+px-5 &= (x+5)(x-1) & x^2+px-5 &= (x+1)(x-5) \\ &= x^2+4x-5 & &= x^2-4x-5 \end{aligned}$$

[答] $p=-4, +4$

65

いろいろな因数分解 啓 P.26~27

E

次の問いに答えなさい。

① x^2+ax-3 を因数分解すると $(x-3)(x+b)$ になるとき、 a 、 b の値を求めなさい。

$(x-3)(x+b)$ を展開すると、 $x^2+(-3+b)x-3b$ となるので

$$x^2+ax-3=x^2+(-3+b)x-3b$$

$$\begin{cases} a=(-3+b) & \dots\text{①} \\ 3=3b & \dots\text{②} \end{cases} \quad \text{連立方程式を解くと}$$

②より $b=1$ これを①に代入して $a=-2$ $a=-2, b=1$

② $x^2+px-5=(x+a)(x+b)$ の形に因数分解できるような整数 p の値をすべて答えなさい。

$-5=5 \times (-1)$, $-5=1 \times (-5)$ だから

$$\begin{aligned} x^2+px-5 &= (x+5)(x-1) & x^2+px-5 &= (x+1)(x-5) \\ &= x^2+4x-5 & &= x^2-4x-5 \end{aligned}$$

$p=-4, +4$

66

いろいろな因数分解 啓 P.26~27

E 次の問いに答えなさい。

- ①
- x^2+ax-6
- を因数分解すると
- $(x-3)(x+b)$
- になるとき、
- a
- 、
- b
- の値を求めなさい。

$$(x-3)(x+b)=x^2+(-3+b)x-3b \text{ だから}$$

$$x^2+ax-6 \text{ より}$$

$$6=3b$$

$$3b=6$$

$$b=2 \quad \text{これを}(x-3)(x+b)\text{に代入} \quad (x-3)(x+2)=x^2-x-6$$

$$x^2+ax-6 \text{ より}$$

$$a=-1$$

$$\underline{a=-1, b=2}$$

- ②
- $x^2+px-18=(x+a)(x+b)$
- の形に因数分解できるような整数
- p
- の値をすべて答えなさい。

$$ab=-18 \text{ より}$$

$$p=1-18=-17$$

$$p=2-9=-7$$

$$p=3-6=-3$$

$$p=-1+18=17$$

$$p=-2+9=7$$

$$p=-3+6=3$$

$$\underline{p=-17, -7, -3, 3, 7, 17}$$

67 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

式の計算の利用 啓 P.29~30

hakken. の法則 

例 連続する 2 つの奇数の積に 1 を加えた数は 4 の倍数になることを証明しなさい。

[証明] n を整数とすると、連続する 2 つの奇数は $2n+1$ 、 $2n+3$ と表される。それらの積に 1 を加えた数は $(2n+1)(2n+3)+1$

$$=4n^2+8n+3+1$$

$$=4n^2+8n+4$$

$$=4(n+1)^2$$

 $n+1$ は整数なので、 $4(n+1)^2$ は、4 の倍数である。

よって連続する 2 つの奇数の積に 1 を加えた数は、4 の倍数になる。

68

式の計算の利用 啓 P.29～30

BCDE 連続する2つの奇数の積に1を加えた数は4の倍数になることを証明しなさい。

n を整数とすると、

連続する2つの奇数は $2n+1$, $2n+3$ と表される。

それらの積に1を加えた数は $(2n+1)(2n+3)+1$

$$=4n^2+8n+3+1$$

$$=4n^2+8n+4$$

$$=4(n+1)^2$$

$n+1$ は整数なので、 $4(n+1)^2$ は、4の倍数である。よって、

連続する2つの奇数の積に1を加えた数は、4の倍数になる。

69

式の計算の利用 啓 P.29～30

E 連続した2つの奇数の積は奇数になることを証明しなさい。

n を整数とすると、

連続した2つの奇数は $2n-1$, $2n+1$ と表される。

その積は、 $(2n-1)(2n+1)=4n^2-1$

$$=2(2n^2)-1$$

$2n^2$ は整数なので、 $2(2n^2)-1$ は奇数になる。

よって、連続した2つの奇数の積は奇数になる。

70

式の計算の利用 啓 P.29~30

DE 連続した2つの偶数の平方の差は4の倍数であることを証明しなさい。

 n を整数とすると、連続した2つの偶数を $2n$, $2n+2$ とする。

$$\begin{aligned} \text{その平方の差は, } (2n+2)^2 - (2n)^2 &= 4n^2 + 8n + 4 - 4n^2 \\ &= 8n + 4 \\ &= 4(2n + 1) \end{aligned}$$

 $2n+1$ は整数なので、 $4(2n+1)$ は4の倍数になる。

よって、連続した2つの偶数の平方の差は4の倍数になる。

71

式の計算の利用 啓 P.29~30

E 連続する3つの整数で、最大の数と最小の数の積に1を加えた数は、中央数の平方になることを証明しなさい。

まん中の整数を n とすると、連続する3つの数は、 $n-1$, n , $n+1$ と表される。

このとき、最大の数と最小の数の積に1を加えた数は、

$$\begin{aligned} (n+1)(n-1)+1 &= n^2 - 1 + 1 \\ &= n^2 \end{aligned}$$

 n^2 は整数だから、これは中央数の平方である。

72

式の計算の利用 啓 P.29~30

E 連続する3つの整数で、最大の数の2乗から最小の数の2乗をひいた差は、まん中の数の4倍になることを証明しなさい。

まん中の整数を n とすると、連続する3つの数は、 $n-1$, n , $n+1$ と表される。

このとき、最大の数と最小の数の2乗の差は、

$$\begin{aligned} (n+1)^2 - (n-1)^2 \\ &= n^2 + 2n + 1 - (n^2 - 2n + 1) \\ &= 4n \end{aligned}$$

これは、まん中の数の4倍に等しい。

73

式の計算の利用 啓 P.29~30

- E 連続する3つの整数があり、中央の数は3の倍数である。これら3つの整数のうち、最小の数をM、最大の数をNとすると、 $MN+1$ は9の倍数であることを文字式を使って証明せよ。

n を整数とすると、

中央の数は $3n$ 、 $M=3n-1$ 、 $N=3n+1$ と表される。

$$MN+1=(3n-1)(3n+1)+1$$

$$=9n^2-1+1$$

$$=9n^2$$

n^2 は整数なので、 $9n^2$ は9の倍数となる。

よって成り立つ。

74

式の計算の利用 啓 P.29~30

E 十の位の数字が a 、一の位の数字が b である 2 けたの自然数 A と、その十の位の数字と一の位の数字を入れかえてできた自然数 B がある。 $A^2 - B^2 = 1980$ であるとき、次の各問いに答えなさい。

① $a^2 - b^2$ の値を求めよ。

$$A = 10a + b \quad B = 10b + a$$

$$A^2 - B^2 = 1980$$

$$(10a + b)^2 - (10b + a)^2 = 1980$$

$$100a^2 + 20ab + b^2 - (100b^2 + 20ab + a^2) = 1980$$

$$100a^2 + 20ab + b^2 - 100b^2 - 20ab - a^2 = 1980$$

$$99a^2 - 99b^2 = 1980$$

$$a^2 - b^2 = 20$$

20

② 自然数 A を求めよ。

$$a^2 - b^2 = 20$$

$$(a + b)(a - b) = 20$$

このときの乗法の組み合わせは(20, 1), (10, 2), (5, 4)である。

この中で a, b ともに自然数になるのは(10, 2)のみである。

よって $a + b = 10$, $a - b = 2$ より $a = 6$, $b = 4$

$$A = 10a + b \text{ なので } A = 10 \times 6 + 4 = 64$$

64

75

次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

ABCDE

因数分解を利用した計算 啓 P.30

hakken. の法則 

★因数分解の公式を利用すると、計算が簡単にできることがある。

$$\begin{aligned} \text{例} \quad 65^2 - 35^2 &= (65 + 35) \times (65 - 35) \\ &= 100 \times 30 \\ &= 3000 \end{aligned}$$

76

因数分解を利用した計算 啓 P.30

ABCDE

因数分解を利用して、次の計算をしなさい。

$$\begin{aligned} 65^2 - 35^2 &= (65 + 35) \times (65 - 35) \\ &= 100 \times 30 \\ &= \mathbf{3000} \end{aligned}$$

77

因数分解を利用した計算 啓 P.30

BCDE 因数分解を利用して、次の計算をなさい。

① $25^2 - 35^2$

$$= (25 + 35) \times (25 - 35)$$

$$= 60 \times (-10)$$

$$= -600$$

② $54^2 - 44^2$

$$= (54 + 44) \times (54 - 44)$$

$$= 98 \times 10$$

$$= 980$$

78

次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

展開を利用した計算 啓 P.30

hakken. の法則 

★式の展開を利用すると、計算が簡単にできることがある。

例 (1) $85^2 = (80 + 5)^2$

$$= 80^2 + 2 \times 80 \times 5 + 5^2$$

$$= 6400 + 800 + 25$$

$$= 7225$$

(2) $28 \times 32 = (30 - 2) \times (30 + 2)$

$$= 30^2 - 2^2$$

$$= 900 - 4$$

$$= 896$$

79

展開を利用した計算 啓 P.30

BCDE 展開を利用して、次の計算をなさい。

① $85^2 = (80 + 5)^2$

$$= 80^2 + 2 \times 80 \times 5 + 5^2$$

$$= 6400 + 800 + 25$$

$$= 7225$$

② $28 \times 32 = (30 - 2) \times (30 + 2)$

$$= 30^2 - 2^2$$

$$= 900 - 4$$

$$= 896$$

80

展開を利用した計算 啓 P.30

CDE 因数分解や展開を利用して、次の計算をなさい。

① 31×29

$$= (30 + 1) \times (30 - 1)$$

$$= 900 - 1$$

$$= 899$$

② 98^2

$$= (100 - 2)^2$$

$$= 10000 - 400 + 4$$

$$= 9604$$

81

展開を利用した計算 啓 P.30

E 因数分解や展開を利用して、次の計算をなさい。

① 29^2

$$\begin{aligned}
 &= (30-1)^2 \\
 &= 900-60+1 \\
 &= \mathbf{841}
 \end{aligned}$$

② 103×97

$$\begin{aligned}
 &= (100+3) \times (100-3) \\
 &= 10000-9 \\
 &= \mathbf{9991}
 \end{aligned}$$

82

展開を利用した計算 啓 P.30

DE 因数分解や展開を利用して次の計算をなさい。

① $7^2 + 10^2 - 13^2$

$$\begin{aligned}
 &= (10-3)^2 + 100 - (10+3)^2 \\
 &= 100-60+9+100-(100+60+9) \\
 &= 100-60+9+100-100-60-9 \\
 &= 100-120 \\
 &= \mathbf{-20}
 \end{aligned}$$

② $8^2 - 10^2 + 12^2 - 17^2 + 20^2 - 23^2$

$$\begin{aligned}
 &= (10-2)^2 - 10^2 + (10+2)^2 - (20-3)^2 + 20^2 - (20+3)^2 \\
 &= (100-40+4) - 100 + (100+40+4) - (400-120+9) + 400 - (400+120+9) \\
 &= 100-40+4-100+100+40+4-400+120-9+400-400-120-9 \\
 &= \mathbf{-310}
 \end{aligned}$$

83

展開を利用した計算 啓 P.30

E 因数分解や展開を利用して次の計算をなさい。

① 3.04×2.96

$$\begin{aligned}
 &= (3+0.04) \times (3-0.04) \\
 &= 3^2 - 0.04^2 \\
 &= 9 - 0.0016 \\
 &= \mathbf{8.9984}
 \end{aligned}$$

② $5.1^2 \times 3.14 - 4.9^2 \times 3.14$

$$\begin{aligned}
 &= (5.1^2 - 4.9^2) \times 3.14 \\
 &= (5.1+4.9) \times (5.1-4.9) \times 3.14 \\
 &= 10 \times 0.2 \times 3.14 \\
 &= \mathbf{6.28}
 \end{aligned}$$

84

展開を利用した計算 啓 P.30

E 次の式を計算せよ。

$$\begin{aligned}
 &(-0.72)^2 + 2 \times 0.72 \times 0.58 + 0.58^2 \\
 &= (0.72+0.58)^2 \\
 &= 1.3^2 \\
 &= \mathbf{1.69}
 \end{aligned}$$

85 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

式の値の計算 啓 P.31

hakken. の法則 

例 $x=35, y=3$ のとき, $(x+3y)^2-(x+y)(x+4y)$ の値を求めなさい。

[解き方] 式を簡単にしてから代入する。

$$\begin{aligned}(x+3y)^2-(x+y)(x+4y) &= x^2+6xy+9y^2-(x^2+5xy+4y^2) \\ &= xy+5y^2 \\ &= y(x+5y) \\ &= 3 \times (35+5 \times 3) \\ &= 3 \times 50 \\ &= 150\end{aligned}$$

86

式の値の計算 啓 P.31

BCDE

$x=35, y=3$ のとき, $(x+3y)^2-(x+y)(x+4y)$ の値を求めなさい。

$$\begin{aligned}(x+3y)^2-(x+y)(x+4y) &= x^2+6xy+9y^2-(x^2+5xy+4y^2) \\ &= xy+5y^2 \\ &= y(x+5y) \\ &= 3 \times (35+5 \times 3) \\ &= 3 \times 50 \\ &= \mathbf{150}\end{aligned}$$

87

式の値の計算 啓 P.31

BCDE

$x=63$ のとき, x^2-6x+9 の値を求めなさい。

$$\begin{aligned}x^2-6x+9 &= (x-3)^2 \\ &= (63-3)^2 \\ &= \mathbf{3600}\end{aligned}$$

88

式の値の計算 啓 P.31

CDE

$x=27$ のとき, $(x-3)(x-6)-(x-5)^2$ の値を求めなさい。

$$\begin{aligned}(x-3)(x-6)-(x-5)^2 &= x^2-9x+18-(x^2-10x+25) \\ &= x^2-9x+18-x^2+10x-25 \\ &= x-7 \\ &= 27-7 \\ &= \mathbf{20}\end{aligned}$$

89

式の値の計算 啓 P.31

DE $x=17, y=5$ のとき, $(x+y)(x-y)-x(x-2y)$ の値を求めなさい。

$$\begin{aligned}
 (x+y)(x-y)-x(x-2y) &= x^2-y^2-(x^2-2xy) \\
 &= x^2-y^2-x^2+2xy \\
 &= -y^2+2xy \\
 &= -5^2+2\times 17\times 5 \\
 &= \mathbf{145}
 \end{aligned}$$

90

式の値の計算 啓 P.31

DE $a=6.25, b=3.75$ のとき, a^2-b^2 の値を求めなさい。

$$\begin{aligned}
 a^2-b^2 &= (a+b)(a-b) \\
 &= (6.25+3.75)\times (6.25-3.75) \\
 &= 10\times 2.5 \\
 &= \mathbf{25}
 \end{aligned}$$

91

式の値の計算 啓 P.31

E $a+b=5, ab=4$ のとき, a^2+b^2 の値を求めなさい。

$$\begin{aligned}
 a^2+b^2 &= (a+b)^2-2ab \\
 &= 5^2-2\times 4 \\
 &= 25-8 \\
 &= \mathbf{17}
 \end{aligned}$$

92

式の値の計算 啓 P.31

E $a+b=4, ab=-\frac{9}{4}$ のとき, 次の式の値を求めなさい。

$$\begin{aligned}
 \textcircled{1} \quad a^2+b^2 &= (a+b)^2-2ab \\
 &= 4^2-2\times\left(-\frac{9}{4}\right) \\
 &= 16+\frac{9}{2} \\
 &= \frac{32}{2}+\frac{9}{2} \\
 &= \frac{\mathbf{41}}{\mathbf{2}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{2} \quad (a^2-1)(b^2-1) &= a^2b^2-a^2-b^2+1 \\
 &= (ab)^2-(a^2+b^2)+1 \\
 &= \left(-\frac{9}{4}\right)^2-\frac{41}{2}+1 \\
 &= \frac{81}{16}-\frac{328}{16}+\frac{16}{16} \\
 &= -\frac{\mathbf{231}}{\mathbf{16}}
 \end{aligned}$$

93 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

BCDE

図形の性質の証明 啓 P.31~32

hakken. の法則 

例 右の図のように、一辺の長さが x である正方形の土地の周りに、幅 a の道がある。この道の面積を S 、道のまん中を通る線の長さを ℓ とするとき、 $S=a\ell$ となる。このことを証明しなさい。

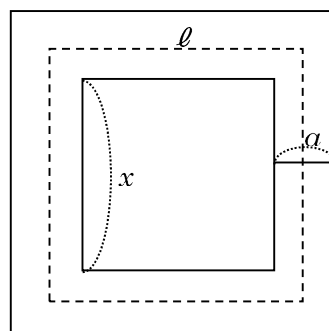
[解き方] S , ℓ をそれぞれ a , x を使って表す。

$$\begin{aligned} \text{[証明]} \quad S &= (x+2a)^2 - x^2 = x^2 + 4ax + 4a^2 - x^2 \\ &= 4ax + 4a^2 \quad \dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

$$\ell = 4(x+a) = 4x + 4a$$

$$\text{したがって, } a\ell = a(4x+4a) = 4ax + 4a^2 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ より, } S = a\ell$$



94

図形の性質の証明 啓 P.31~32

BCDE

右の図のように、一辺の長さが x である正方形の土地の周りに、幅 a の道がある。この道の面積を S 、道のまん中を通る線の長さを ℓ とするとき、 $S=a\ell$ となる。このことを証明しなさい。

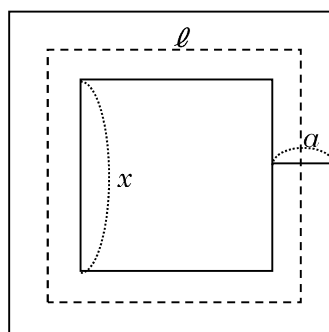
$$\begin{aligned} S &= (x+2a)^2 - x^2 = x^2 + 4ax + 4a^2 - x^2 \\ &= 4ax + 4a^2 \quad \dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

$$\ell = 4(x+a) = 4x + 4a$$

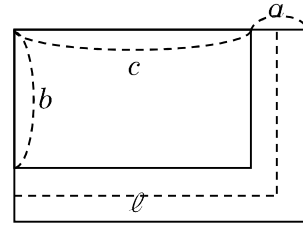
したがって,

$$a\ell = a(4x+4a) = 4ax + 4a^2 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ より, } S = a\ell$$



CDE 下の図のように、長方形の2辺にそって、幅 a の道路がある。この道の面積を S 、道路のまん中を通る線の長さを ℓ とするとき、 $S=a\ell$ となる。このことを、長方形の土地の縦の長さを b 、横の長さを c として、証明しなさい。



$$S=(b+a)(c+a)-bc$$

$$=bc+ab+ac+a^2-bc$$

$$=ab+ac+a^2 \quad \dots\textcircled{1}$$

$$\ell=(b+\frac{1}{2}a)+(c+\frac{1}{2}a)$$

$$=b+c+\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}a$$

$$=b+c+a$$

したがって、 $a\ell=a(b+c+a)$

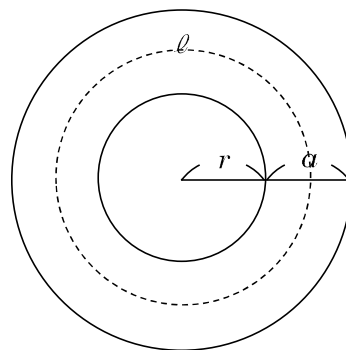
$$=ab+ac+a^2 \quad \dots\textcircled{2}$$

①, ②より、 $S=a\ell$

96

図形の性質の証明 啓 P.31~32

BCDE 半径 r の池の周りに幅 a の道がついている。道のまん中を通る線の長さを ℓ とすると、道の面積 $S = a\ell$ になることを証明しなさい。



外の円の面積は $\pi (a+r)^2$

中の円の面積は πr^2

だから、道の面積 S は、

$$\begin{aligned} S &= \pi (a+r)^2 - \pi r^2 \\ &= \pi (a^2 + 2ar + r^2) - \pi r^2 \\ &= \pi a^2 + 2\pi ar + \pi r^2 - \pi r^2 \\ &= \pi a^2 + 2\pi ar \quad \cdots \textcircled{1} \end{aligned}$$

また、 $\ell = 2\pi \left(\frac{a}{2} + r\right)$

$$= \pi a + 2\pi r$$

よって、 $a\ell = \pi a^2 + 2\pi ar \quad \cdots \textcircled{2}$

①, ②より、 $S = a\ell$ となる。

97

図形の性質の証明 啓 P.31~32

E 縦が a cm 横が b cm の長方形がある。この長方形の縦を 6cm 長くし、横を 3cm 短くして長方形を作ると、その面積はもとの長方形の面積と等しくなった。 a を b の式で表しなさい。

$$\begin{aligned} (a+6)(b-3) &= ab \\ ab - 3a + 6b - 18 &= ab \\ -3a &= -6b + 18 \\ a &= 2b - 6 \end{aligned}$$

$$\underline{a = 2b - 6}$$

98

図形の性質の証明 啓 P.31~32

- E 右の図のような正方形で、色をつけた中の四角形の面積を求めなさい。
(答えは計算をしてできるだけ簡単にしなさい。)

$$(\text{色をつけた中の四角形}) = (\text{正方形}) - (\text{三角形}) \times 4$$

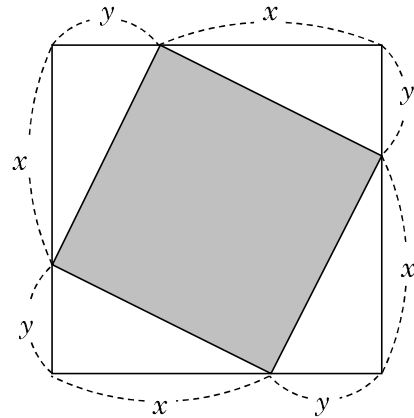
$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$x \times y \div 2 = \frac{xy}{2}$$

$$\frac{xy}{2} \times 4 = 2xy$$

$$x^2 + 2xy + y^2 - 2xy = x^2 + y^2$$

$$\underline{x^2 + y^2}$$



99

図形の性質の証明 啓 P.31~32

- E 右の図の斜線部分の面積を求めなさい。

$$\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \pi \div 2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 \pi \div 2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 \pi \div 2$$

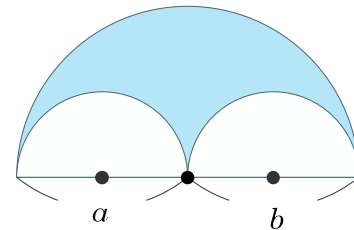
$$= \left\{ \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 \right\} \pi \div 2$$

$$= \left\{ \frac{(a+b)^2}{4} - \frac{a^2}{4} - \frac{b^2}{4} \right\} \pi \div 2$$

$$= \left\{ \frac{a^2 + 2ab + b^2}{4} - \frac{a^2}{4} - \frac{b^2}{4} \right\} \pi \div 2$$

$$= \frac{2ab}{4} \pi \div 2$$

$$= \frac{ab}{4} \pi$$

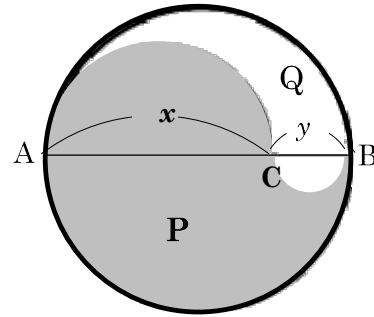


$$\underline{\frac{ab}{4} \pi}$$

100

図形の性質の証明 啓 P.31~32

E 右の図で AC : CB と面積 P : Q の間にはどんな関係があるか答えなさい。



$$P = \left(\frac{x}{2}\right)^2 \pi \div 2 + \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 \pi \div 2 - \left(\frac{y}{2}\right)^2 \pi \div 2$$

$$= \left\{ \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 - \left(\frac{y}{2}\right)^2 \right\} \pi \div 2$$

$$= \left(\frac{x^2}{4} + \frac{(x+y)^2}{4} - \frac{y^2}{4} \right) \pi \div 2$$

$$= \left(\frac{x^2}{4} + \frac{x^2 + 2xy + y^2}{4} - \frac{y^2}{4} \right) \pi \div 2$$

$$= \frac{2x^2 + 2xy}{4} \pi \div 2$$

$$= \frac{x^2 + xy}{2} \pi \div 2$$

$$= \frac{x\pi}{4}(x+y)$$

$$Q = \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 \pi \div 2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2 \pi \div 2 + \left(\frac{y}{2}\right)^2 \pi \div 2$$

$$= \left\{ \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{y}{2}\right)^2 \right\} \pi \div 2$$

$$= \left\{ \frac{(x+y)^2}{4} - \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} \right\} \pi \div 2$$

$$= \left\{ \frac{x^2 + 2xy + y^2}{4} - \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} \right\} \pi \div 2$$

$$= \frac{2xy + 2y^2}{4} \pi \div 2$$

$$= \frac{y^2 + xy}{2} \pi \div 2$$

$$= \frac{y\pi}{4}(x+y)$$

$$P : Q = \frac{x\pi}{4}(x+y) : \frac{y\pi}{4}(x+y)$$

$$= x : y$$

$$= AC : CB$$

$$\underline{AC : CB = P : Q}$$

101 次の hakken. の法則を読んで内容を覚えなさい。

DE

学びを身につけよう 啓 P.36~37

hakken. の法則

例 次の㊷と㊸において、計算結果が小さくなるのはどちらですか。式の展開を利用して、説明しなさい。

㊷ 201×199

㊸ 202×198

[説明] 200 を x とすると、㊷ $201 \times 199 = (x+1)(x-1) = x^2 - 1$

㊸ $202 \times 198 = (x+2)(x-2) = x^2 - 4$

よって、㊸が小さい。

102

学びを身につけよう 啓 P.36~37

DE 次の㉞と㉟において、計算結果が小さくなるのはどちらですか。式の展開を利用して、説明しなさい。

㉞ 201×199

㉟ 202×198

200 を x とすると、㉞ $201 \times 199 = (x+1)(x-1) = x^2 - 1$

㉟ $202 \times 198 = (x+2)(x-2) = x^2 - 4$

よって、㉟が小さい。

103

啓林館 中3 1章 式の展開と因数分解

1節 式の展開と因数分解

教科書 目次	hakken.教材 QR コード
3 因数分解	P. 21 QR 1~2
共通因数をくくり出す	P. 21~22 QR 3~7
和と差の積の利用	P. 22 QR 8~13
平方の公式の利用 (1)	P. 22~23 QR 14~17
平方の公式の利用 (2)	P. 23 QR 18~24
$x^2 + (a+b)x + ab$ の因数分解 (1)	P. 23~24 QR 25~29
$x^2 + (a+b)x + ab$ の因数分解 (2) (3)	P. 24 QR 30~37
	P. 25 QR 38~50
いろいろな因数分解 (1)	P. 26 QR 51~56
いろいろな因数分解 (2) (3)	P. 26~27 QR 57~66

2節 式の計算の利用

教科書 目次	hakken.教材 QR コード
1 式の計算の利用	P. 29~30 QR 67~75
	P. 30 QR 76~85
	P. 31 QR 86~93
図形の性質の証明	P. 31~32 QR 94~101
章末問題	P. 34~35
学びを身につけよう	P. 36~37 QR 102~103